

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

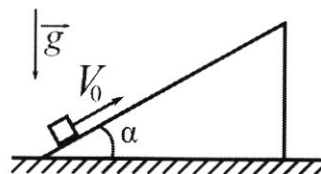
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

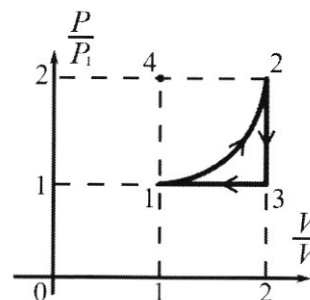
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



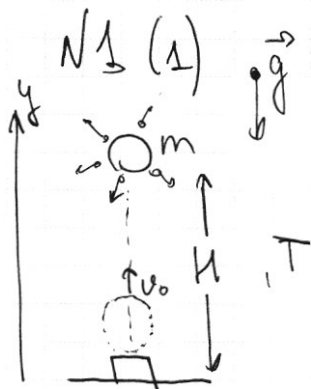
5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть скорость, с которой снаряд был запущен $= v_0$, тогда, т.к. в высшей точке траектории v_{y0} или $y = 0$, то через время T , ~~тогда~~ скорость снаряда по y была 0, тогда: $0 = v_0 - gT$ (против уск. своб. пад.)

$$\Rightarrow v_0 = gT$$

Через время T от начала полёта снаряд на высоте $H \Rightarrow H = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$ (уравнение движения тела в поле силы тяжести) $\Rightarrow H = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ (м)}$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$.

№1 (2) (Ек)

1) Кин. энергия \checkmark вычисл. по формуле $\frac{mv^2}{2} = E_k \Rightarrow$
 \Rightarrow т.к. нам дана суммарная E_k сразу после взрыва, то скорости всех осколков v одинаковы $\Rightarrow E_k = \sum_i \Delta E_{k_i} = \sum_i \frac{\Delta m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \cdot \sum_i \Delta m_i = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$

если i осколков, тогда, если v - скор. любого осколка сразу после взрыва, то

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2E_k}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

2) Первым упадёт на землю осколок, полетевший перпендикулярно земле



т.к. направление скачка совпадает с направ. \vec{g} , то
 ур-е движ. описывается так: $H = v t_0 + \frac{g t_0^2}{2}$, где
 t_0 - время падения 1-го осколка \Rightarrow

$$\Rightarrow t_0^2 + \frac{2v}{g} t_0 - H \cdot \frac{2}{g} = 0 \quad \left. \vphantom{\Rightarrow} \right\} \Rightarrow t_0^2 + \frac{2}{g} \sqrt{\frac{2k}{m}} t_0 - \frac{45 \cdot 2}{g} = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \quad H = 45$$

$$\Rightarrow t_0^2 + \sqrt{\frac{8k}{mg^2}} t_0 - 9 = 0$$

$$t_0 = \frac{-\sqrt{\frac{8k}{mg^2}} \pm \sqrt{\frac{8k}{mg^2} + 4 \cdot 9}}{2} = \frac{-\sqrt{\frac{8k}{mg^2}} \pm \sqrt{\frac{8k}{mg^2} + 36}}{2}$$

$$= \frac{-\sqrt{\frac{8 \cdot 1800}{1 \cdot 100}} \pm \sqrt{\frac{8 \cdot 1800}{1 \cdot 100} + 36}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{180}}{2}$$

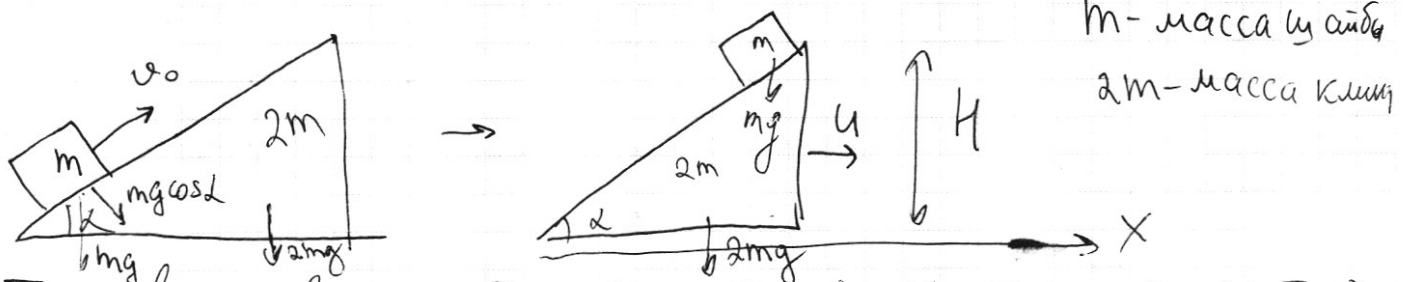
$$= \begin{cases} \frac{-12 - \sqrt{180}}{2} < 0 \\ \frac{-12 + \sqrt{180}}{2} > 0, \text{ т.к. } 180 > 12^2 = 144 \end{cases} \Rightarrow \text{т.к. } t_0 > 0, \text{ то}$$

$$t_0 = \frac{-12 + 6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2) \approx 3 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ с}$$

$$2 < \sqrt{5} < 2,25 \quad \sqrt{5} \approx 2,25$$

Ответ: 0,75 с.

N2(1)



Т.к. все пов-ти гладкие, то сил трения нет \Rightarrow
 \Rightarrow клин начинает двигаться, т.к. шайба действует на него с силой $= mg \cos \alpha \Rightarrow$ пусть v - скор. клина,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

когда шайба остановилась в наивысшей точке
Запишем Закон Сохр. Импульса по оси x , потому
что при пролёте скор. на неё, на неё не действов.

внешн. силы (проекция силы тяги-тяги на $X=0$,
трения нет) З.С.И. : $m v_0 \cdot \cos \alpha = 2 m u \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$

Запишем Закон Сохр. энергии З.С.Э. в системе:

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2} \Leftrightarrow \frac{m v_0^2}{2} + 0 = \frac{2 m u^2}{2} + m g h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = m u^2 + m g h \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot \left(\frac{v_0 \cos \alpha}{2} \right)^2 + 2 g h$$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + 2 g h \Rightarrow 2 v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 4 g h$$

$$\Rightarrow v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha) = 4 g h \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4 g h}{2 - \cos^2 \alpha}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 0,2}{2 - 0,36}} = \sqrt{\frac{8}{1,64}} = \sqrt{0,491} = \sqrt{\frac{200}{41}} = \sqrt{4 + \frac{36}{41}} \approx \sqrt{5} \approx$$

$$\approx 2,25 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $v_0 = 2,25 \text{ м/с}$

№ 2 (2)

Аналог. п. (1) запишем З.С.И. на ту же

ось X : $m v_0 \cdot \cos \alpha = m u \Rightarrow u = v_0 \cdot \cos \alpha$ - скор. шайбы на мом. шайбы в верх.

запишем З.С.Э. для пром. времени шайба нагнетается

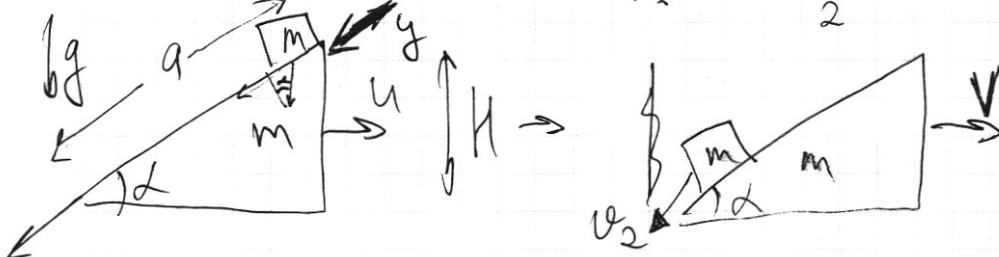
высота — шайба остановилась на высоте h :

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2} \Leftrightarrow \frac{m v_0^2}{2} + 0 = \frac{m u^2}{2} + m g h \Rightarrow$$

$$v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2 g h \Rightarrow v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 2 g h \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \cos^2 \alpha}}$$

Запишем З.С.Э. для пром. времени
шайба начала движ. из верхней точки — шайба
в точке старта:

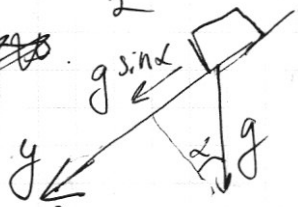
$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2} \Rightarrow \frac{mU^2}{2} + mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{mU_2^2}{2}$$



U_2 — скор. шайбы
в т. старта

$$\frac{U^2}{2} + gH - \frac{U_2^2}{2} = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{U^2 - U_2^2 + 2gH}$$

~~Затем~~



~~из~~ по осп.
sin угла $\frac{H}{l} = \sin \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{H}{\sin \alpha}$$

составляющая уск. своб. падения

по оси $y = g \cdot \sin \alpha \Rightarrow$ ур-е движ-я выведем

для шайбы макс: $\frac{H}{\sin \alpha} = 0 + \frac{t^2}{2} \cdot g \sin \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow U_2 = 0 + \underbrace{g \cdot \sin \alpha}_{\text{уск.}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}}_t = \sqrt{2Hg}$$

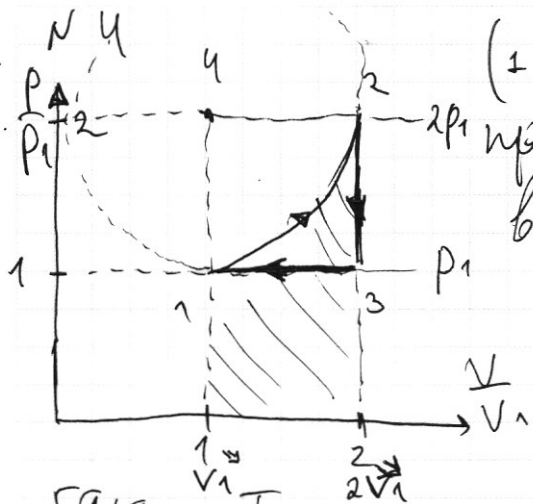
$$V = \sqrt{U_0^2 \cos^2 \alpha - 2Hg + 2gH} = U_0 \cos \alpha = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \cdot \cos \alpha =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - 0,36}} \cdot 0,6 = \sqrt{\frac{4}{0,64}} \cdot 0,6 = 0,6 \cdot \sqrt{6,25} = 0,6 \cdot \sqrt{\frac{25}{4}} =$$

$$= 0,6 \cdot \frac{5}{2} = 1,5 \text{ м/с}$$

Ответ: (2) $V = 1,5 \text{ м/с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



(1) Теплота Q_1 , подв. к газу в процессе расширения 1-2-3 складывается из $U_{вн}$ и A - работы газа

$$\Rightarrow Q = U_{вн} + A = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + A_{12} \text{ где } i=3, \text{ т.к. это степен. свободы одноат. газа, } \Delta T - \text{изменение темп. газа, } \nu - \text{моль, } R - \text{конст.}$$

A_{12} считаем как заштрих. площадь под графиком.

$$A_{12} = \int_{V_1}^{2V_1} P dV = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{2P_1 V_1}{V} dV = 2P_1 V_1 \ln 2 = 2P_1 V_1 \ln 2$$

четверть площади круга, радиуса $R = P_1 = V_1$

из графика в м. 1 и м. 2 и 9
Оси $\frac{V}{V_1}$, $\frac{P}{P_1}$, в м. 1 $\frac{V}{V_1} = 1 \Rightarrow V_1, \frac{P}{P_1} = 2 \Rightarrow 2P_1$, аналог. для давления

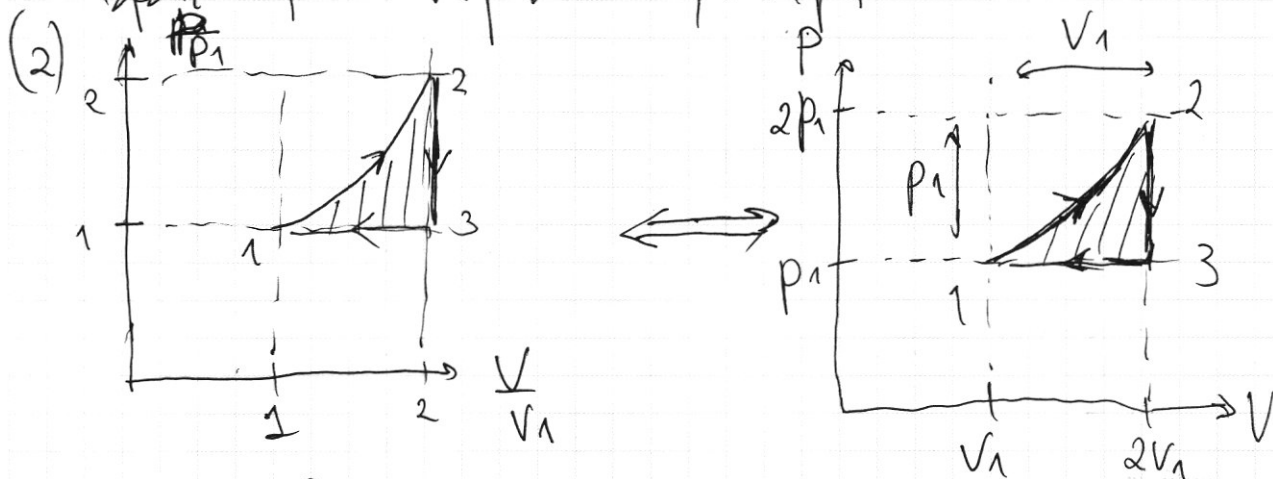
~~$$Q = \frac{i}{2} \nu R (2P_1 \cdot 2V_1 - P_1 V_1) = \frac{i}{2} \nu R (3P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{i}{2} \nu R (2P_1 V_1)$$~~

$PV = \nu RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона
 $\Rightarrow T = \frac{PV}{\nu R}$

$$Q = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + V_1 P_1 (2 - \frac{1}{4} \pi) = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) + V_1 P_1 (2 - \frac{1}{4} \pi) = \frac{i}{2} \nu R \left(\frac{2P_1 \cdot 2V_1}{\nu R} - \frac{V_1 P_1}{\nu R} \right) + V_1 P_1 (2 - \frac{1}{4} \pi) =$$

$$= \frac{i}{2} \cdot 3P_1 V_1 + V_1 P_1 (2 - \frac{1}{4} \pi) = V_1 P_1 \left(\frac{3i}{2} + 2 - \frac{1}{4} \pi \right) = V_1 P_1 \left(\frac{9}{2} + 2 - \frac{1}{4} \pi \right) = V_1 P_1 \left(\frac{11}{2} - \frac{1}{4} \pi \right) \approx V_1 P_1 \cdot (5,5 - 0,785) =$$

$$= 4,715 V_1 p_1 \approx 4,7 V_1 p_1$$



Аналогично график можно представить и в пункте 1

$$A = \underbrace{A_{12}}_{\text{работа на уг. 1-2}} + \underbrace{A_{23}}_{\text{работа на угастке 2-3}} + \underbrace{A_{31}}_{\text{работа на угастке 3-1}} = S_{\text{заштрих. обл-ти на графике}}$$

$$= (2V_1 - V_1)(2p_1 - p_1) - \frac{1}{4}\pi V_1 p_1 = V_1 p_1 - \frac{1}{4}\pi V_1 p_1 =$$



$$= V_1 p_1 \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right) \approx V_1 p_1 \left(1 - \frac{3,14}{4}\right) = V_1 p_1 \cdot 0,215 = 0,215 V_1 p_1$$

(3) $\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n}$, где Q_n - теплота, потраченная на нагрев газа, Q_x - теплота, потраченная на охлаждение газа при охлаждении

на процесс. 1-2 p увелич. и V увелич. \Rightarrow по формуле Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT$ следует, что T увелич. на уг. 2-3 V не меняется,

p уменьшается $\Rightarrow T$ уменьшается, на уг. 3-1 V уменьшается, p не меняется $\Rightarrow T$ уменьш. (все выводы следуют из того, что νR - константа) \Rightarrow на уг. 1-2 - нагрев, на угастке 2-3-1 - охлаждение.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\eta = \frac{Q_n - |Q_x|}{Q_n} = 1 - \frac{|Q_x|}{Q_n}$$

$$\begin{aligned} Q_x &= A + U_{\text{вн}} = -\left(A_{23}^0 + A_{31} + \frac{1}{2} \alpha R \Delta T_{23} + \frac{1}{2} \alpha R \Delta T_{31}\right) = \\ &= -A_{31} + \frac{1}{2} \alpha R (T_3 - T_2 + T_1 - T_3) = -A_{31} + \frac{1}{2} \alpha R (T_1 - T_2) = \\ &= -(2V_1 - V_1)(\rho_1 - 0) = -\frac{3}{2} \alpha R \left(\frac{4V_1 \rho_1}{\alpha R} - \frac{V_1 \rho_1}{\alpha R} \right) = -V_1 \rho_1 = -\frac{9}{2} V_1 \rho_1 \\ &= -5,5 V_1 \rho_1 \Rightarrow |Q_x| = 5,5 V_1 \rho_1 \end{aligned}$$

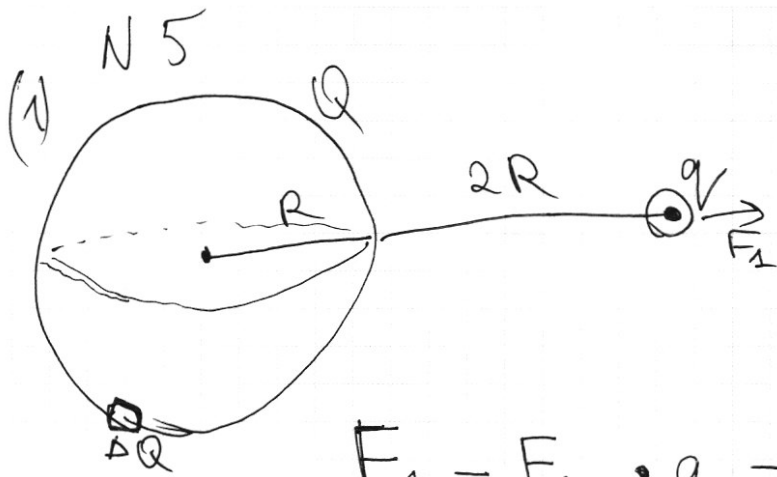
$$\begin{aligned} Q_n &= A_{12} + U_{\text{вн}} = V_1 \rho_1 \left(2 - \frac{1}{4} \pi\right) + \frac{1}{2} \alpha R (T_2 - T_1) = \\ &= V_1 \rho_1 \left(2 - \frac{1}{4} \pi\right) + \frac{3}{2} \alpha R \cdot \frac{3V_1 \rho_1}{\alpha R} = V_1 \rho_1 \left(2 - \frac{1}{4} \pi + \frac{9}{2}\right) = \\ &= V_1 \rho_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{1}{4} \pi\right) = V_1 \rho_1 \left(6,5 - \frac{1}{4} \pi\right) \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{5,5 V_1 \rho_1}{V_1 \rho_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{1}{4} \pi\right)} = 1 - \frac{5,5}{6,5 - \frac{1}{4} \pi}$$

$$\eta = \frac{V_1 \rho_1 \left(6,5 - \frac{1}{4} \pi\right) - 5,5 V_1 \rho_1}{V_1 \rho_1 \left(6,5 - \frac{1}{4} \pi\right)} = \frac{1 - \frac{1}{4} \pi}{6,5 - \frac{1}{4} \pi}$$

$$\approx \frac{0,215}{5,715} = \frac{215}{5715} = \frac{43}{1143} \approx 0,038$$

Ответ: 1) $4,7 V_1 \rho_1$; 2) $0,215 V_1 \rho_1$; 3) $0,038$.



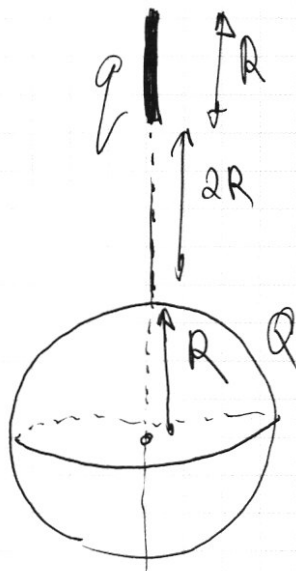
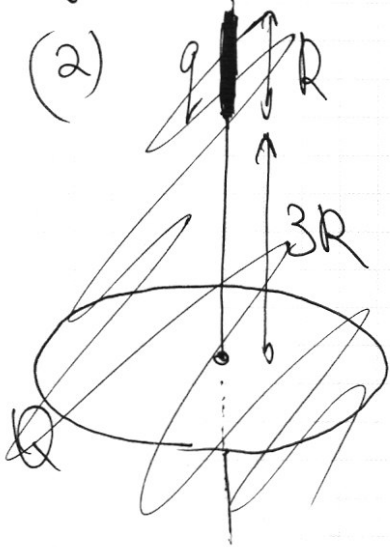
Оба заряда полож.
 \Rightarrow Шарик и сфера отталкиваются \Rightarrow
 \Rightarrow Сила, действ. на шарик направлена от сферы

$$F_1 = E_{\text{сф}} \cdot q = \frac{kQ}{R^2} \cdot q = \frac{kQq}{R^2} \text{ (от сферы)}$$

$E_{\text{сф}}$ Посчитаем $E_{\text{сф}}$ через маленькие её кусочки

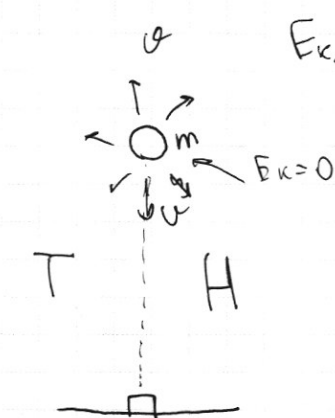
$$E_{\text{сф}} = \sum E_i = \sum \frac{k\Delta Q}{R^2} = \frac{k}{R^2} + \sum \Delta Q_i = \frac{kQ}{R^2}$$

т.к. шарик небольшой, то придем его за точ. заряд $q \Rightarrow F_1$ считается как q ~~внеш~~ действующее на заряд q , внесенный в поле сферы $E_{\text{сф}}$.



Ответ: (1) $F_1 = \frac{kQq}{R^2}$ (от сферы)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E_{k1} + mgH = E_{k2} + \Delta m$$

$$\frac{1800}{10} = 180m$$

~~мб~~

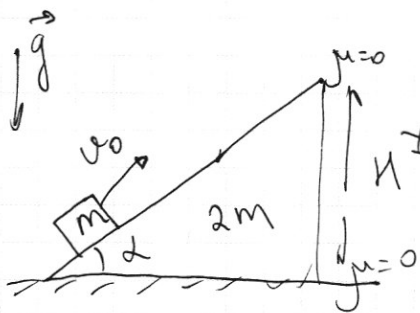
$$v + g\bar{t}_1 =$$

$$v\bar{t}_1 + \frac{g\bar{t}_1^2}{2} = H$$

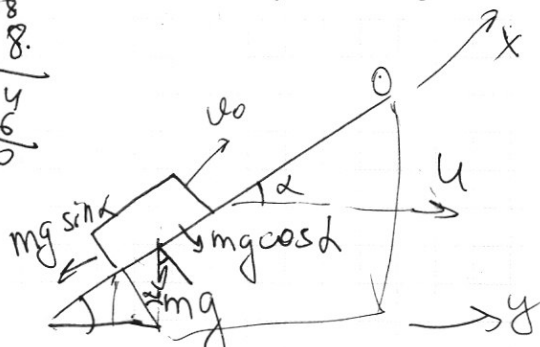
$$v\bar{t} - \frac{g\bar{t}^2}{2} =$$

$$0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT$$

$$H = v_0 T - \frac{gT^2}{2} = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = 45m$$



$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 18 \\ \hline 36 \\ 72 \\ \hline 864 \end{array}$$



$$mv_0 \cos \alpha = 2mu \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

~~m~~ $m_0 = 2m$

$$\frac{v_0^2 m}{2} = \frac{2m(u \cos \alpha)^2}{2} + mgh$$

$$H = vT_0 + \frac{gT_0^2}{2}$$

$$180 = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 2,5$$

$$3(\sqrt{5} - 1)$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 16 \\ \hline 320 \\ 160 \\ \hline 3200 \end{array}$$

$$v - gT_0 = 0$$

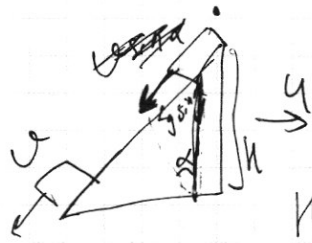
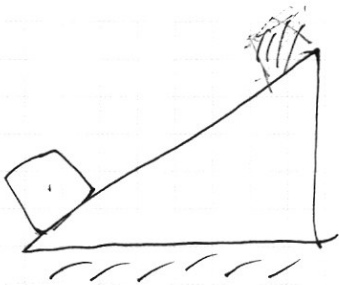
$$H_1$$

$$200 = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha) = 4gH$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ \times 3,5 \\ \hline 875 \\ 700 \\ \hline 6125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1125 \\ \times 2,25 \\ \hline 2250 \\ 2250 \\ \hline 253125 \end{array}$$



$$m u = v_0 \cos \alpha$$

$$H = \frac{m g T^2}{2}$$

3. C. 2. $\frac{m v_0^2}{2}$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = 0 + \frac{g T^2}{2}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v^2}{2} \cdot \sin \alpha \cdot g$$

$$v^2 = \frac{2H}{\sin \alpha \cdot g} \quad \sin \alpha = \frac{H}{a}$$

$$a = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$v = g \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

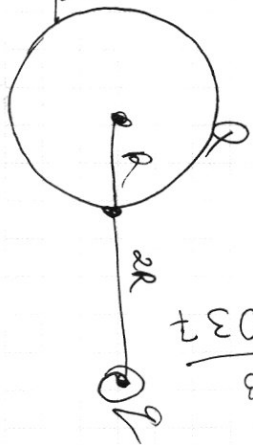
$$v = \sqrt{2Hg}$$

17

$$\frac{m u^2}{2} + m g h = \frac{m u_2^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{u^2}{2} + g h - \frac{v^2}{2} = \frac{u_2^2}{2}$$

$$\sqrt{u^2 + 2gh - v^2} = u_2$$



$$\begin{array}{r} 020 \\ 1008 \\ 8210 \\ \hline 3429 \\ 43000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

0,3

$$\frac{400}{64} = \frac{50}{8} = \frac{25}{4} = 6,25$$

$$\frac{400 \cdot 32}{80} \quad \frac{400 \cdot 8}{50}$$

$$\begin{array}{r} 51235 \\ 51235 \\ \hline 102470 \\ 65000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 32 \\ 34 \\ \hline 8 \\ 318 \\ 344 \\ \hline 10785 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51235 \\ 51235 \\ \hline 102470 \\ 65000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51235 \\ 51235 \\ \hline 102470 \\ 65000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

OK

$$pV = pV$$

$$p = U + A = \frac{2}{3} pV + pV$$

