

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

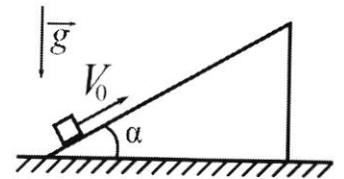
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

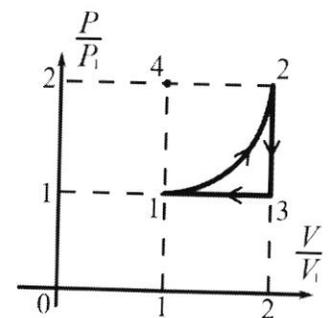
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1 | Числа | Найдем начальную скорость осколков

Дано:
 $m = 1 \text{ кг}$

$T = 3 \text{ с}$

$K = 1800 \text{ Дж}$

$H = ?$

$T = ?$

$$K = \frac{dm_1 v^2}{2} + \frac{dm_2 v^2}{2} + \dots + \frac{dm_n v^2}{2}$$

по \uparrow и \downarrow и \rightarrow скорости всех осколков равны

$$K = (dm_1 + dm_2 + \dots + dm_n) \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Тогда кинетическая энергия одного осколка равна

$$K_1 = \frac{dm_1 \cdot v^2}{2} \quad \text{с одной стороны}$$

с другой стороны это часть общей кин. энергии $K_2 = \frac{dm_2}{m} \cdot K$ уравняем

$$\frac{dm_1 \cdot v^2}{2} = K \cdot \frac{dm_1}{m}$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ м/с}$$

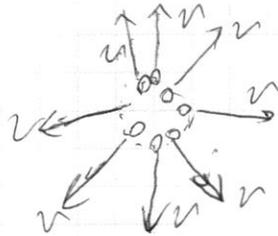
Если считать, что на поверхности земли скорость сообщим некоторую скорость v_0 , а взрыв разорвался на n в верхней точке траектории, летя до этого вертикально вверх, то справедливы следующие уравнения

$$T \cdot g = v_0 = 30 \text{ м/с} \quad T^2$$

$$H = v_0 \cdot T - g \frac{T^2}{2} = 45 \text{ м}$$



N1 (Часть 2)



По условию осколки поместили во всевозможных ^{возможных} направлениях. \Rightarrow есть осколок, полетевший ^{горизонтально} вверх, и есть осколок, полетевший ^{горизонтально} вниз.

Из полученных вычислительных соотношений самым великим среди осколков, вышедших из одной точки с равными по модулю скоростями упадет осколок, изначально полетевший вертикально вниз, точнее всех - вертикально вверх.

Пусть осколок, полетевший вниз, упал через t_1 после разрыва фреймверка. Тогда:

$$H = \frac{gt_1^2}{2} + vt_1$$

$$5 \cdot t_1^2 + 60t_1 - 45 = 0$$

$$t_1^2 + 12t_1 - 9 = 0$$

$$t_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{615}}{2}$$

т.к. $t_1 > 0$

$$t_1 = 3(\sqrt{5} - 2)$$

Пусть осколок, полетевший вверх, упал через t_2 после разрыва фреймверка. Тогда:

$$H = \frac{gt_2^2}{2} - vt_2$$

$$t_2^2 - 12t_2 - 9 = 0$$

$$t_2 = 6 \pm 3\sqrt{5}$$

$t_2 > 0$

$$t_2 = 3(\sqrt{5} + 2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (часть 3)

Итого

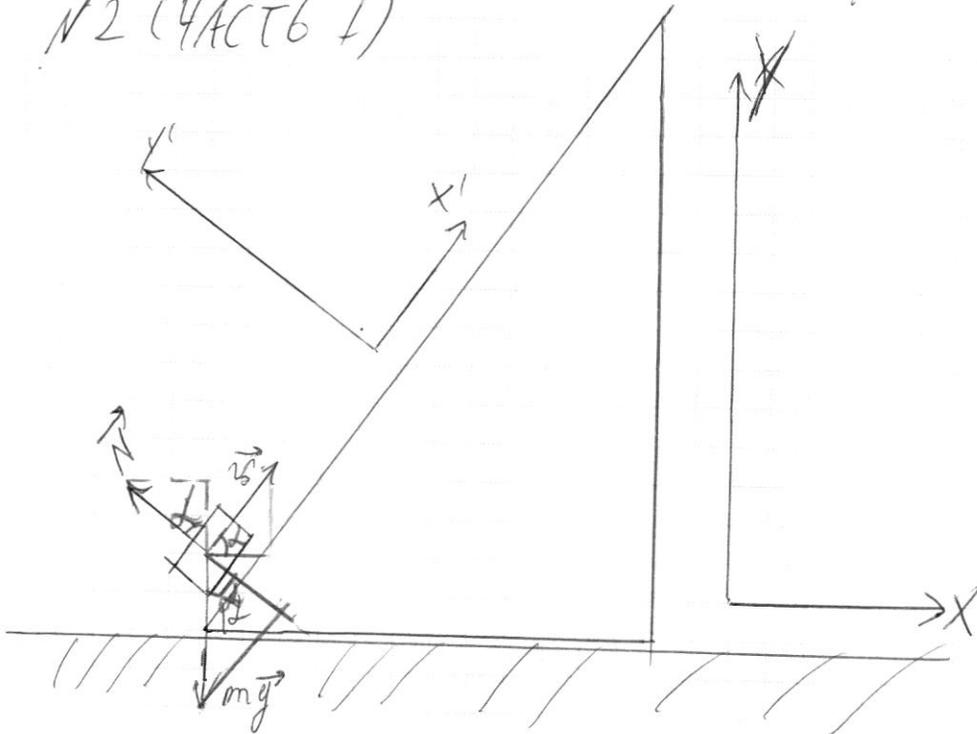
Тот взлетел фреймверка до поверхности 2-ой оболочки $\approx T + t_1 = 3(\sqrt{5} - 1) c$

Тот взлетел фреймверка до поверхности последней оболочки $\approx T + t_2 = (9 + 3\sqrt{5}) / c$

Тот поверхность 2-ой оболочки до поверхности последней оболочки $\approx T t_2 - t_1 \approx 12 c$

Данные в условии $\tau = 10c$ я не учтывал, поскольку оно противоречит другим условиям, а любое τ , которое могло подразумеваться можно вычислить и оно не равно $10c$ (см. выше)

№2 (часть 1)



N2 (Часть 2)

Дано:
 $\cos \alpha = 0,0$
 $\sin \alpha = 0,8$
 $H = 0,2 \text{ м}$
 $L = ?$
 $m_1 = m_2 = m$
 $v = ?$

1) т.к. шайба скользит по клинцу и не скользит с него по оси y' сумма сил, действующих на шайбу, равна нулю \Rightarrow
 $\Rightarrow N = mg \cdot \cos \alpha$

2) Найдем ускорение шайбы по оси y

$$m \cdot a_y = N \cdot \cos \alpha - mg = mg \cdot \cos^2 \alpha - mg = -\sin^2 \alpha mg$$

т.к. шайба ~~не~~ поднимается $H = 0,2 \text{ м}$,

т.к. $H = 0,2 \text{ м}$ $v_{y0} = 0$

пусть это произойдет через время t

$$v_{0y} - v_{y(t)} = |a_y| \cdot t$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha = (-\sin^2 \alpha \cdot g) t = v_{0y} = \sin^2 \alpha g t$$

$$v_0 = \sin \alpha \cdot g t \quad (1)$$

2) Из кинематических соотношений

$$H = v_0 t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$H = g t^2 \cdot \sin^2 \alpha - g t^2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

$$H = g t^2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g \sin^2 \alpha}} = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставив в (1)

$$v_0 = \sqrt{2gH} = 2 \text{ м/с}$$

3) Найдем, через какое время t_1 шайба скатывается к началу клина

$$0 = v_{0y} \cdot t_1 + \frac{a_y t_1^2}{2}$$

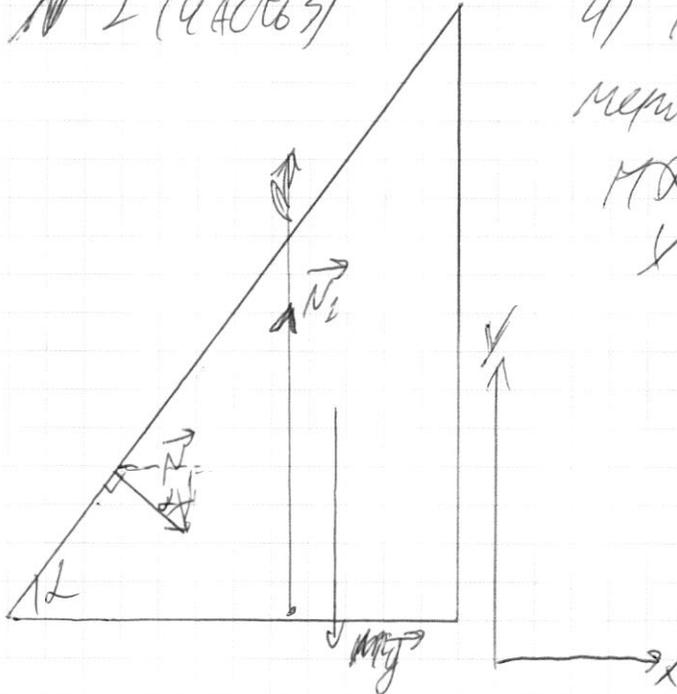
$$t_1 = \frac{2v_0}{g} = 0,4 \text{ с}$$

$$t_1 (v_{0y} - \frac{g \sin^2 \alpha}{2} t_1) = 0$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha - g \frac{\sin^2 \alpha}{2} t_1 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 (часть 3)



4) По оси y клин не
меняет своё положение
поэтому x найдем его
ускорение по оси x

$$m a_x = N \cdot \sin \alpha$$

$$a_x = \frac{N \sin \alpha}{m}$$

$$N = mg \sin \alpha$$

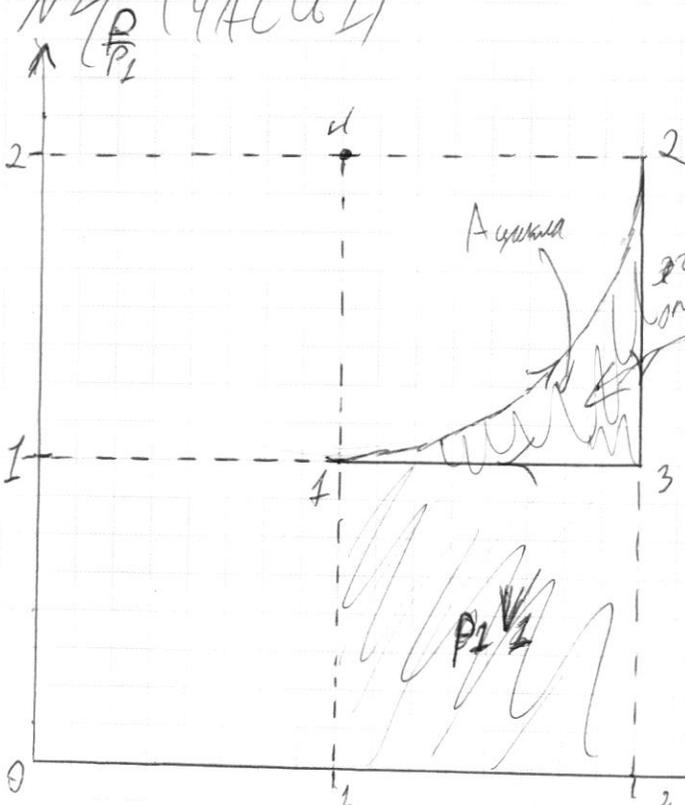
$$a_x = g \sin^2 \alpha$$

5) Когда скорость клина
равна

$$v = a_x \cdot t = 0,4 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,64 =$$

$$(4 \cdot 0,64 \text{ м/с} = 2,56 \text{ м/с})$$

№ 4 (часть 1)



По 2 закону термодинамики

$$\textcircled{1} Q_{1-2} = A_{1-2} + \Delta U_{1-2}$$

это выражение
составляет
этой формулы

$$A_{1-2} = p_1 V_1 + p_2 V_2 - \left(p_1 \frac{\pi R^2}{4} + p_2 \frac{\pi R^2}{4} \right)$$

$$A_{1-2} = p_2 V_2 + p_1 V_1 \left(\frac{R^2 - \frac{\pi}{4} R^2}{R^2} \right) =$$

работа равна площади под графиком $p(V)$

$$= p_1 V_1 \left(1 + 1 - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$\frac{v}{v_1}$ ачина

№4 (Часть 2)

у равновесия Менделеева - Клапейрона

$$pV = \nu RT$$

Внутренняя энергия равна

$$U = \frac{i}{2} \nu RT$$

$i = 3, 7, 5$ раз отличаются

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{i}{2} \Delta(pV)$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} \Delta(pV) = \frac{3}{2} \Delta(pV)$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} (4 p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$Q_{1-2} = p_1 V_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{8 - \pi}{4} \right) = p_1 V_1 \left(\frac{20 - \pi}{4} \right) \approx p_1 V_1 \cdot \frac{23}{4}$$

$$= 5,75 p_1 V_1$$

$$\textcircled{2} A = p_1 V_1 \left(\frac{R^2 - \frac{1}{4} R^2}{R^2} \right) = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \approx \frac{p_1 V_1}{4}$$

т.к. А — площадь поверхности закрытой н.к. цилиндра раз. сечения p(V)

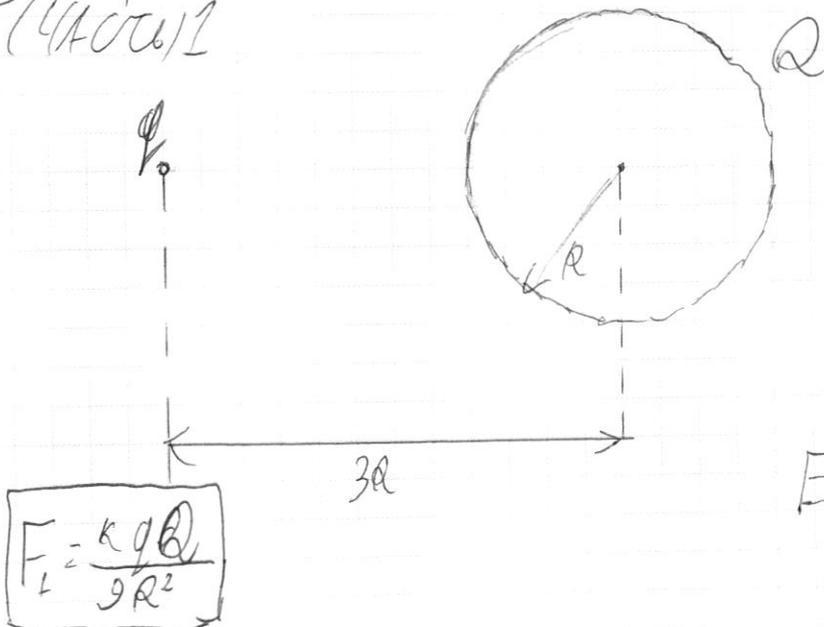
$$\textcircled{3} \eta = \frac{A}{Q_{печи}} = \frac{1}{4 \cdot 5,75} = \frac{1}{23}$$

т.к. в процессе 2-3 $V = \text{const}$, $p \downarrow$, газ отдает тепло

т.к. в процессе 3-1 $V \downarrow$, $p = \text{const}$, газ отдает тепло

№5 (Часть 1)

①

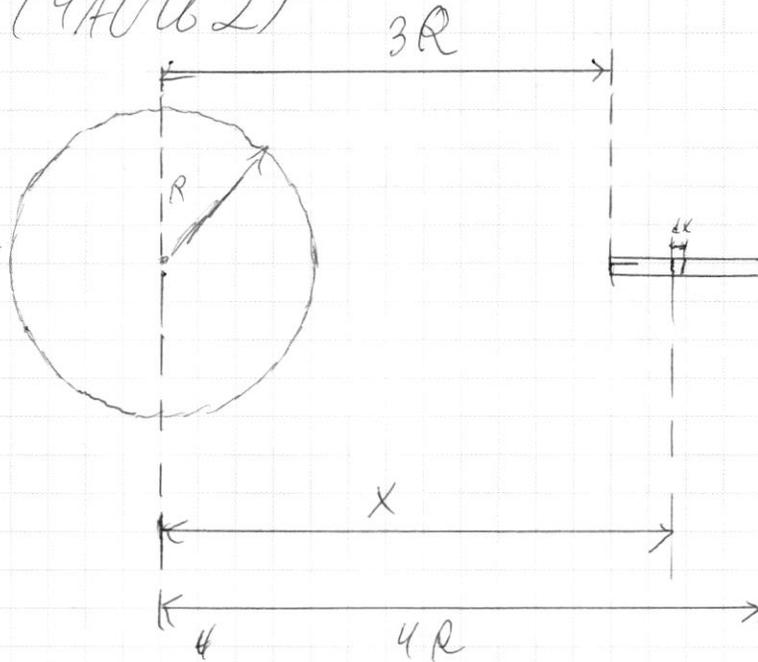


т.к. маленький шарик находится вне сферы, напряженность равна той же, что была в этой точке равна т.е. как, что шарик

$$E = \frac{kQ}{(3R)^2} \Rightarrow F_k = \frac{kqQ}{9R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (Часть 2)



Запишем как взаимодействуют поля в
для маленького кусочка dx , находящегося
на расстоянии x от центра сферы

$F_x \approx \frac{kQ}{x^2}$, тогда сила кулона, действующая
на этот кусочек со стороны сферы, равна

$$F_{kx} = \frac{kQ}{x^2} \cdot \frac{dx}{R}$$

т.к. заряд по сечению равен
распределён

$$F_{kx} = \frac{kQ}{R} \cdot dx \cdot x^{-2} \cdot dx$$

$$\int_{3R}^{4R} F_{kx} = \frac{kQ}{R} \int_{3R}^{4R} x^{-2} dx$$

№ 3 (часть 3)

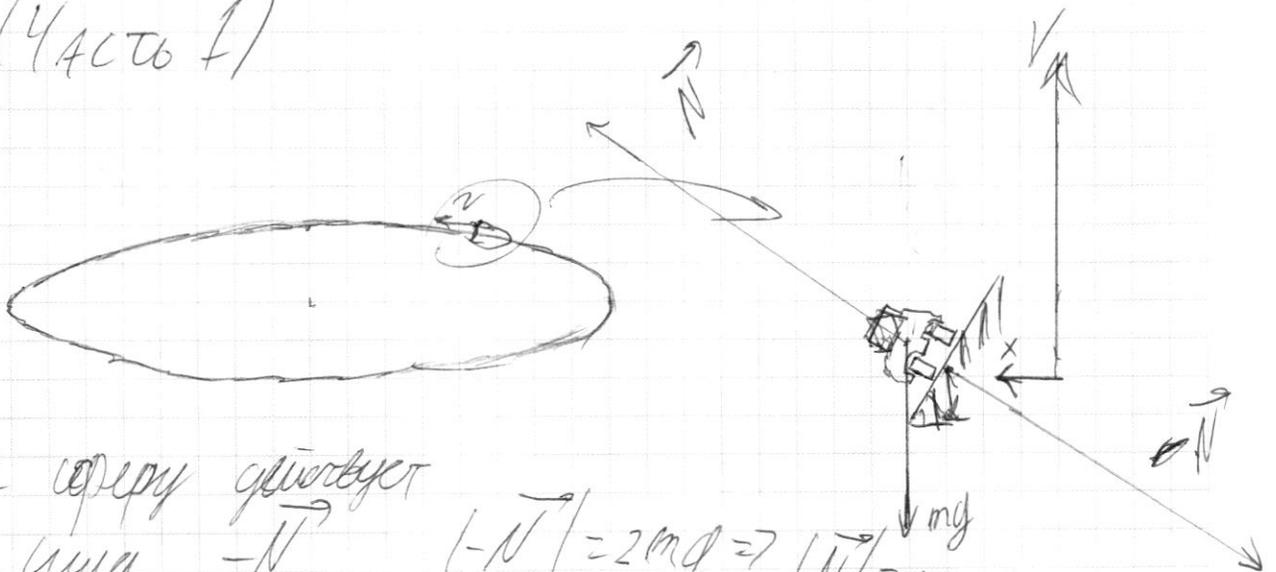
$$F_{кабл} = \frac{kqQ}{R} \left(\frac{1}{4R} - \frac{1}{3R} \right) =$$

$$= \frac{kqQ}{R} \cdot \left(\frac{4R - 3R}{12R} \right) = \frac{kqQ}{12R^2}$$

Сила Кулона, действующая на сферу, (только вправо по модулю сила Кулона, действующей на сферу)

$$\underline{\underline{F_2 = \frac{kqQ}{12R^2}}}$$

№ 3 (часть 4)



1) На сферу действует сила $-N$

$$| -N | = 2mg \Rightarrow |N| = 2mg$$

2) закон Ньютона на ось

$$mg = N \cdot \cos \alpha$$

$$mg = 2mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

по оси x

$$N_x + mg_x = a_x m$$

$$N \cdot \sin \alpha = a m$$

$$a = \sqrt{3}g$$

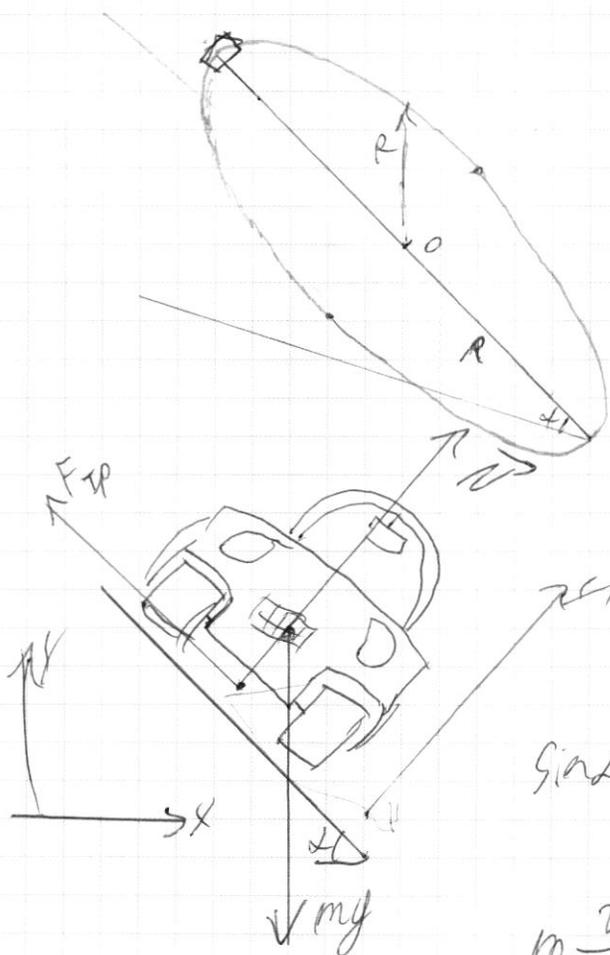
(*) в графике мы имеем, что $F_{сп} = 0$, т.к. сит два сфера со взаимодействием все равнолинейно. мы имеем, что

увеличение то взаимодействие со взаимодействием $\Rightarrow F_{сп}$ полезно не имеет взаимодействия \Rightarrow в графике $F_{сп} = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (ЧАСТЬ 2)

Рассмотрим
упругие машины
в верхней точке
круга



по оси X

$$mg = N \cdot \sin \alpha + F_{fr} \cdot \sin \alpha$$

$$F_{fr} = \frac{mg - N \sin \alpha}{\sin \alpha} \quad (1)$$

по оси Y

$$N \cos \alpha = mg \cos \alpha + F_{fr} \cos \alpha$$

$$m \frac{v^2}{R} = ma = N \sin \alpha - F_{fr} \sin \alpha$$

⇒ чем больше F_{fr} , тем меньше $ma \Rightarrow$ меньше
необходимая скорость

$$F_{fr} \leq \mu N$$

по оси Y'

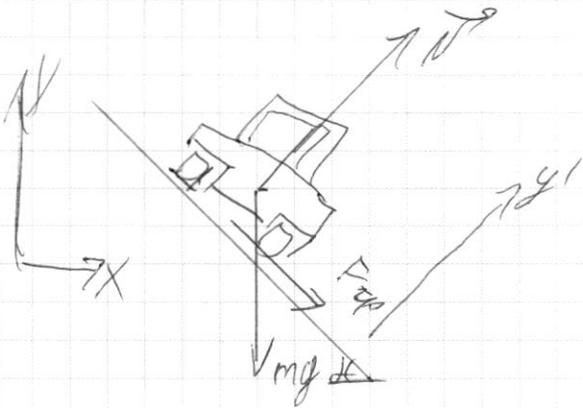
$$N \geq mg \cdot \cos \alpha = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

из (1)

$$F_{fr} = \frac{mg}{\sqrt{2}} > \mu N$$

⇓
⇓
 F_{fr} превышает μN

№ 3 (Часть 3)



по оси y
 $N \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$

~~$N = \cos \alpha \cdot mg$~~

по оси x

$mg = N \cos \alpha - F_{\text{фр}} \cos \alpha$

по оси x

$m \frac{v^2}{R} = N \cos \alpha + F_{\text{фр}} \cos \alpha$

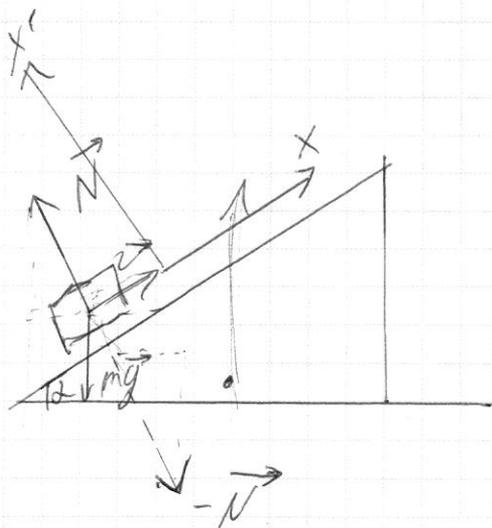
по оси y
 $N \geq mg \cos \alpha$

$mg = (1 - \mu) N \cdot \cos \alpha$

$N = \frac{mg(1 - \mu)}{\cos \alpha}$

$\frac{v^2}{R} = \mu (1 - \mu)$

$v_{\text{мин}}^2 = \sqrt{\frac{\mu \cdot 0,36}{1}} = 0,6 \sqrt{\mu}$



$$\frac{kQ}{r^2} = E$$

$$F = qE$$

$$\frac{kqQ}{r^2}$$

$$N \cdot \cos \alpha = mg$$

$$mg \cdot \cos \alpha = N$$

$$N \cdot \cos \alpha = mg \cos^2 \alpha$$

$$v \sin \alpha = t(mg - N \cos^2 \alpha)$$

$$v \sin \alpha = t \cdot g \sin^2 \alpha$$

$$v = t \cdot g \sin \alpha$$

$$H = vt - \frac{gt^2}{2}$$

$$H = g t^2 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$gt^2 \cdot 0.3 = H$$

$$D = t(v - \frac{gt}{2})$$

$$t = \sqrt{\frac{H}{g(\sin \alpha - \frac{1}{2})}}$$

$$v = \sqrt{\frac{gH \sin \alpha}{\sin \alpha - \frac{1}{2}}}$$

$$H = v \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{t^2}{2} \cdot g \sin^2 \alpha$$

$$H = t^2 \cdot g \cdot \sin^2 \alpha - \frac{t^2 \cdot g \cdot \sin^2 \alpha}{2}$$

$$t^2 \cdot g = \frac{2H}{g \sin^2 \alpha}$$

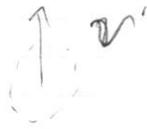
$$t = \sqrt{\frac{2H}{g \sin^2 \alpha}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2.0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$

$y + 12t - t^2 = 0$
- (t



$45 \text{ м} = \frac{10 \cdot 10^2}{2} - v \cdot 10$

$45 \text{ м} = 5 \cdot 100 - 10v$

$10v = 5 \cdot 91$

$v = \frac{91}{2}$

$v = 45,5 \text{ м/с}$



$45 = \frac{g(t+10)^2}{2} - 60(t+10)$
 $45 = \frac{gt^2}{2} + 60t$

$K = \frac{mv^2}{2}$
 $K = \frac{mv^2}{2}$

$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$
 $\frac{3600}{2}$

$\frac{gt^2 + 2 \cdot 10 \cdot gt + 100g}{2} - 60t + 600$

$0 = h_0 + v \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$

$45 + 60t - 5t_1^2$

$t_1^2 - 12t - 9$

$144 - 36 = 108$
 $108 \pm 108 = 216$
 $\frac{216}{2} = 108$

$45 \text{ м} = \frac{gt^2}{2} - 60t$
 $5t^2 + 60t - 45 = 0$

$10gt + 50g - 120t - 600$

$100t - 500 - 120t - 600 = 0$

$0 = 45 - \frac{gt^2}{2} + 60t$

$t = 6 \pm 3\sqrt{5}$

$t = 6 + 3\sqrt{5}$

$t_0 = -6 + 3\sqrt{5}$

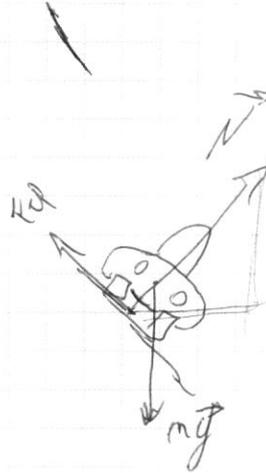
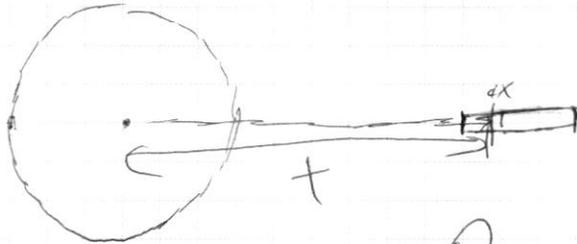
$t_1^2 - 12t - 9 = 0$
 $144 - 36 = 108$
 $108 \pm 108 = 216$
 $\frac{216}{2} = 108$

$1600 - 4 \cdot 5 \cdot 45 = 0$

$1600 - 10 \cdot 90 = 700$
 $700 \pm 700 = 1400$
 $\frac{1400}{70} = 20$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dx^2 = g dx$$



$$E = \frac{kQq}{x^2}$$

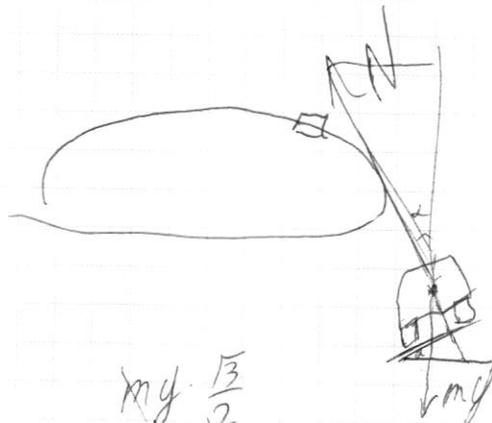
$$F_k = \int \frac{k \cdot Q \cdot q \cdot \frac{dx}{R}}{x^2}$$

$$F_{k \text{ на } y} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2}$$

$$F_{k \text{ на } y} = \frac{kQq}{R} \cdot \left(-\frac{1}{4R} - \left(-\frac{1}{3R} \right) \right)$$

$$\int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{kQq}{R} \cdot \frac{4R - 3R}{12R}$$



$$mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\alpha = 60^\circ$$

$$N \cdot \cos \alpha = mg$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)