

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

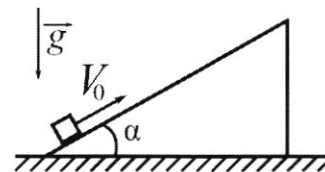
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

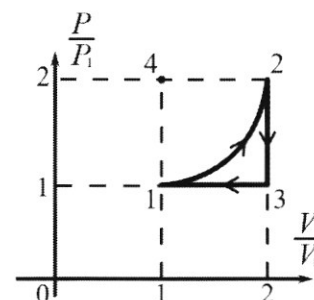
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1.

1) Найти H .

$$H = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$$

$$0 = v_0 - gT$$

Подставим v_0 из 2-го уравнения

в первое:

$$H = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$$

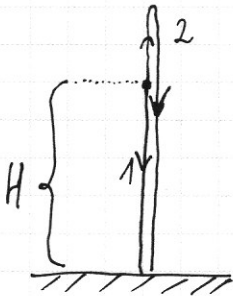
2) Суммарная кинетическая энергия равно:

$K = N \frac{m'v^2}{2}$, где N - число осколков, m' - масса 1 осколка, v - скорость осколков.

Поскольку $Nm' = m$, то:

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Тогда рассмотрим время падения кусочка, полетевшего вверх, и время полетевшего вниз. Нарисуем траектории их полёта*:



1 осколок полетит вниз, а 2 - вверх.

Из закона сохранения энергии следует, что когда 2 осколок будет лететь высоту H , его скорость будет равна

начальной скорости, и оставшийся путь он пролетит за время, равное времени полёта 1 осколка, то есть разность времени их падения будет

равна времени полёта 2 осколка вверх и обратно до высоты H . Запишем уравнение:

~~$v = v_0 - g t$~~ ~~$v = v_0 - g t$~~ $-v = v - g t$

$t = \frac{2v}{g} = 12 \text{ c}$ В условии дано значение $t = 10 \text{ c}$, думаю это опечатка, но не должно было быть дано.

* Почему я брал осколки, летящие вверх и вниз ~~то~~ проекции их скоростей на вертикальную ось максимальны, то есть осколки, летящий вниз упадёт раньше других, а осколок, летящий вверх наберёт. То есть, можно считать, что t — время между падением осколка, летящего вниз и осколка, летящего вверх.

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$ 2) $t = 12 \text{ с}$

2 вопрос поставленный на «задание», «через какое время первый осколок упадёт на землю?».

Пусть это время будет буква t . ~~Рассуждения те же, но теперь известно, что $t = 10 \text{ с}$, следовательно, я введу ось Oy , направленную вертикально вверх, и запишу формулу, которую ~~использую~~ ~~использую~~ ~~использую~~ Если я правильно понимаю, слово «всевоможных» означает «всех», следовательно, есть осколки, летящие вверх и вниз.~~

Рассуждения те же, но t я буду считать равным 12 с. Тогда: $H = v t + \frac{g t^2}{2} \Leftrightarrow \frac{g}{2} t^2 + v t - H = 0$, решим

квадратное уравнение: $D = v^2 + 2gH$

$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$. Поскольку $t > 0$, $t = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{4500}}{10} =$

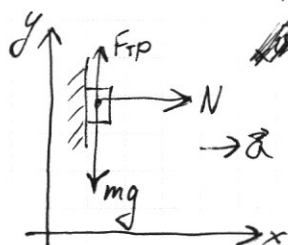
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= -6 + \sqrt{45} = -6 + 3\sqrt{5} \approx -6 + 3 \cdot 2,2 = 0,6 \text{ с}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$ 2) $t \approx 0,6 \text{ с}$

Задача №3

1) Рассмотрим 1 момент движения машины:



вектор скорости \vec{v} направлен от нас.

Поскольку машина не имеет вертикаль-ного ускорения, $F_{TP} - mg = 0$ согласно

2 закону Ньютона для оси oy . По оси ox :

$N = ma$. Машина действует на шар с силой

$\vec{P} = -(\vec{F}_{TP} + \vec{N})$ *, при этом известно, что $P = 2mg$.

Поскольку угол между F_{TP} и N — 90° , то справедлива теорема Пифагора:

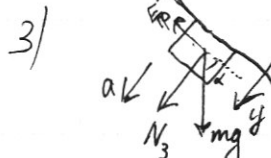
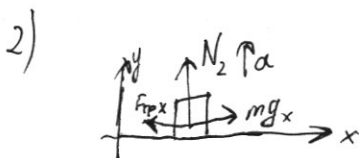
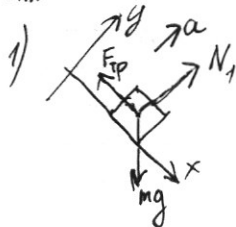
$$F_{TP}^2 + N^2 = P^2 \Leftrightarrow N = \sqrt{P^2 - F_{TP}^2} \Leftrightarrow N = \sqrt{(2mg)^2 - (mg)^2} = mg\sqrt{3}$$

$$a = \frac{N}{m} = g\sqrt{3} \approx 17 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

* Согласно 3 закону Ньютона.

2) Рассмотрим несколько положений машинки,

\vec{v}_{MIN} направлена на нас.



F_{TPx} и g_x - проекции F_{TP} и g на некую ось x (см. рис. 2. ~~или ось~~ ~~вектора~~ ~~мг~~), $N_1; N_2; N_3$ - силы нормальной реакции опоры в $\# 1, 2$ и 3 углах. Почему машина может унасть? потому что μN может оказаться меньше mg_x , где ось ox ~~перпендикулярна~~ ^{перпендикулярна} плоскости большого круга, и перпендикулярна скорости (см. рис. 1 и 3) ось oy - ось ускорения a . Заметим, что при постоянной v_{min} a тоже постоянна, и равна:

$$1) \quad ma = N_1 - mg_y$$

$$\# 2) \quad ma = N_2$$

$$3) \quad ma = N_3 + mg_y$$

Видно, что $N_3 < N_2 < N_1$, а-но, если $\mu N_3 > mg_x$, то и μN_1 , и μN_2 - тоже. (Кстати забыл уточнить, 1-рис - нижняя точка траектории машины, 2- середина, 3- верхняя.

Оси ox и oy индивидуальны для каждого рисунка. Я буду отмечать, с каким рисунком работаю). Тогда рассмотрим 3 рисунок:

Запишем 2 закон Ньютона для ox и oy :

$$ox: \quad \mu F_{TP} - mg \cos \alpha = 0 \quad \text{где } \alpha - \text{см. рис. 3. (угол между } \vec{g} \text{ и } ox \text{)}. \text{ Этот угол равен } \alpha, \text{ т. к. это угол между перп. к поверхности и перп. к радиусу (крупя)}$$

$$oy: \quad N_3 + mg \sin \alpha = ma \quad F_{TP} = \mu N_3$$

$$ox: \quad \mu N_3 = mg \cos \alpha \Leftrightarrow N_3 = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$oy: \quad \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha = ma \Leftrightarrow a = g \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)$$

$$v_{min} = \sqrt{aR} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{1,6} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \sqrt{10 \cdot \frac{2,25\sqrt{2}}{2}} = 1,5\sqrt{5\sqrt{2}}$$

$$\approx 1,5\sqrt{1,44 \cdot 5} = 1,5 \cdot 1,2\sqrt{5} \approx 1,8 \cdot 2,25 = 4,95 \frac{m}{c}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1) $14 \frac{\mu\text{C}}{\text{C}^2}$ 2) $4,95 \frac{\mu\text{C}}{\text{C}}$

Задача №4.

1) $Q = \Delta U_{12} + A_{12}$ $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0)$ (T_2 - темп. в м. 2, T_0 - в м. 1)

согласно уравнению Менделеева-Клапейрона $\frac{T_2}{T_0} = \frac{P_2 V_2}{P_0 V_0}$

(P_0, V_0 - давление и объём в точке 1, P_2, V_2 - в точке 2.

R - газовая постоянная, ν - кол-во моль)

~~$P_2 = 2P_0$~~ ; ~~$V_2 = 2V_0$~~ $\Rightarrow T_2 = 4T_0 \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_0$

~~A_{12}~~ T_0 - тоже не пояснить, ΔU_{12} - изменение энергии, A - работа.

Индексы - между какими точками.

A_{12} = площадь под графиком.

$$A_{12} = \left(2 \cdot 1 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \right) \cdot \frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{V_1} = \frac{2 - \frac{\pi}{4}}{P_1 V_1}$$

$$T_0 = \frac{P_0 V_0}{\nu R} = \frac{1}{P_1 V_1 \nu R}$$

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{9 \nu R T_0}{2} + \frac{2 - \frac{\pi}{4}}{P_1 V_1} = \frac{9 + 4 - \frac{\pi}{2}}{2 P_1 V_1} \approx \frac{13 - 1,57}{2 P_1 V_1} = \frac{11,43}{2 P_1 V_1}$$

$$2) A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \frac{2 - \frac{\pi}{4}}{P_1 V_1} - \frac{1}{P_1 V_1} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{P_1 V_1} = \frac{1 - 0,785}{P_1 V_1} = \frac{0,215}{P_1 V_1}$$

$$A_{31} = P_0 (V_2 - V_0) = \frac{1}{P_1 V_1}$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{0,215}{P_1 V_1}}{\frac{11,43}{2 P_1 V_1}} = \frac{0,43}{11,43} \approx \frac{43}{1143} \approx 0,038 \approx 3,8\%$$

Ответ: 1) $\frac{11,43}{2 P_1 V_1}$, 2) $\frac{0,215}{P_1 V_1}$, 3) 3,8%

Задача № 5

1) Поскольку сфера не поляризуется, можно представить её, а точнее заменить точечным зарядом, ~~тоже~~ расположенным в её центре, с таким же зарядом Q . Тогда первый пункт - просто 2 точечных заряда на расстоянии $3R$. Найдём силу Кулона:

$$F_1 = \frac{kQq}{(3R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$$

2) Зададим линейную плотность заряда стержня $\sigma = \frac{q}{L}$. Теперь вычислим силу Кулона на каждый маленький кусочек стержня dl :

$$F_k = \frac{kQ\sigma dl}{l^2}, \text{ где } l - \text{длина от центра сферы до точки,}$$

интересующей нас. Проинтегрируем эту функцию от

$$3R \text{ до } 4R \text{ по } dl: \int_{3R}^{4R} \frac{kQ\sigma dl}{l^2} = kQ\sigma \int_{3R}^{4R} \frac{1}{l^2} dl = kQ\sigma \left(-\frac{1}{l} \Big|_{3R}^{4R} \right) = kQ\sigma \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) =$$

$$= \frac{kQ\sigma}{12R}$$

Это и есть суммарная сила Кулона на стержень. Согласно 3-му закону Ньютона на сферу будет действовать такая же сила.

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$ ~~2) $F_2 = \frac{kQ\sigma}{4R}$~~ ~~3) $F_3 = \frac{kQq}{12R}$~~

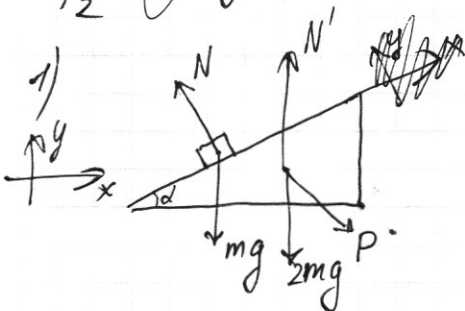
2) $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.

1) Запишем закон сохранения энергии для начального момента и момента когда шайба на высоте H и закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось. ЧЗ момент, когда шайба будет на высоте H , её скорость будет равна скорости клина, т.к. если это не так, то через некоторое время она была или станет выше, чем есть.

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = mgH$$



Покажем силы, действующие на клин и шайбу (m - масса шайбы, N - нормальная реакция опоры на ш., P -

вес шайбы, N' - нормальная реакция поверхности на клин)

Согласно 2 закону Ньютона для гор. оси для клина:

$$P_{\text{sin}} = 2ma \quad (a - \text{уск. клина}) \quad a = \frac{N \sin \alpha}{2m}$$

Для шайбы и осей ox и oy :

$$ox: mg \sin \alpha = ma_x \quad (a_x - \text{ускорение шайбы по } ox; a_y - \text{ по } oy)$$

$$a_x = g \sin \alpha$$

$$oy: N \cos \alpha - mg = m a_y \quad ox: -N \sin \alpha = m a_x \quad oy: N \cos \alpha - mg = m a_y$$

$$N = \frac{2ma}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{2ma \sin \alpha}{\sin \alpha} = ma_x \Leftrightarrow a_x = 2a$$

$$2ma \cos \alpha - mg = m a_y \Leftrightarrow a_y = 2a \cos \alpha - g$$

$$m a_y = 2 m a \operatorname{ctg} \alpha - m g$$

$$a_y = 2 a \operatorname{ctg} \alpha - g$$

По закону сохранения энергии: $m v_{0x} = 3 m v_1$, где v_1 - скорость шайбы и клина в момент, когда шайба поднялась на H и не имеет вертикальной составляющей скорости. Тогда

$$v_1 = \frac{v_{0x}}{3}. \text{ Запишем уравнения для клина и шайбы:}$$

$$H = v_0 t \sin \alpha - \frac{a_y t^2}{2}$$

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{3} = a t \quad a = \frac{v_0 \cos \alpha}{3 t}$$

2) Из закона сохранения энергии следует, что когда шайба остановится относительно клина, её скорость будет равна скорости клина, а значит, когда шайба поедет обратно, то передаст клину ещё столько же энергии и остановится ~~как~~ относительно земли, а клин поедет со скоростью $v_0 \cos \alpha = 0,6 v_0$.

1) Всё вышеописанное не учитывается. Поскольку шайба остановится, то:

$$H = v_0 t \sin \alpha - \frac{a_y t^2}{2} = \frac{a_y t^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} H &= \frac{(2 a \operatorname{ctg} \alpha - g) t^2}{2} \\ a &= \frac{v_0 \cos \alpha}{3 t} \\ v_0 \cos \alpha &= (2 a \operatorname{ctg} \alpha - g) t \end{aligned} \right.$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{2}{3} \frac{H}{t^2} \cdot 3 t = 2 \frac{H}{t}$$

$$\frac{4}{3} \frac{H}{t} \operatorname{ctg} \alpha - g t = 2 \frac{H}{t} \cos \alpha$$

$$3 a = \frac{2 a \operatorname{ctg} \alpha - g}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$H = \frac{3 a t^2}{2} \quad a = \frac{2}{3} \frac{H}{t^2}$$

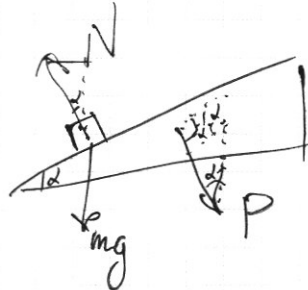
$$t = \frac{v_0 \cos \alpha}{\frac{4}{3} \frac{H}{t^2} \operatorname{ctg} \alpha - g}$$

$$g t^2 - \frac{4}{3} \frac{H}{t} \operatorname{ctg} \alpha + 2 H \cos \alpha = 0$$

$$t^2 = \frac{2 H (\frac{2}{3} \operatorname{ctg} \alpha \mp \cos \alpha)}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 4300 \overline{) 1143} \\ \underline{3429} \\ -8410 \\ \hline 0,034 \end{array}$$



$$a_k = \frac{P \sin \alpha}{m}$$

$$a_s = mg \sin \alpha$$

$$v_{0x} = 3v_{1x} \quad \frac{mv_0^2}{2} = mgh$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_1^2}{2}$$

$$a = \frac{N \sin \alpha}{2m}$$

$$a_{\text{акс}} = 2a$$

$$a_{\text{уг}} =$$

$$a_{\text{акс}} = \frac{N \sin \alpha}{m}$$

$$a_{\text{уг}} = \frac{N \cos \alpha}{m} = \frac{2m a \cos \alpha}{m \sin \alpha} = 2a \cot \alpha$$

$$N = \frac{2ma}{\sin \alpha}$$

$$a_k = a_k + a_{\text{отн}}$$

$$a_{\text{отн}} = mg \sin \alpha$$

$$a_k =$$

$$\frac{mg - N \sin \alpha}{m}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)