

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

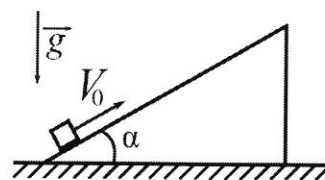
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

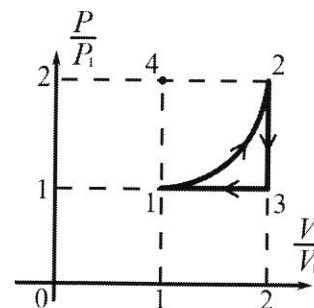
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

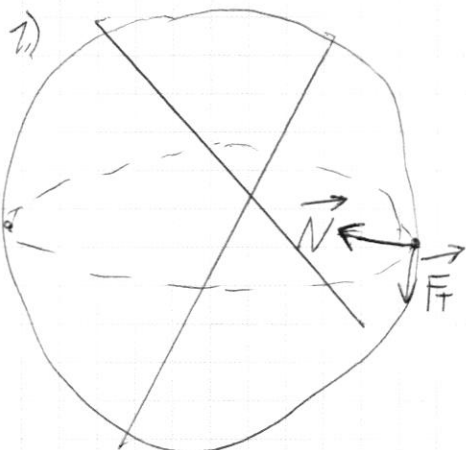
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.)

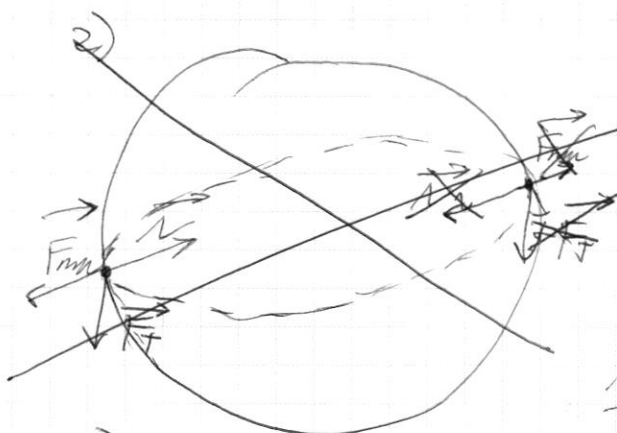


$$N = 2F$$

$$F = \sqrt{N^2 + F^2} = \sqrt{5}F$$

$$ma = F$$

$$a = \frac{\sqrt{5}mg}{m} = \sqrt{5}g \approx 22 \frac{m}{c^2}$$

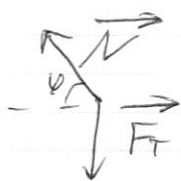
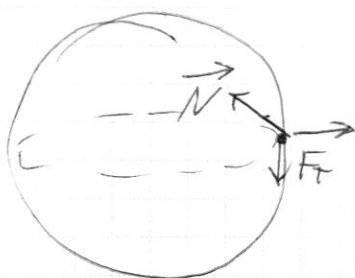


~~$$N + F \sin \alpha - F_{mp} = ma$$~~

~~$$N \sin \alpha - F_{mp} - F \sin \alpha = ma$$~~
~~$$N \sin \alpha = F + F_{mp} \cos \alpha$$~~

~~$$F_{mp} = \mu N$$~~
~~$$N \sin \alpha - \mu N$$~~

1.)



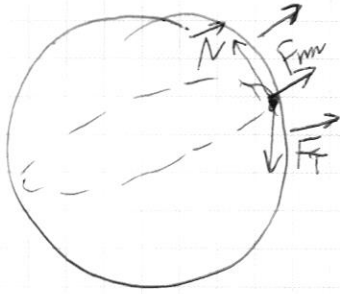
$$N \sin \varphi = mg$$

$$2mg \sin \varphi = mg$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{2}$$

$$N \cos \varphi = ma \Rightarrow a = \frac{2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{m} = \frac{\sqrt{3}}{2}g = 5\sqrt{3} \frac{m}{c^2}$$

2)



$$\begin{cases} N \sin \beta + mg \sin \alpha - \mu N = ma_y \\ N \cos \beta = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$mg \sin \alpha + \frac{mg \cos \alpha}{\cos \beta} (\sin \beta - \mu) = ma_y$$

$$mg \sin \alpha + mg \cos \alpha \left(\tan \beta - \frac{\mu}{\cos \beta} \right) = ma_y$$

п.к. $\tan \beta$ возрастает от 0 до $\frac{\pi}{2}$, а $\cos \beta$ -

уменьшается, то наименьшее значение a_y будет

достигаться при $\beta = 0$

$$ma_y = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$\frac{v_{\min}^2}{R} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow v = \sqrt{gR(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$v_{\min} = \sqrt{10 \frac{m}{c} \cdot 2m \left(\frac{0.2}{2} - 0.8 \cdot \frac{0.2}{2} \right)} = \sqrt{5 \cdot 2 \cdot 0.2} \frac{m}{c} = \sqrt{2} \frac{m}{c}$$

Ответ: 1) $\frac{5\sqrt{2}}{2} \frac{m}{c}$; 2) $\sqrt{2} \frac{m}{c}$.

$$4) Q = \Delta U + A_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \mu v_2^2 - \frac{3}{2} \mu v_1^2 = \frac{3}{2} \cdot 2 \mu \cdot 2 \mu v_1^2 - \frac{3}{2} \mu v_1^2 =$$

$$= \frac{9}{2} \mu v_1^2$$

$$A_1 = 2 \mu \cdot v_1 - \frac{\pi}{4} \mu v_1 = \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$$

$$Q = \frac{9}{2} \mu v_1^2 + \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1 = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$$

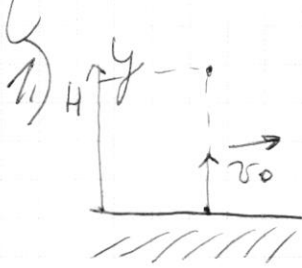
$$A = \mu v_1 - \frac{\pi}{4} \mu v_1 = \mu v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\mu v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{\left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

Ответ: $Q = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$; $A = \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$



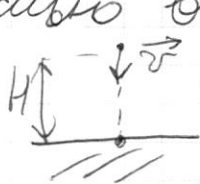
$$H = v_0 T - \frac{g T^2}{2}$$

$$v_0 = g T$$

$$H = g T^2 - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2}$$

$$H = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (3 \text{ с})^2}{2} = 45 \text{ м}$$

Первый осколок, ~~на~~ упавший на Землю
будет иметь скорость, направленную вер-
тикально вниз.



$$E_k = \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$H - v t - \frac{g t^2}{2} = 0$$

t - время падения осколка

$$\frac{g}{2} t^2 + v t - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

т.к. $t > 0$, то корень

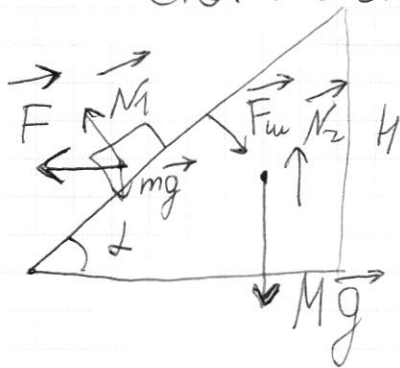
$$\frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} \text{ не подго-}$$

$$t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g} = \frac{(60 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 + 2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 45 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} - 60 \frac{\text{м}}{\text{с}} = (35 - 6) \text{ с} =$$

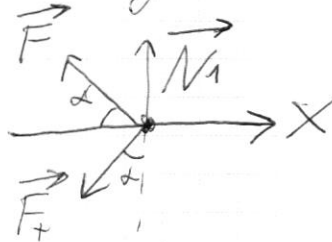
$$= (35 - 6) \text{ с}$$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$, $t = (35 - 6) \text{ с}$

2) 1) С.О. клина:

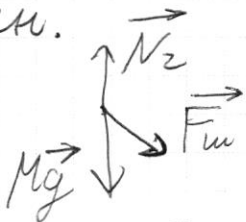


Рассмотрим силы, действующие на шайбу.



$$m a_{\text{ux}} = -F \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

Рассмотрим силы, действующие на клин.



$F_m = N_1$, чтобы клин покоился, необходимо, чтобы $F_m = 0$

$$N_1 = 0$$

$$N_1 + F \sin \alpha = mg \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{mg \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$m a_{\text{ux}} = -mg \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - mg \sin \alpha = -mg \sin \alpha \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 \right) = -\frac{mg}{\sin \alpha}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = v_0 t - \frac{a_{\text{ux}} t^2}{2}; \quad v_0 = a_{\text{ux}} t \Rightarrow t = \frac{v_0}{a_{\text{ux}}}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2 a_{\text{ux}}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 a_{\text{ux}} H}{\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 mg H}{\sin^2 \alpha}} = \frac{4}{0.18} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Если массы шайбы и клина одинаковы, то ~~и силы инерции, действующие ускорению шайбы.~~ $\frac{F}{m}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v = a_{\text{шт}} t$, где t — время, через которое шайба вернётся в начальное положение.

$$v_0 t - \frac{a_{\text{шт}} t^2}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{a_{\text{шт}}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$v = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 2v_0 \cos \alpha = 2 \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,6 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

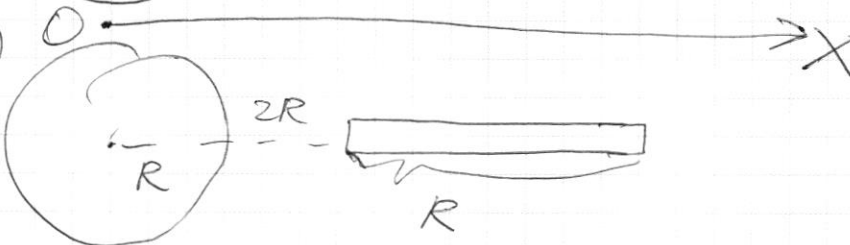
5.)

1.)



$$F_1 = \frac{kQq}{(3R-R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

2.)



Зависимость силы ΔF_2 от x :

$$\Delta F_2(x) = \frac{kQ\Delta q}{x^2}$$

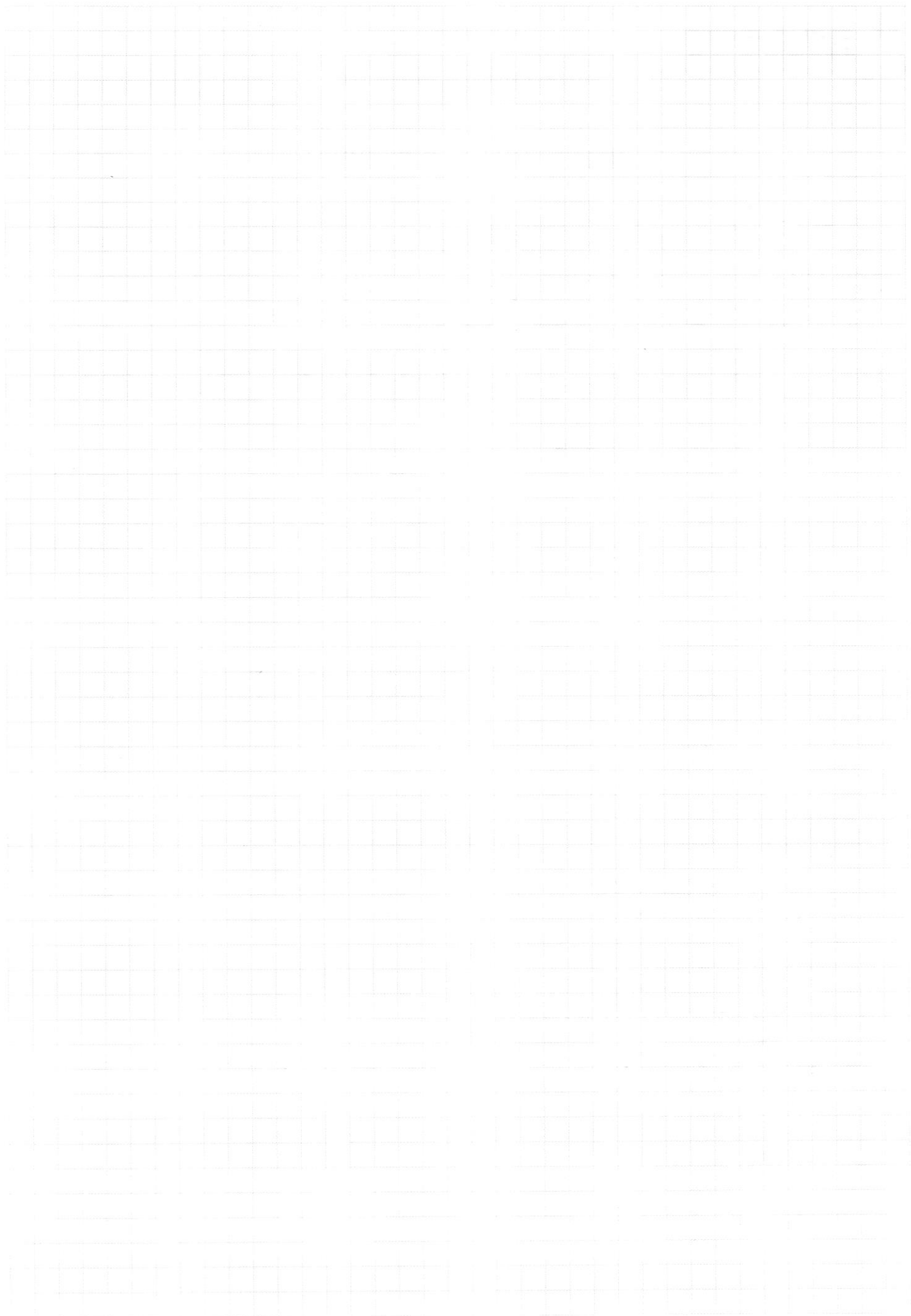
$$\frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{q}{R} \Rightarrow \Delta q = \frac{q}{R} \Delta x$$

$$\Delta F_2(x) = \frac{kQq}{R x^2} \Delta x$$

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{R x^2} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{2 \cdot 4R} + \frac{1}{3R} \right) =$$

$$= \frac{kQq}{12R^2}$$

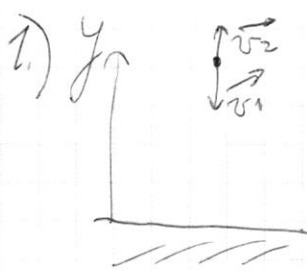
Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$mgh + \frac{mv^2}{2} = E_1$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

2) через какое время после вырыва перемещем на эту высоту?

$$1) H - vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 0$$

$$2) H + vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$$

~~$$t_2 = t_1 = \tau$$~~

$$vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = -vt_1 - \frac{gt_1^2}{2}$$

$$t_2 = \tau = 10 \text{ c}$$

$$v(t_1 + t_2) = \frac{g}{2}(t_2^2 - t_1^2)$$

~~$$H = \frac{10 \cdot 100}{2} = 60 \cdot 10$$~~

$$v = \frac{g}{2}(t_1 - t_2)$$

$$v = 5t_1 - t_2 = \frac{120 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 12 \text{ c}$$

$$H = vt - \frac{gt^2}{2}$$

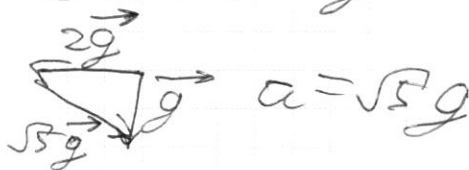
~~$$v_0 = gT$$~~

$$H = \frac{gT^2}{2} \quad H = \frac{10}{2} \cdot 9 = 45 \text{ m}$$

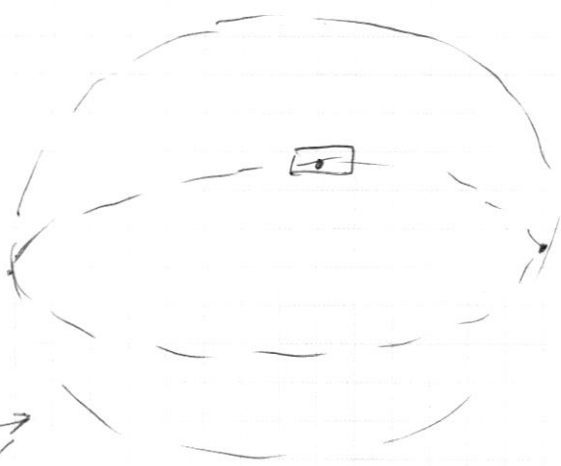
~~$$45 - 60t_1 - 5t_1^2 = 0$$~~

$$t_1^2 + 12t_1 - 9 = 0$$

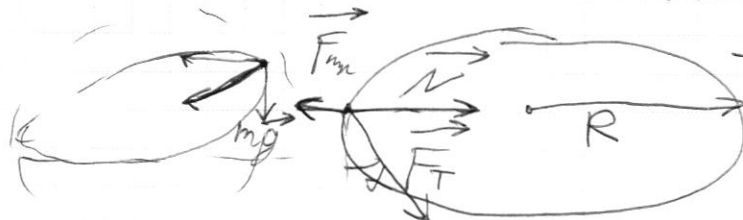
$$(t_2 - t_1) = \frac{2v}{g} = 30 \text{ c}$$



3.)



$$N = mg \cos \alpha$$



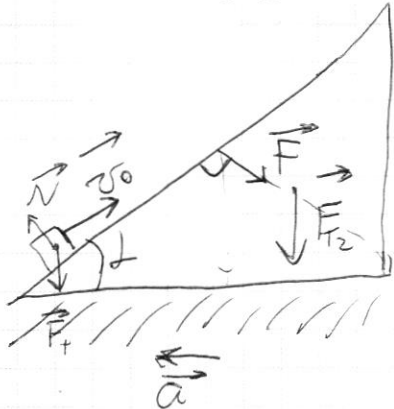
$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$$

~~$$N = F \sin \alpha$$~~
~~$$-F_{mp} = ma$$~~
~~$$F_{mp} = \mu N$$~~

$$\frac{v_{min}^2}{R} = g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$$

$$v_{min} = \sqrt{1.10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0.12\right) \frac{m}{c}} = \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{2} \frac{m}{c}}$$

2.)



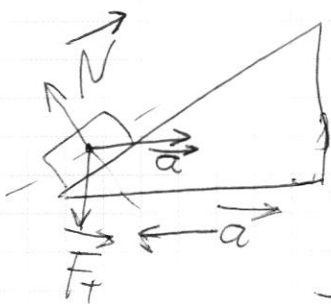
$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh + \frac{3mv_0^2}{2}$$

$$F \sin\alpha = 2ma$$

$$F = mg \cos\alpha$$

$$mg \sin\alpha \cos\alpha = 2ma$$

$$a = \frac{g \sin\alpha \cos\alpha}{2}$$



$$(a - g \mu) \sin\alpha = a_m$$

$$v_0 t - \frac{a_m t^2}{2} = \frac{H}{\sin\alpha}$$

$$t = \frac{v_0}{a_m}$$

$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{v_0^2}{2a_m} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2a_m H}{\sin\alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0.11 \left(\frac{\sin\alpha \cos\alpha}{2} + 1\right)}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 0.1^2 (1 - 0.16 \cdot 0.8)}{4 \cdot 0.18}} = \sqrt{5 \cdot 0.72} = \sqrt{3.6} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \frac{m}{c}$$

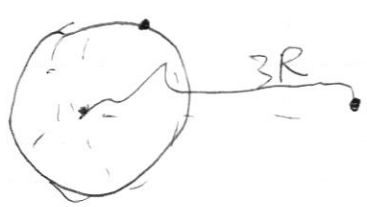
4) $\Delta Q = \Delta U + A_1$ $A_1 = 2\rho v_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho v_1$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1) A$$

$$A = \rho_1 v_1 - \frac{\pi}{4} \rho_1 v_1 = \rho_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho_1 v_1}{\frac{3}{2} \cdot 3\rho_1 v_1 + 2\rho_1 v_1 - \frac{\pi}{4} \rho_1 v_1} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

5.)

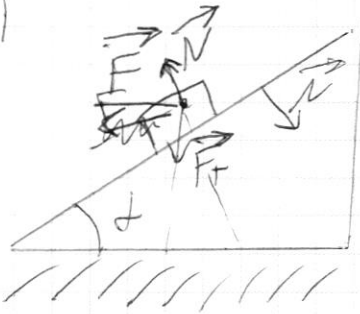


$$F_1 = E \cdot 4\pi R^2 q$$

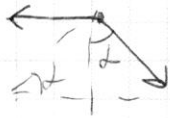
$$F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$$

C.O. Kuma

1)



$$ma_m = mg \sin \alpha + F \cos \alpha$$



$$F = N \sin \alpha$$

$$N + F \sin \alpha = mg \cos \alpha \Rightarrow N + N \sin^2 \alpha = mg \cos \alpha$$

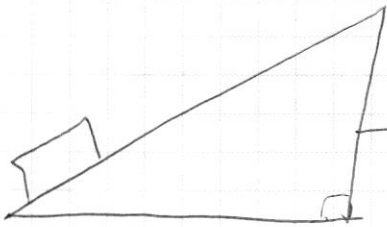
$$ma_m = mg \sin \alpha + \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$a_m = g \sin \alpha \left(1 + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \right)$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

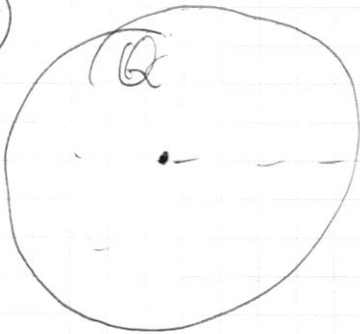
$$F = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2a_m} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2a_m H}$$



$$a = \frac{F}{m} = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} g$$

5)



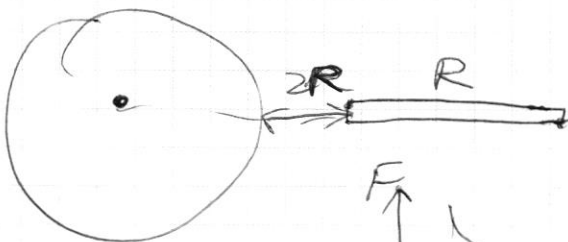
$$F_1 = Eq$$

$$F_1 = \sum \frac{kqQ}{R^2}$$

$$F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

$$-\frac{1}{x} \int \frac{kQq}{3R} \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) dx = \frac{kQq}{36R^2}$$

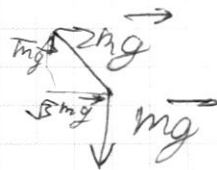
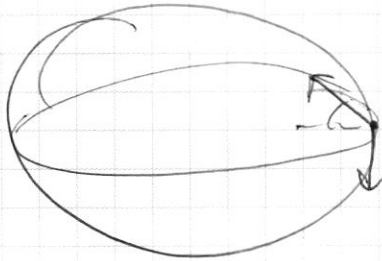
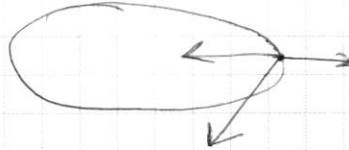
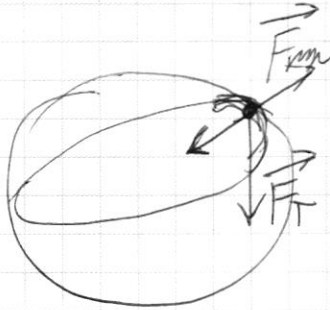
2)



$$F(x) = \frac{kQq}{x^2} \quad dq = \frac{q}{R} dx$$

$$F_{total} = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{x^2 R} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \left[-\frac{1}{x} \right]_{3R}^{4R} = \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R} \frac{4-3}{12R} = \frac{kQq}{12R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$N_x + mg \cos \alpha - \mu N = ma$$

$$N_y = mg \cos \alpha \quad N \cos \beta = mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$\frac{v^2}{R} = N_x + mg \sin \alpha - \mu \sqrt{m^2 g^2 \cos^2 \alpha + N^2}$$

$$\frac{v^2}{R} = \sqrt{N^2 - mg^2 \cos^2 \alpha} + mg \sin \alpha - \mu$$

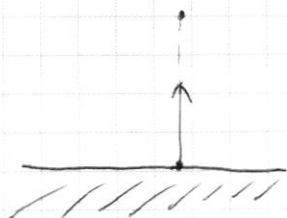
$$\frac{v^2}{R} = mg \sin \alpha + \mu N \sin \beta - \mu N = mg \sin \alpha + N (\mu \sin \beta - \mu)$$

$$\times (\sin \beta - \mu)$$

$$\frac{v^2}{R} = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$v_0 t - \frac{g t^2}{2} = H$$

$$T = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = gT \quad H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$



$$v = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v t_1 + \frac{g}{2} (t_2 - t_1)^2$$

$$45 + 60 t_1 - 5 t_1^2 = 0$$

$$v = \frac{g}{2} (t_1 + t_2)$$

$$\times (t_2 + t_1) = 0$$

$$t_2^2 + 12 t_2 - 9 = 0$$

$$(t_2 + 6)^2 = 45 \quad t_2 + 6 = 3\sqrt{5}$$

$$t_2 = 3\sqrt{5} - 6$$