

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

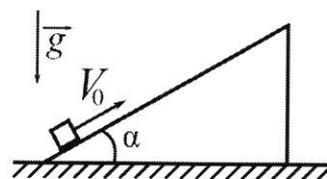
1. Фейерверк массой  $m=1\text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T=3\text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K=1800\text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau=10\text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos\alpha=0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

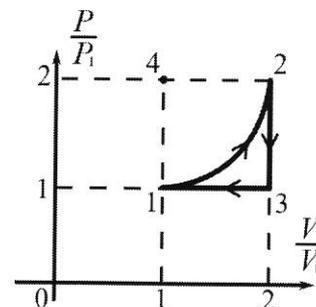
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha=45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu=0,8$ , радиус сферы  $R=1\text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g=10\text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q>0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q>0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

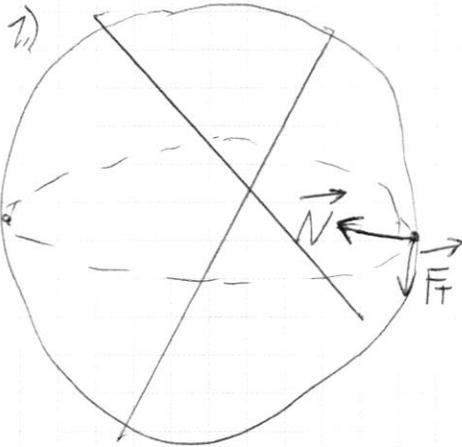
Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.)

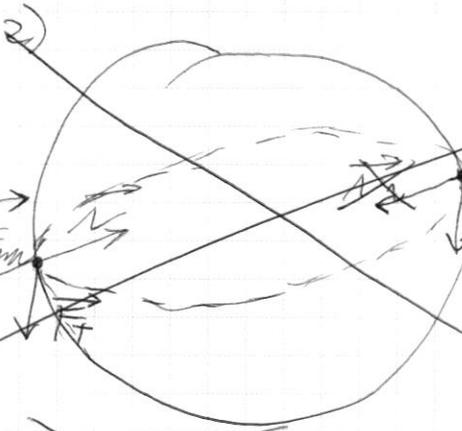


$$N = 2F_f$$

$$F = \sqrt{N^2 + F_f^2} = \sqrt{5} F_f$$

$$ma = F$$

$$a = \frac{\sqrt{5} mg}{m} = \sqrt{5} g \approx 22 \frac{m}{c^2}$$



~~$$N + F \sin \alpha - F_{fm} = ma$$

$$F_{fm}$$

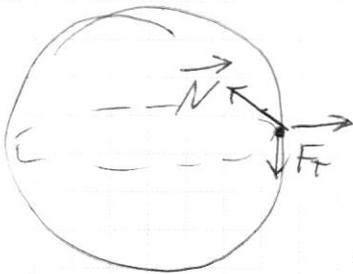
$$N \sin \alpha - F_{fm} - F \sin \alpha = ma$$

$$N \sin \alpha = F_f + F_{fm} \cos \alpha$$~~

~~$$F_{fm} = \mu N$$

$$N \sin \alpha - \mu N$$~~

1.)



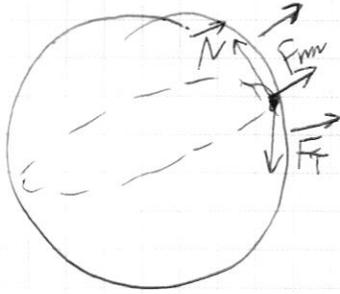
$$N \sin \varphi = mg$$

$$2mg \sin \varphi = mg$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{2}$$

$$N \cos \varphi = ma \Rightarrow a = \frac{2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{m} = \frac{\sqrt{3}}{2} g = 5\sqrt{3} \frac{m}{c^2}$$

2)



$$\begin{cases} N \sin B + mg \sin \alpha - \mu N = ma_y \\ N \cos B = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$mg \sin \alpha + \frac{mg \cos \alpha}{\cos B} (\sin B - \mu) = ma_y$$

$$mg \sin \alpha + mg \cos \alpha \left( \tan B - \frac{\mu}{\cos B} \right) = ma_y$$

п.к.  $\tan B$  возрастает от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ , а  $\cos B$  -

уменьшается, то наименьшее значение  $a_y$  будет

достигаться при  $B=0$

$$ma_y = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$\frac{v_{\min}^2}{R} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow v = \sqrt{gR(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$v_{\min} = \sqrt{10 \frac{m}{c} \cdot 2m \left( \frac{0.2}{2} - 0.8 \cdot \frac{0.2}{2} \right)} = \sqrt{5 \cdot 2 \cdot 0.2} \frac{m}{c} = \sqrt{2} \frac{m}{c}$$

Ответ: 1)  $\frac{5\sqrt{2}}{2} \frac{m}{c}$ ; 2)  $\sqrt{2} \frac{m}{c}$ .

$$4) Q = \Delta U + A_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \mu v_2^2 - \frac{3}{2} \mu v_1^2 = \frac{3}{2} \cdot 2 \mu \cdot 2 \mu v_1^2 - \frac{3}{2} \mu v_1^2 =$$

$$= \frac{9}{2} \mu v_1^2$$

$$A_1 = 2 \mu \cdot v_1 - \frac{\pi}{4} \mu v_1 = \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$$

$$Q = \frac{9}{2} \mu v_1^2 + \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1 = \left( \frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$$

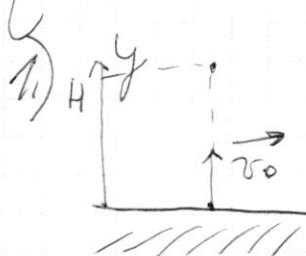
$$A = \mu v_1 - \frac{\pi}{4} \mu v_1 = \mu v_1 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\mu v_1 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right)}{\left( \frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

Ответ:  $Q = \left( \frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$ ;  $A = \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) \mu v_1$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$



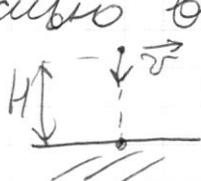
$$H = v_0 T - \frac{g T^2}{2}$$

$$v_0 = g T$$

$$H = g T^2 - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2}$$

$$H = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (3 \text{ с})^2}{2} = 45 \text{ м}$$

Первый осколок, ~~на~~ улавливаемый на Землю  
будет иметь скорость, направленную вер-  
тикально вниз.



$$E_k = \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$H - v t - \frac{g t^2}{2} = 0$$

$t$  - время падения осколка

$$\frac{g}{2} t^2 + v t - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

т.к.  $t > 0$ , то корень

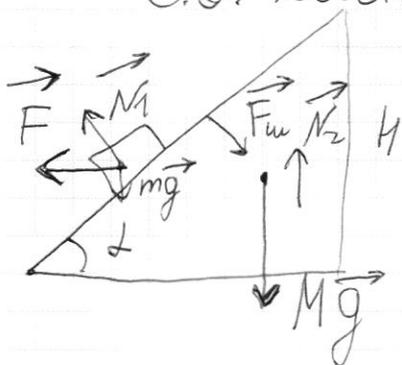
$$\frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} \text{ не подго-}$$

$$t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g} = \frac{(60 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 + 2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 45 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} - 60 \frac{\text{м}}{\text{с}} = (35 - 6) \text{ с} =$$

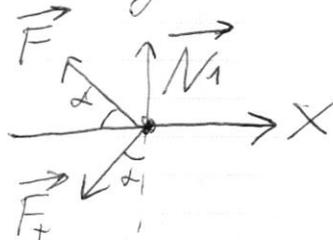
$$= (35 - 6) \text{ с}$$

Ответ:  $H = 45 \text{ м}$ ,  $t = (35 - 6) \text{ с}$

2) 1) С.О. клина:

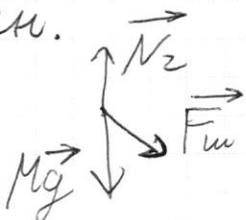


Рассмотрим силы, действующие на шайбу.



$$m a_{\text{ux}} = -F \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

Рассмотрим силы, действующие на клин.



$F \sin \alpha = N_1$ , чтобы клин покоился, необходимо, чтобы  $F \sin \alpha = 0$

$$N_1 = 0$$

$$N_1 + F \sin \alpha = mg \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{mg \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$m a_{\text{ux}} = -mg \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - mg \sin \alpha = -mg \sin \alpha \left( \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 \right) = -\frac{mg}{\sin \alpha}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = v_0 t - \frac{a_{\text{ux}} t^2}{2}; \quad v_0 = a_{\text{ux}} t \Rightarrow t = \frac{v_0}{a_{\text{ux}}}$$

$$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{v_0^2}{2 a_{\text{ux}}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 a_{\text{ux}} H}{\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 mg H}{\sin^2 \alpha}} = \frac{4}{0.18} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Если массы шайбы и клина одинаковы, то и ~~силы инерции, действующие~~ ускорение шайбы  $\frac{F}{m}$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v = a_{\text{шт}} t$ , где  $t$  — время, через которое шайба вернётся в начальное положение.

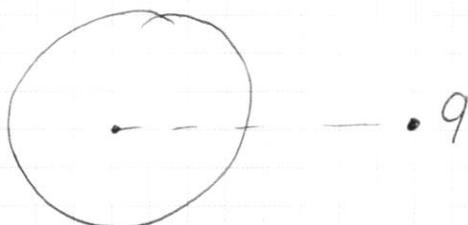
$$v_0 t - \frac{a_{\text{шт}} t^2}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{a_{\text{шт}}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$v = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 2v_0 \cos \alpha = 2 \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,6 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ:  $v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $v = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

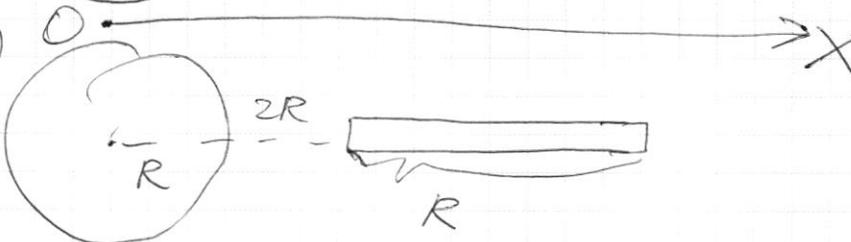
5.)

1.)



$$F_1 = \frac{kQq}{(3R-R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

2.)



Зависимость силы  $\Delta F_2$  от  $x$ :

$$\Delta F_2(x) = \frac{kQ \Delta q}{x^2}$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{q}{R} \Rightarrow \Delta q = \frac{q}{R} \Delta x$$

$$\Delta F_2(x) = \frac{kQq}{R x^2} \Delta x$$

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{R x^2} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \left( -\frac{1}{2 \cdot 4R} + \frac{1}{3R} \right) =$$

$$= \frac{kQq}{12R^2}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$ ;  $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

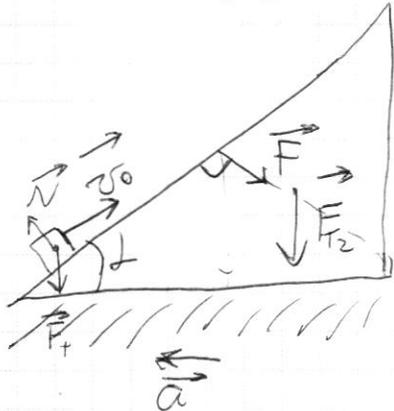
Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{v_{min}^2}{R} = g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$$

$$v_{min} = \sqrt{1.10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0.12\right) \frac{m}{c}} = \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{2} \frac{m}{c}}$$

2.)



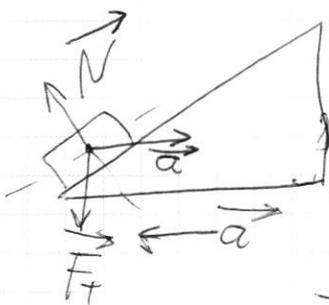
$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh + \frac{3mv_0^2}{2}$$

$$F \sin\alpha = 2ma$$

$$F = mg \cos\alpha$$

$$mg \sin\alpha \cos\alpha = 2ma$$

$$a = \frac{g \sin\alpha \cos\alpha}{2}$$



$$(a - g \mu \cos\alpha) = a_m$$

$$v_0 t - \frac{a_m t^2}{2} = \frac{H}{\sin\alpha}$$

$$t = \frac{v_0}{a_m}$$

$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{v_0^2}{2a_m} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2a_m H}{\sin\alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0.11 \left(\frac{\sin\alpha \cos\alpha}{2} + 1\right)}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 0.1^2 (1 - 0.16 \cdot 0.8)}{4 \cdot 0.18}} = \sqrt{5 \cdot 0.72} = \sqrt{3.6} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \frac{m}{c}$$

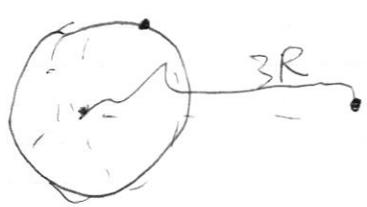
4)  $\Delta Q = \Delta U + A_1$       $A_1 = 2\rho v_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho v_1$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1) A$$

$$A = \rho_1 v_1 - \frac{\pi}{4} \rho_1 v_1 = \rho_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho_1 v_1}{\frac{3}{2} \cdot 3\rho_1 v_1 + 2\rho_1 v_1 - \frac{\pi}{4} \rho_1 v_1} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

5.)



$$F_1 = E \cdot 3Rq$$

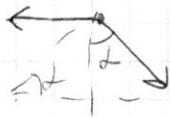
$$F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$$

C.O. Kuma

1)



$$ma_m = mg \sin \alpha + F \cos \alpha$$



$$F = N \sin \alpha$$

$$N + F \sin \alpha = mg \cos \alpha \Rightarrow N + N \sin^2 \alpha = mg \cos \alpha$$

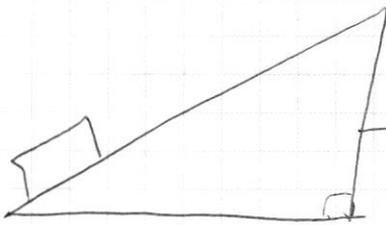
$$ma_m = mg \sin \alpha + \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$a_m = g \sin \alpha \left( 1 + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \right)$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

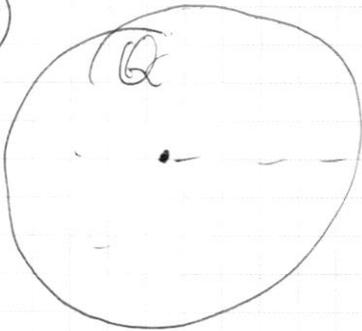
$$F = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2a_m} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2a_m H}$$



$$a = \frac{F}{m} = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} g$$

5)



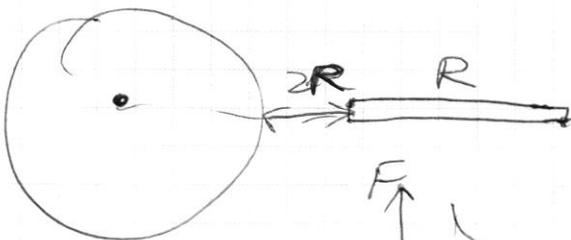
$$F_1 = Eq$$

$$F_1 = \sum \frac{kqQ}{R^2}$$

$$F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

$$-\frac{1}{x} \int \frac{kQq}{3R} \left( -\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) dx = \frac{kQq}{36R^2}$$

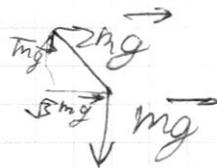
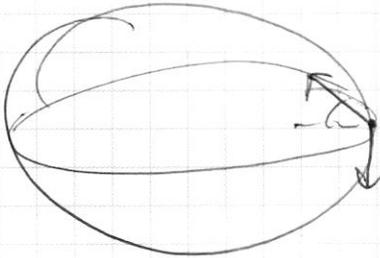
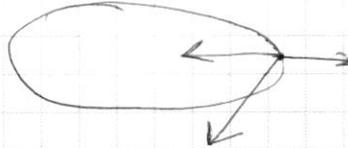
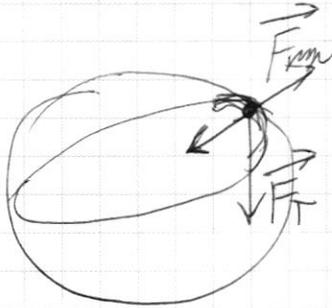
2)



$$F(x) = \frac{kQq}{x^2} \quad dq = \frac{q}{R} dx$$

$$F_{total} = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{x^2 R} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{R} \left[ -\frac{1}{x} \right]_{3R}^{4R} = \frac{kQq}{R} \left( \frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R} \left( \frac{4-3}{12R} \right) = \frac{kQq}{12R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$N_x + mg \cos \alpha - \mu N = ma$$

$$N_y = mg \cos \alpha \quad N \cos \beta = mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$\frac{v^2}{R} = N_x + mg \sin \alpha - \mu \sqrt{m^2 g^2 \cos^2 \alpha + N^2}$$

$$\frac{v^2}{R} = \sqrt{N^2 - mg^2 \cos^2 \alpha} + mg \sin \alpha - \mu$$

$$\frac{v^2}{R} = mg \sin \alpha + \mu N \sin \beta - \mu N = mg \sin \alpha + N \mu (\sin \beta - \mu)$$

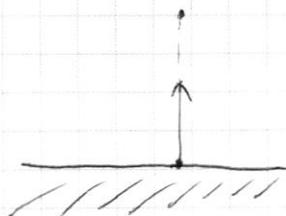
$$\times (\sin \beta - \mu)$$

$$\frac{v^2}{R} = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$v_0 t - \frac{g t^2}{2} = H$$

$$T = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = gT$$

$$H = \frac{g T^2}{2} = 45 \text{ м}$$



$$v = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v t_1 + \frac{g}{2} (t_2 - t_1)^2$$

$$45 + 60 t_1 - 5 t_1^2 = 0$$

$$v = \frac{g}{2} (t_1 + t_2)$$

$$\times (t_2 + t_1) = 0$$

$$t_2^2 + 12 t_2 - 9 = 0$$

$$(t_2 + 6)^2 = 45$$

$$t_2 + 6 = 3\sqrt{5}$$

$$t_2 = 3\sqrt{5} - 6$$