

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

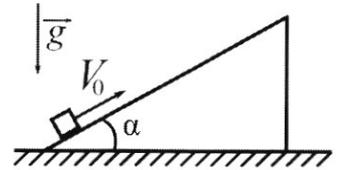
(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? ~~Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.~~

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

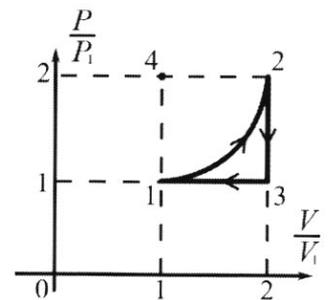
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

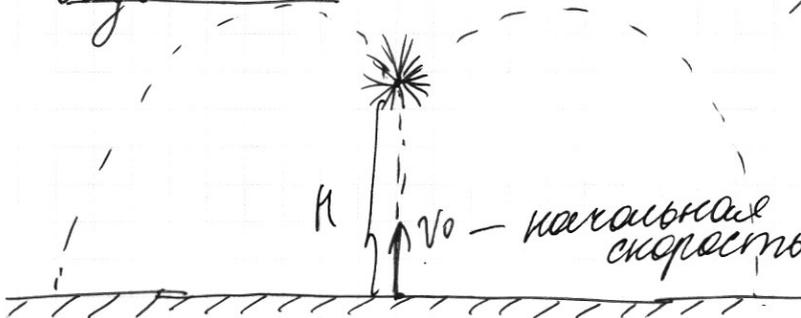
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.



1) по условию двигатель совершил работу по разгону ~~массы~~ мгновенно; тогда:

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = mgH$$

на ~~данной~~ высоте

(по деп, когда он взорвется масса ~~будет~~ в верхней точке траектории \Rightarrow его скорость = 0).

Для равноускоренного движения в поле тяжести запишем:

$$v_0 t = g \quad v_0 = gT; \quad \text{отсюда } \boxed{v_0 = 30 \text{ м/с}}$$

$$\boxed{H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{900}{20} = 45 \text{ м}}$$

(из ЗСЭ)

2) Взрыв ~~внутренний~~ по условию придает осколку ~~одинаковую~~ скорость, тогда для всех осколков:

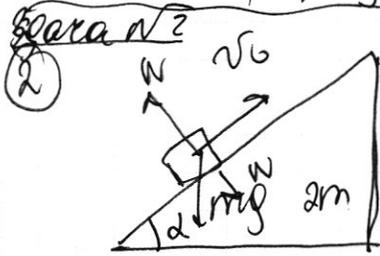
$$\text{ЗСЭ: } K = \frac{\sum m_i \cdot v^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad (\sum m_i = m = 1 \text{ кг})$$

$$\text{отсюда } v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 60 \text{ м/с.}$$

Первым, кто упадет - осколок, полетевший вертикально вниз. Запишем для него ур-ние движения:

$$H = vt + \frac{gt^2}{2} \quad \frac{gt^2}{2} + vt - H = 0; \quad t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$t = -6 \pm 3\sqrt{5}$; отрицательное время отбрасываем \Rightarrow
 $\Rightarrow t = 3\sqrt{5} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2) \text{ с}$ - время от взрыва до падения первого осколка. После возникновения вопроса сразу нарисуйте схему, через какое время после взрыва ударит первый осколок на землю.
 Ответ: 2) через $t = 3(\sqrt{5} - 2) \text{ с}$; 1) $H = 45 \text{ м}$.



1) Запишем ЗСЭ две системы!

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + (2m+m) \cdot \frac{v_k^2}{2}$$

$\cos \alpha = 0.6$ (в момент, когда шайба относительно шипа остановится (она достигнет максимальной высоты), их скорости шайбы и шипа в замкнутой будут одинаковые).

2) ЗСЭ две системы, $v_{ш}$ на горизонтальную ось.

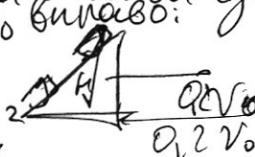
$$mv_0 \cos \alpha = 3mv. \text{ отсюда } v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3} = 0.2v_0.$$

3) возвращаемся к ЗСА и представим:

$$\frac{v_0^2}{2} - \frac{3v_k^2}{2} = gH; \quad v_0^2(1 - 3 \cdot 0.04) = 2gH;$$

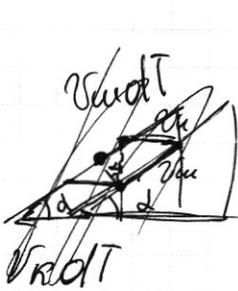
$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - 3 \cdot 0.04}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 9.8}{0.88}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3 \cdot 25}{8822 \cdot 11}} = 5\sqrt{\frac{2}{11}} \text{ м/с}.$$

3) Теперь массы шипа и шайбы одинаковые, тогда запишем ЗСЭ в со с $0.2v_0$ выбро:

$$mgH = \frac{mv_{k1}^2}{2} + \frac{mv_{k2}^2}{2}$$


Теперь запишем связь на скорости шипа и шайбы:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_k \cos \alpha = v_k$$

связь на скорости
из неравномерного
движения.

$$2gh \cos \alpha = v_k^2 + \frac{v_k^2}{\cos^2 \alpha}; \quad v_k^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha} \right) = 2gh$$

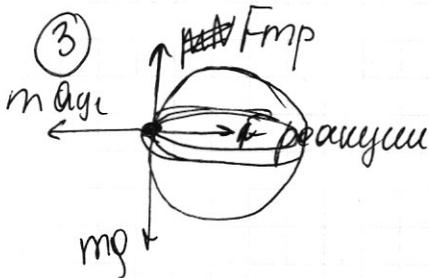
$$v_k = \sqrt{\frac{2gh \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + 1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 0,36}{1,36}}$$

$$= \sqrt{\frac{1,44}{1,36}} = 3 \sqrt{\frac{2}{17}} \text{ м/с}$$

$$\frac{136}{100} = \frac{36}{25} = \frac{68}{50}$$

Ответ: 1) $v_0 = 5 \sqrt{\frac{2}{11}} \text{ м/с}$; 2) $v_k = 3 \sqrt{\frac{2}{17}} \text{ м/с}$

Задача №3



Заметим, что в условиях устойчивого
движения, полная сила действующая
шаром на сферу $F_R = \sqrt{(F_{mpr})^2 +$

$$F_R = \sqrt{(F_{mpr})^2 + (F_{reaktsii})^2}$$

По рисунку заметим,

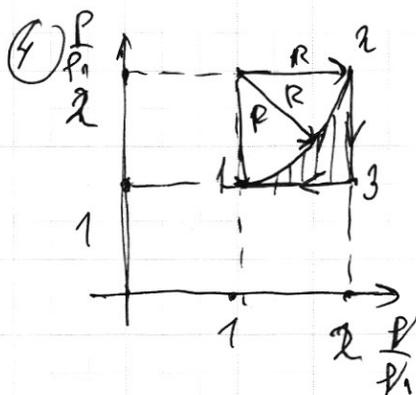
что $F_{mpr} = mg$

$F_{reaktsii} = m \cdot a_{yc}$ (для уравновешивания шаром)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_{\text{min}} = \sqrt{\frac{10 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{4}{5}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \cdot 9.5}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}}$$

Ответ: 1) $a = \sqrt{3}g$; 2) $V_{\text{min}} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}}$



Задача 4
1) $Q_{\text{подведённое}}$ в результате расширения =
 $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{21}$

A_{12} - площадь под кривой 12

$$\Delta U_{21} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{12} &= P_1 V_1 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1 = \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1 \\ \Delta U_{21} &= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 4.5 P_1 V_1 \end{aligned} \right\} Q_{12} = \left(6.5 - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1$$

Кратк. - Мерк.:

$$\left. \begin{aligned} P_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ 4 P_1 V_1 &= \nu R T_2 \end{aligned} \right\} \nu R (T_2 - T_1) = 3 P_1 V_1$$

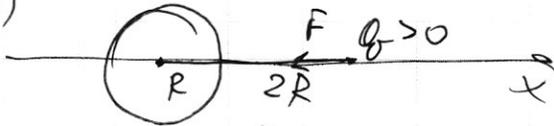
2) $A_{\text{газа за цикл}} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) + 0 + (-P_1 V_1) =$
 $A_{\text{газа за цикл}} = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

3) $\eta_{\text{цикла}} = \frac{A_{\text{газа}}}{Q_{\text{подведённое}}} = \frac{P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{P_1 V_1 \left(6.5 - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6.5 - \frac{\pi}{4}}$
 $Q_{\text{подведённое}} = Q_{12}$; т.к. на участках 23 и 31 газ охлаждается

Ответ: 1) $Q_{\text{огоб}} = (6,5 - \frac{\pi}{4}) P_1 V_{1i}$; 2) $A_{\text{уам}} = (1 - \frac{\pi}{4}) P_1 V_{1i}$
 3) $\eta_{\text{уам}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}}$.

Задача №5

1) $Q < 0$



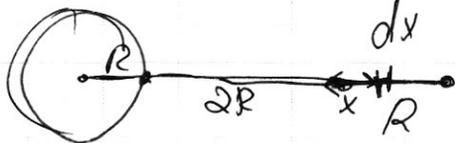
1) Находим поле от сферы в точке, где шарик:

по т. Гаусса: $E_* \cdot 4\pi (3R)^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$E_* = \frac{q}{36\pi R^2 \epsilon_0} \quad \left(\begin{array}{l} \text{поле в точке} \\ \text{от шара по модулю} \end{array} \right)$$

$$F_{\text{шарик в точке}} = E_* \cdot q = \frac{q^2}{36\pi R^2 \epsilon_0} = \frac{kq^2}{9R^2}$$

2)



$Q = \lambda R$; где λ — линейная плотность заряда.

$$\lambda = \frac{Q}{R}$$

$$dq = \lambda dx$$

$$dF = \frac{kQdq}{(3R+x)^2} = \frac{kQ\lambda dx}{(3R+x)^2} = \frac{kQ\lambda \cdot dx}{R \cdot (3R+x)^2}$$

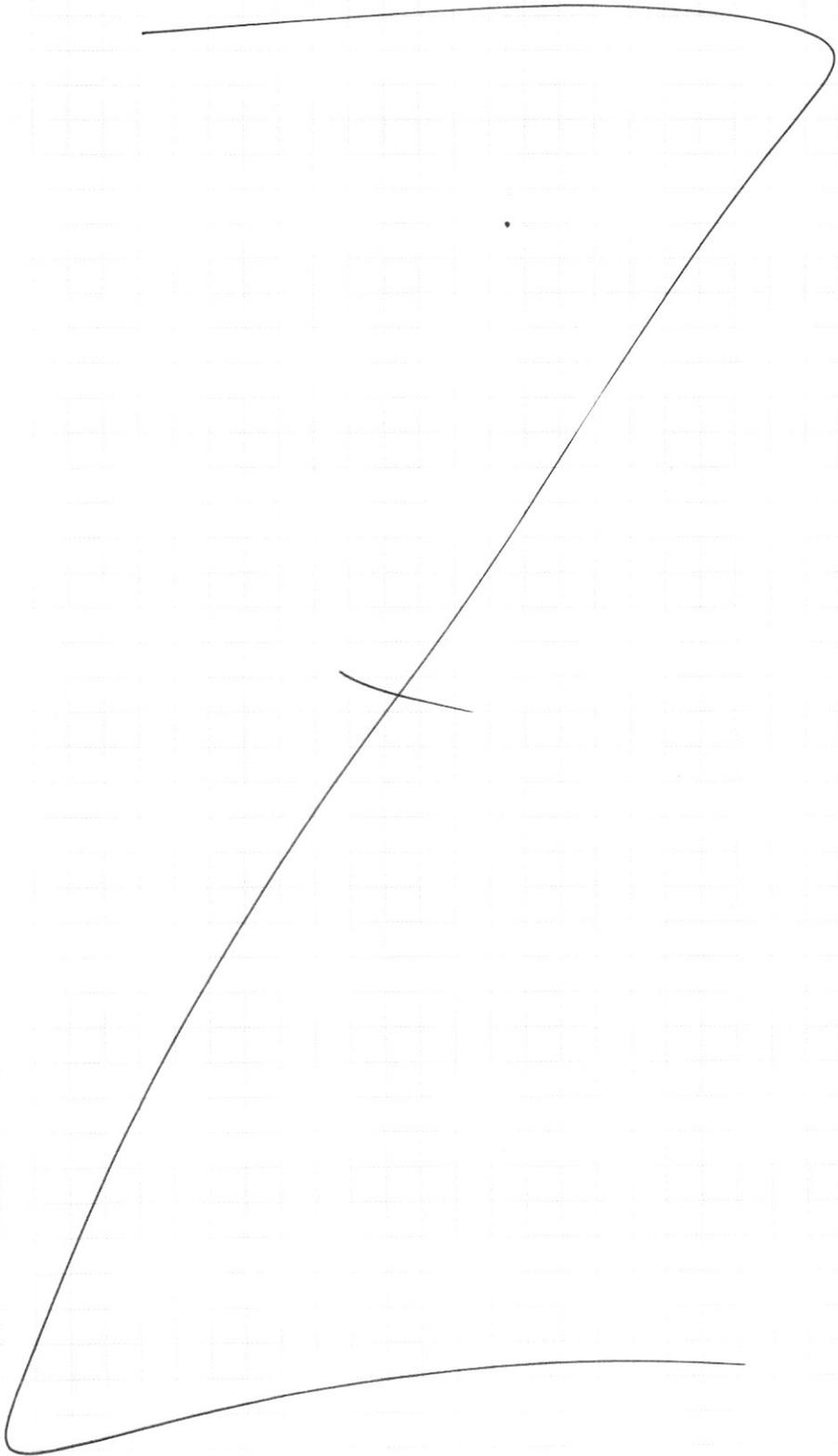
$$d(3R+x) = dx$$

$$\int dF = \frac{kQ\lambda}{R} \int \frac{dx}{(3R+x)^2} = \frac{kQ\lambda}{R} \int \frac{d(3R+x)}{(3R+x)^2} = \frac{kQ\lambda}{R} \left[-\frac{1}{3R+x} \right]_0^R = \frac{kQ\lambda}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) =$$

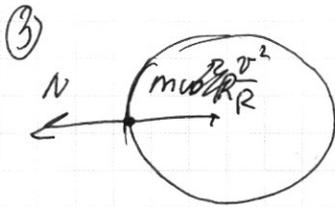
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{kqQ}{R} \cdot \frac{r}{12R} = \boxed{\frac{kqQ}{12R^2}}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$; 2) $F_2 = \frac{kqQ}{12R^2}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

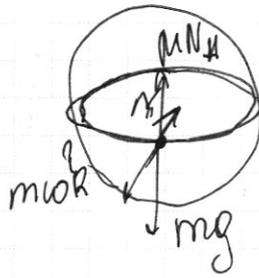


$$m \frac{v^2}{R} = 2mg \text{ по уса.}$$

$$v^2 = 2gR \quad a = 2g$$

Считаем,

$\mu = 0,8$
 $R = 1 \text{ м}$
 $\alpha = 45^\circ$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$



$$N_{\parallel} = m\omega^2 R = 2mg$$

$$\mu N_{\parallel} = mg$$

$$\mu m\omega^2 R = mg, \quad \omega^2 R = a = \frac{g}{\mu} = \frac{g}{0,8} = \frac{5}{4}g$$

$$\sqrt{(\mu N_{\perp})^2 + (N_{\parallel})^2} = 2mg$$

$$= \frac{50 - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{10 \cdot 1 - 0,4\sqrt{2}}{(10,5 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \text{ м/с}}$$

$$N_{\parallel} (1 + \mu) = 2mg$$

$$0,8 \cdot m\omega^2 R = 2mg$$

$$0,8 \cdot \frac{5}{4} g \cdot m = 2mg$$

$$\frac{5}{4}$$

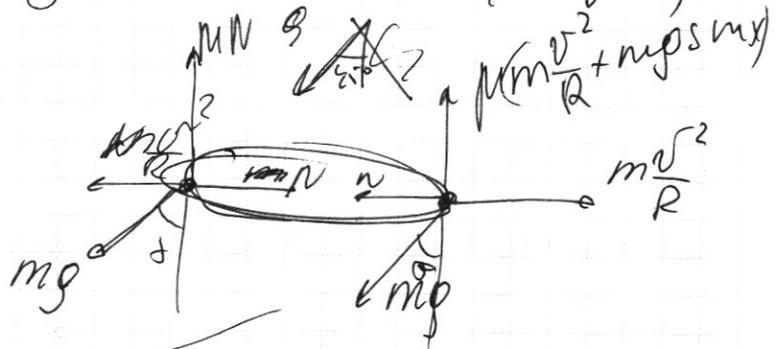
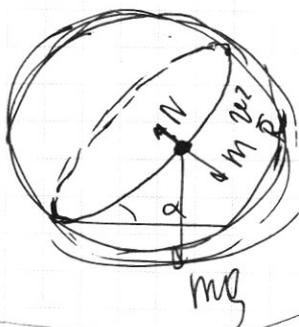
$$m\omega^2 R = 2g$$

$$a = 2g$$

$$\sqrt{\frac{16+25}{25}} \cdot m\omega^2 R \frac{5}{4} g = 2mg$$

Если «сильно» обозначена
только сила реакции, то

$$\mu m\omega^2 R = mg \text{ если } v = \text{const. (по уса.)}$$



$$\mu g = \mu \left(m \frac{v^2}{R} - mg \sin \alpha \right)$$

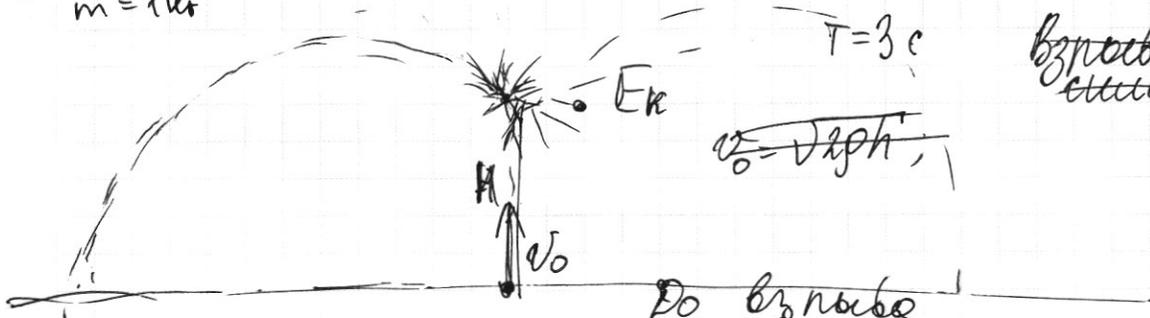
$$\frac{v^2}{R} = (g + \mu g \sin \alpha) \mu$$

$$\mu g \sin \alpha + m \frac{v^2}{R} = N / (g - \mu g \sin \alpha) \mu$$

$$(m \frac{v^2}{R} + \mu g \sin \alpha) \mu = mg \quad (g - 0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} g) \mu$$

$$v^2 = \frac{(mg - \mu g \sin \alpha) R}{0,8}$$

① $m = 1 \text{ кг}$



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + E_k$$

До взрыва
1) $\frac{mv_0^2}{2} = mgH \rightarrow 3C3$

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \rightarrow \text{равнозначен} \\ \text{пенные } \text{два} \\ \text{матрице}$$

$$v_0^2 = 2g v_0 t - g^2 t^2$$

$$v_0^2 - 2gt v_0 + g^2 t^2 = 0$$

$$v_0 = \frac{2gt \pm \sqrt{4g^2 t^2 - 4g^2 t^2}}{2} = gt = 30 \text{ м/с}$$

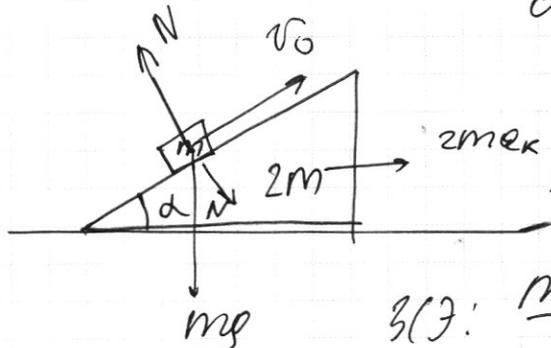
~~3v_0 = 45 = 15 = v_0~~

$$H = 90 - \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

а) в течение 10 секунд (по условию)

$$\begin{aligned} & 264 \cdot 4 \\ & 800 + 240 + 16 = 1056 \\ & \frac{1200}{264} \div 2 = \frac{1056}{264} = 4 \\ & \frac{1056}{66} = 16 \end{aligned}$$

②



$\cos \alpha = 0.6$

$$2 \max = N \sin \alpha$$

3C3: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mv^2}{2} + mgh$

$$3 - 0.36 = 2.64$$

3C4:

$$mv_0 \cos \alpha = 3mv$$

$$v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

отсюда $\frac{3mv_0^2}{8} = \frac{3m v_0^2 \cos^2 \alpha}{18} + mgh$

$$\frac{3v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{6g} = h$$

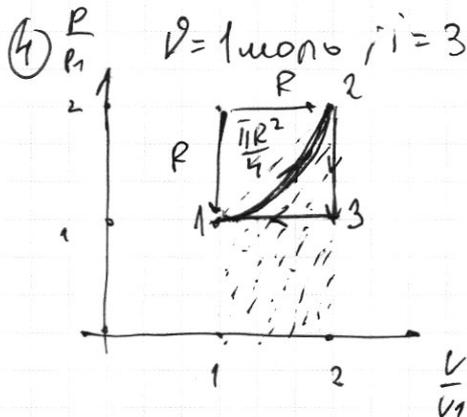
$$\frac{3v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{6g} = gh$$

$$v_0^2 \left(\frac{3 - \cos^2 \alpha}{6g} \right) = h$$

$$v_0^2 = \sqrt{\frac{6gh}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10 \cdot 0.2}{3 - 0.36}} = \sqrt{\frac{12}{2.64}}$$

$$\frac{0.36}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



А газа расширение = $(U_2 - U_1) + A_{12}$

Q газа = $A + \Delta U$

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A}{A + \Delta U} =$

4) А за цикл = S фигуры $P_1 V_1 = \left(P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi R^2 P_1 V_1 \right) P_1 V_1 =$
 $= \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$

~~$y^2 + x^2 = R^2$~~
 ~~$y = \sqrt{R^2 - x^2}$~~
 ~~\dots~~

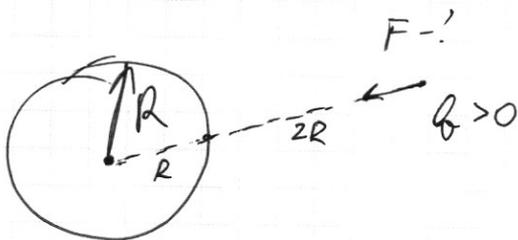
1) Q подведенное = $A_{12} + \Delta U_{12} = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) +$
 $+ \frac{3}{2} V R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} 3 P_1 V_1 + P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) =$

$V R T_2 = 4 P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right)$

$V R T_1 = P_1 V_1$

3) $\eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}}$

5) $Q < 0$



$E_{\text{ср}} = 4\pi x^2 = \frac{4\pi R^2 Q}{\epsilon_0}$
 $(x > R)$

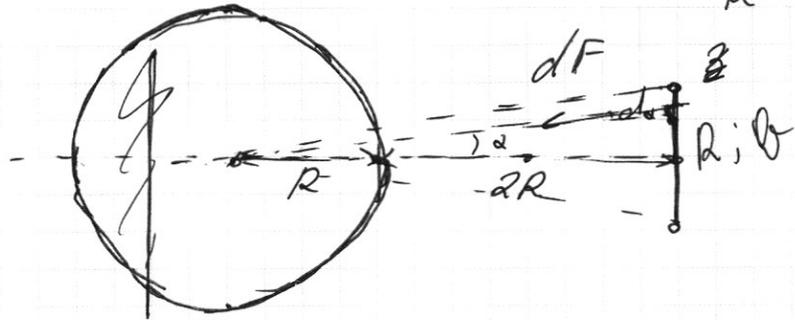
$E_{\text{ср}} = \frac{Q}{4\pi x^2 \epsilon_0}$

$F_1 = E_{\text{ср}} q = \frac{Qq}{4\pi \epsilon_0 \cdot x^2} = \frac{Qq}{36\pi \epsilon_0 R^2}$

$x = 3R$

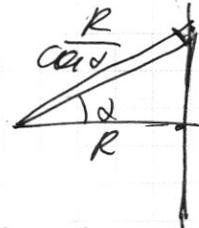
2

$$l = \frac{Q}{R}$$



$$\frac{3R}{\cos^2 \alpha} d\alpha \cdot d = dQ, \text{ где } l = \frac{Q}{R}$$

$$dF_{||} = \frac{kQ dQ \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{9R^2}$$



$$dF = \frac{kQ \cdot 3R d\alpha \cos \alpha}{9R^2}$$

$$\int \frac{kQ Q}{R} \left(\frac{d \sqrt{3R+x}}{(3R+x)^2} \right) =$$

$$\int dF = \frac{kQ Q}{3R^2} \int \cos \alpha d\alpha$$

$$\sin \alpha_{кон} = \frac{\frac{R}{2}}{\sqrt{(3R)^2 + (\frac{R}{4})^2}}$$

$$\sin \alpha_{нач} = 0$$

$$F = \frac{kQ Q}{3R^2} \left[\sin \alpha \right]_{\alpha_{нач}}^{\alpha_{кон}}$$

$$\sin \alpha_{кон} = \frac{0,5R \cdot 2}{9R \sqrt{37}} =$$

$$= \frac{kQ Q}{3R^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{37}}$$

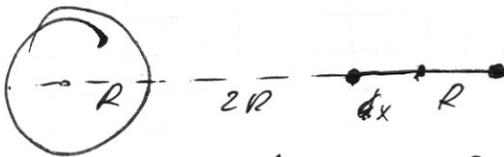
$$\frac{9 + \frac{1}{4}}{\frac{36}{4}} = \frac{R}{\sqrt{37}}$$

3,5

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = 2\sqrt{3}$$

$$dF = kQ$$

$$\frac{kQ Q}{12R}$$



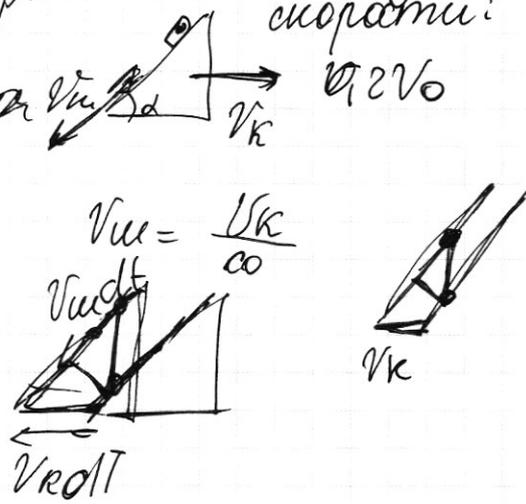
$$dQ = l dx \quad dF = \frac{kQ l dx}{(3R+x)^2} = \frac{kQ Q dx}{R (3R+x)^2}$$

$$\int \frac{kQ Q dx}{(3R+x)^2} = -\frac{kQ Q R}{4R^2} - \frac{kQ Q R}{3R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗСЭ:
 $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{uc}^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}$
 ЗСЧ: раз темень $\frac{mv_0^2}{2}$ массе равны, то, следовательно скорости:

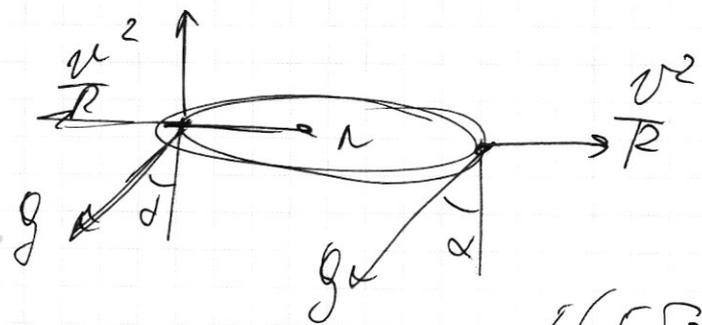
$$mgH = \frac{mv_k^2}{2} + \frac{mv_{uc}^2}{2}$$



$$g^2 + a_{yc}^2 = 4g^2 \quad F_R = \sqrt{(mg)^2 + (ma_{yc})^2} =$$

$$a_{yc} = \sqrt{3}g = \omega^2 R = \sqrt{(F_{mp})^2 + (F_{реакц})^2}$$

тогда $\mu a_{yc} = g$; $0,8 \cdot \sqrt{3}g = g \Rightarrow$ сила трения пока не скользнула



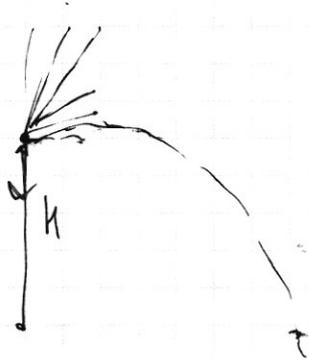
$$\frac{5(5\sqrt{2} + 4\sqrt{2})}{\dots}$$

$$m \frac{v^2}{R} + mg = N$$

$$m \frac{v^2}{R} + m g \frac{\sqrt{2}}{2} = g \frac{\sqrt{2}}{2} \quad m \frac{v^2}{R} = \frac{0,8 g \sqrt{2}}{10}$$

$$v = \sqrt{\frac{g \sqrt{2} R}{m \cdot \frac{0,8}{10}}} = \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}}$$

Через стволы поск буровия
 В-н первой оселкой
 поскителе
 земли.



$$K = 1800 \text{ Дм} = \frac{\text{см} \cdot \cancel{\text{м}}^2}{2}$$

$$v_{\text{уст}} = \sqrt{\frac{3600 \text{ Дм}}{1 \text{ м}}} =$$

$$= 60 \text{ м/с}$$

= скорости которого
 куски

Первый кусок упадет
 тот, кто полетит
 вертикально вниз.

$$H = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$30 + \frac{10 \cdot t^2}{2} = 60t + \frac{9.8t^2}{2}$$

$$\frac{gt^2}{2} + vt - K = 0$$

$$2 \cdot 10 \cdot 45 \cdot \frac{10}{2} = 60 \pm \sqrt{3600 + 900}$$

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45 \cdot 9.8}}{10}$$

$$\sqrt{4500} = \sqrt{45 \cdot 100} = 10 \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \cdot 10 = 30\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} - 6$$

$$32\sqrt{5} - 6 \cdot 10 = 32\sqrt{5} - 60$$

$$60 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} - 360 + 10 \cdot 5 - 210 \cdot 8 \cdot \sqrt{5} + 360$$

$$-360 + 450 + 180 = 270$$

$$32\sqrt{5} \cdot 60 - 6 \cdot 60 + 5 \cdot 9 \cdot 5 - 10 \cdot 18 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot 36$$

$$\rightarrow 360 + 180 + 5 \cdot 45 = 5 \cdot 45 - 180 =$$

270