

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня $H = 10$ м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта $h = 7$ м.



- 1) Найдите начальную скорость V_0 камня.
- 2) Найдите $\cos \beta$ (см. рис.), здесь β - угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

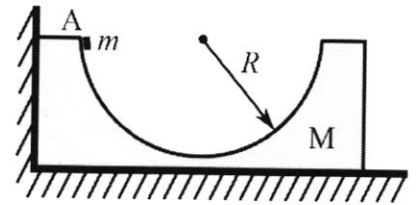
2. Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса $R = 1,2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) За какое минимальное время T автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом.

- 2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} , равномерного движения модели по окружности радиуса $R = 1,2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m . Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты $H = \frac{2R}{3}$, отсчитанной от нижней точки

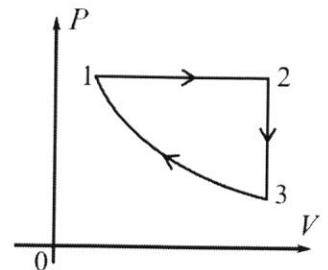


полусферы.

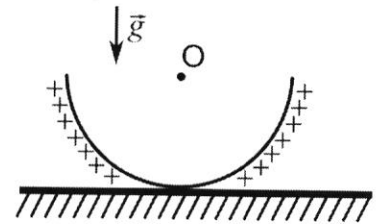
- 1) Найдите массу M бруска.
- 2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.
- 3) С какой по величине силой P брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость V_{MAX} ? Ускорение свободного падения g .

4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в $n = 8$ раз.

- 1) Найдите КПД такого цикла. *Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.*



5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m . Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точку O переносят точечный заряд $Q > 0$.



- 1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда Q из бесконечности в точку O . Электрическая постоянная ϵ_0 .
- 2) С какой по величине силой P полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда Q из бесконечности в точку O ? Ускорение свободного падения g .

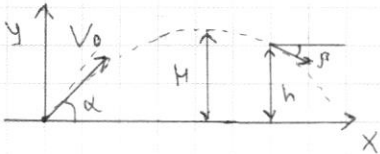
Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Пусть $V_y = V_0 \cdot \sin \alpha$; $V_x = V_0 \cdot \cos \alpha$

Дано: $\alpha = 45^\circ$; $H = 10 \text{ м}$; $h = 7 \text{ м}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$



Запишем условие полета камня до высшей точки траектории.

$$\begin{cases} 0 = V_y - gt & \text{т.к. в верхней точке у камня только горизонт. скорость.} \\ H = V_y t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_y = gt \\ H = \frac{V_y t}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{V_y}{g} \\ t = \frac{2H}{V_y} \end{cases} \Rightarrow V_y = \sqrt{2gH} = V_0 \cdot \sin \alpha$$

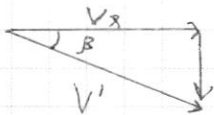
$$V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 20 \text{ м/с}$$

Найдем скорость V' в момент удара по закону сохранения энергии

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{mV'^2}{2} \Rightarrow V'^2 = V_0^2 - 2gh \Rightarrow V' = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$$

Заметим, что горизонтальная скорость в этот момент также равна

$V_x = V_0 \cdot \cos \alpha$ — она постоянна в течение полета.



$$\cos \beta = \frac{V_x}{V'} = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 - 2gh}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{260}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$$

Ответ: 1) $V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} = 20 \text{ м/с}$; 2) $\cos \beta = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 - 2gh}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$

1.



$$V_y = gt$$

$$H = Vy t - \frac{gt^2}{2} = \frac{Vy t}{2}$$

$$t = \frac{2H}{Vy} = \frac{V_y}{g}$$

$$V_y^2 = 2gH$$

$$V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 10}{\sin \alpha} = 20 \text{ m/s}$$

Полетная

$$Vy = Vy - gt$$

$$h = Vy t - \frac{gt^2}{2}$$

$$5t^2 - 10\sqrt{2}t + 7 = 0$$

$$200 - 140 = 60 \quad 2\sqrt{5}$$

$$t = \frac{10\sqrt{2} \pm 2\sqrt{5}}{10}$$

$$10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \pm 2\sqrt{5} = Vy$$

$$10\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{5}$$

$$200 + 60$$

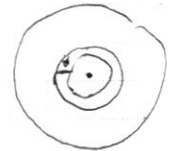
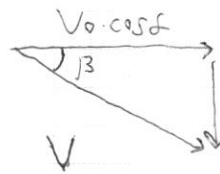
$$\frac{10\sqrt{2} \pm 2\sqrt{5}}{\sqrt{260}} = \sqrt{\frac{19}{12}}$$

2) $mV_0 \cdot \sin \alpha + mV_0 \cdot \cos \alpha =$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{mV^2}{2}$$

$$V^2 = V_0^2 - 2gh$$

V_x



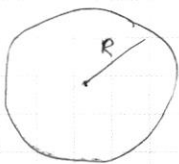
$$\cos \beta = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{V} = \frac{V_0 \cdot \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 - 2gh}} = \frac{20}{\sqrt{20^2 - 13}} = \frac{\sqrt{29} \sqrt{10}}{\sqrt{17}} = \sqrt{\frac{10}{13}}$$

$$400 - 140$$

$$260 = 2 \cdot 130 = 4 \cdot 65 = 20 \cdot 13$$

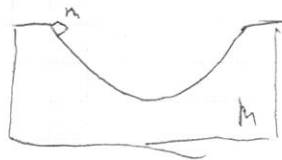


2.



$$\frac{J \cdot R}{2} =$$

$$F = \mu mg$$

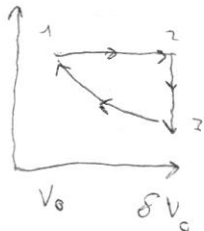


$$m g R = \frac{2mg R}{3} + \frac{M_0 V^2}{2}$$

$$\frac{m g R}{3} = \frac{M V^2}{2}$$



U.



$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A}{A + \frac{3}{2} J R (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + \frac{3}{2} J R (\sqrt{2} - \sqrt{1})}$$

$$P_1 V_1 = J R \sqrt{1}$$

$$P_1 V_2 = J R \sqrt{2}$$

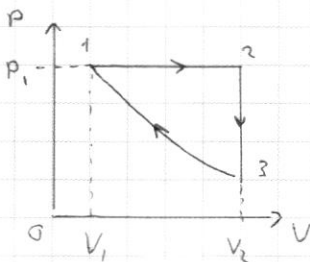
$$P_2 V_2 = J R \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1}$$

$$\frac{A}{A + \frac{3}{2} J R (\sqrt{3} - \sqrt{1})}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4



Дано:

1-2 - изобара; 2-3 - изохора; 3-1 - адиабата

$$V_2 = V_1 \cdot n; \quad n = 8$$

$$\text{Для } 3-1: pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$$

Запишем условия для точек 1, 2, 3: , где T_k - температура точки k

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 & p_1 V_1 = \nu R T_1 & \text{т.к. } 3-1 \text{ адиабата; т.о.} \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 & \Rightarrow 8 p_1 V_1 = \nu R T_1 & p_2 V_2^{\frac{5}{3}} = p_1 V_1^{\frac{5}{3}} \\ p_2 V_2 = \nu R T_3 & 8 p_2 V_1 = \nu R T_3 & p_2 \cdot 8^{\frac{5}{3}} = p_1 \\ & & 32 p_2 = p_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 & \eta = \frac{A}{Q} - \text{КПД цикла} \\ 8 p_1 V_1 = \nu R T_2 & \text{т.к. за тепло подводимое в процессе 1-2 и 3-1, т.о.} \\ \frac{p_1 V_1}{4} = \nu R T_3 & \eta = \frac{A_{12} + A_{31} + A_{23}}{Q_{12} + Q_{31}} \quad A_{23} = 0; \quad Q_{31} = 0 \end{cases}$$

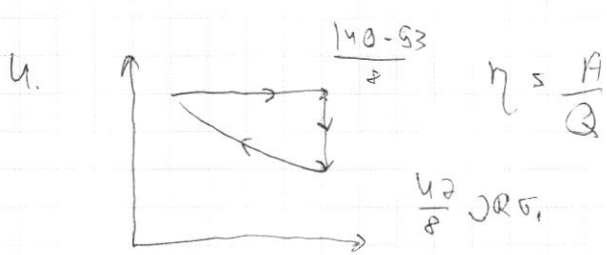
$$\eta = \frac{A_{12} + A_{31}}{Q_{12}} \quad A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = 0 - \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = -\frac{9}{8} \nu R T_1$$

$$A_{12} = p_1 \cdot (V_2 - V_1) = 7 \cdot p_1 V_1 = 7 \nu R T_1$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = A_{12} + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 7 \nu R T_1 + \frac{21}{2} \nu R T_1$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{56}{8} - \frac{9}{8}\right) \nu R T_1}{\left(\frac{84}{8} + \frac{56}{8}\right) \nu R T_1} = \frac{47}{140} \approx 0,34 \%$$

Ответ: КПД такого цикла равен $\frac{47}{140}$



$$Q_1 = \frac{56}{8} JR T_1 + \frac{3}{2} JR T_2 + \frac{84}{8} JR T_3$$

$$Q_2 = \frac{3}{2} JR \left(\frac{T_1 - 2T_2}{4} \right)$$

$$-93 JR T_1$$

170	131
393	353
770	
655	
1150	

$$P_1 V_1 = JR T_1$$

$$P_1 V_2 = JR T_2$$

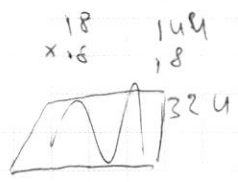
$$P_2 V_2 = JR T_3$$

$$A = \frac{7JR T_1 + 10P_1 V_1 - \frac{3}{2} P_1 V_1 - P_2 V_1}{P_1 \cdot 2T_1 -}$$

$$Q = 0 = A' = \frac{3}{2} JR (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} (P_1 V_1 - P_2 V_2)$$

$$A = \frac{11}{2} P_1 V_1 - \frac{3}{2} P_2 V_2$$

$$Q = A + \frac{3}{2} JR (T_1 - T_3)$$



$$P_1 V_1 \cdot \frac{5}{2} = P_1 V_2 \cdot \frac{5}{3}$$

$$\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3}$$

$$P_1 = 2^{\frac{5}{3}} P_2$$

$$\frac{P_1 V_1}{2^{\frac{5}{3}}} = P_2 V_2$$

$$V_1 = V_2 \cdot 2^{\frac{5}{3}}$$

449	56
449	0,833
220	
168	
520	
504	
1	

$$P_1 V_1 = JR T_1$$

$$P_1 V_2 = JR T_2$$

$$P_2 V_2 = JR T_3$$

$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{Q_1 + Q_2 + Q_3}$$

$$A_1 + A_3 = \frac{P_1 (V_2 - V_1)}{2} + A_{2go} = -\frac{3}{2} JR (T_2 - T_3)$$

470	140
470	0,335714
500	
420	
800	
700	
1000	
980	
100	
140	
500	
560	
400	

$$P_2 \cdot 8^{\frac{5}{3}} = P_1$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{5}$$

$$Q = \frac{8V_1}{25} \cdot 4 = 3,36$$

$$\frac{3}{8} P_1 V_1$$

$$P_1 = 32 P_2$$

$$\frac{12}{25} \cdot \frac{7}{10} = \frac{84}{250}$$

$$A = 7P_1 V_1 - \frac{9}{8} P_1 V_1 = \frac{56}{8} \frac{47}{8} P_1 V_1$$

$$P_1 V_1 = JR T_1$$

$$Q = A + JR (T_3 - T_1) =$$

$$Q = A + \frac{3}{2} JR (T_2 - T_1) + \frac{3}{2} JR (T_3 - T_2)$$

$$\frac{A}{A + \frac{3}{2} JR \left(\frac{3}{4} T_1 \right)} = \frac{\frac{47}{8} P_1 V_1 JR T_1}{\frac{47}{8} JR T_1 + \frac{9}{8} JR T_1} = \frac{47}{56} \approx 84\%$$

47/65

$$\frac{47}{140} \quad \frac{47}{65}$$

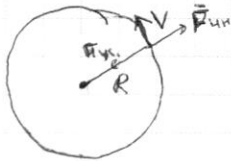
$$\frac{A}{A + \frac{3}{2} (JR \cdot 7 \cdot V_1)} = \frac{\frac{47}{8}}{\frac{47}{8} + \frac{21 \cdot 84}{8}} = \frac{47}{131} = 36\%$$

$$Q = \frac{56}{8} P_1 V_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача ~ 2

Дано:



$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$\mu = 0,8$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Чтобы время T было минимально, долина

должна быть максимальной скоростью с которой

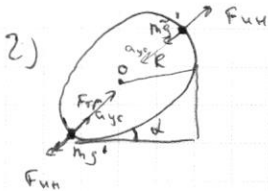
движется автомобиль.

- 1) Отсюда скорость должна быть такая, чтобы сила инерции не превышала силу трения, иначе автомобиль выдринет с трассы.

$$|F_{ин}| = m \cdot a_{ус} = \frac{mV^2}{R} \leq F_{тр} = \mu N = \mu mg$$

Максимальная V при равенстве: $V^2 = \mu g R \Rightarrow V = \sqrt{\mu g R}$

$$T = \frac{\pi R}{2V} = \frac{\pi R}{2\sqrt{\mu g R}} \approx \frac{3,14 \cdot 1,2}{2 \cdot \sqrt{0,8 \cdot 10 \cdot 1,2}} = \frac{3,14 \cdot 1,2}{2 \sqrt{9,6}} \approx \frac{1,884}{3,1} \approx 0,6 \text{ с}$$



Когда модель помещают на наклонную поверхность,

нижняя точка становится самой опасной. Чтобы автомобиль

мог ехать равномерно $F_{тр} \geq F_{нн} + mg \cdot \sin \alpha$

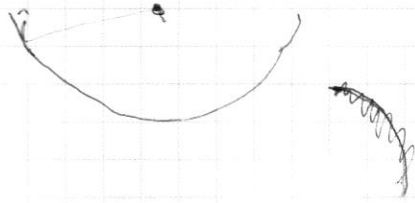
$$\mu N = \mu mg \cdot \cos \alpha \geq \frac{mV^2}{R} + \underbrace{mg \sin \alpha}_{\text{состав}} \Rightarrow V_{\max} \text{ при равенстве.}$$

$$\mu g \cos \alpha = \frac{V_{\max}^2}{R} + g \sin \alpha \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) g R}$$

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{0,8 \cdot (\sqrt{3} - 1)}{2} \cdot 10 \cdot 1,2} = \sqrt{0,4 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 1,2} \approx \sqrt{3,36} \approx 1,8 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $T_{\min} = \frac{\pi R}{2V} \approx 0,6 \text{ с}$; 2) $V_{\max} = \sqrt{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) g R} \approx 1,8 \text{ м/с}$

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 R^2}$$



$$E = \int dS, E$$

$$\frac{kQ}{R^2} \sin \alpha$$

$$W = E \cdot R$$

$$W = E \cdot R = A$$

$$F = E \cdot Q$$

$$P = F + mg = E \cdot Q + mg$$

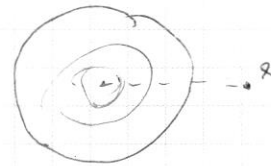
$$G \cdot 2\pi R^2 = Q$$

$$\frac{4\pi R^2}{2} = 2\pi R^2$$

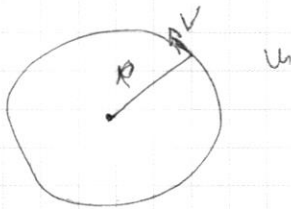
$$\frac{k q \cdot Q}{R^2}$$



iso
sin n
man → $\frac{Q}{2}$



1,8840 | 3,100
18600 | 0,808
24000



$$\frac{V^2}{R} = a_{yc}$$

$$m a_{yc} \leq \mu mg$$

$$\frac{V^2}{R} \leq \mu g \quad V \leq \sqrt{\mu g R}$$

3,1
3,1
3,1
57
561

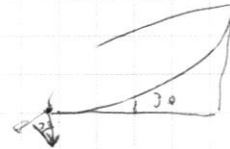
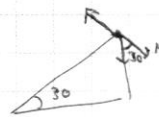
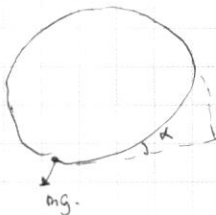
$$\frac{12 \cdot 4}{5} = \frac{48}{5} = 9,6$$

$$9,6 \cdot 4 = 38,4$$

1,884

$\sqrt{9,6}$

$$V = \frac{\pi R}{2V} = \frac{\pi R}{2\sqrt{\mu g R}} = \frac{3,14 \cdot 1,2}{2\sqrt{0,8 \cdot 10 \cdot 10}}$$



$$m \frac{V^2}{R} = m a_{yc} \leq \mu F \rightarrow F_{sp} \geq \mu mg \cdot \cos 30$$

$$V^2 \leq \mu g \cos 30 \cdot R$$

$$V^2 \leq 0,8 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 \cdot 0,6 = 4,8\sqrt{3}$$

$$V \leq \sqrt{4,8\sqrt{3}}$$

$$\mu mg \cos 30 \geq \frac{mV^2}{R} \rightarrow mg \sin 30$$

$$\left(\frac{\mu g \sqrt{3}}{2} - \frac{g}{2} \right) R \geq V^2$$

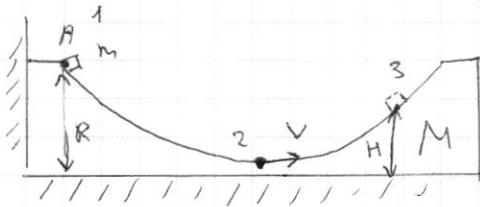
$$\frac{(\mu\sqrt{3} - 1) g R}{2} = V_{max}^2$$

3,14.
x 0,6
1884

9,6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача ~ 3



Рассмотрим все движение на два

участка: 12 и 23.

На 12 ~~брус~~ брусок motion

используя и движение и рассмотрим

его как статическую поверхность, потому что связь от университета
в стену; тогда на 12 motion жёсткое тело сохранение энергии
для мабды:

$$mgR = \frac{mV^2}{2}, \text{ где } V - \text{ скорость мабды в нижней точке.}$$

Рассмотрим 23, теперь при движении мабды по бруску она будет
действовать на него и брусок придет в движение, при этом заметим,
что в ~~состоянии~~ позиции 3, т.е. это высшая точка, то у мабды
~~нет~~ скорость относительно бруска 0 и она на него не действует.

~~Заметим, что мабда сохраняет энергию и импульс.~~

~~Также~~ Также заметим, что в позиции 3 у мабды
относительно бруска, скорость бруска будет максимальной за
все движение, потому что когда мабда начнет останавливаться, она
будет тормозить брусок.

Запишем законы сохранения энергии и импульса.

$$\left\{ \begin{array}{l} mV = (M+m)V_{\max} \\ \frac{mV^2}{2} = mgH + \frac{(M+m)V_{\max}^2}{2} \end{array} \Rightarrow mg(R-H) = \frac{mgR}{3} = \frac{mV^2}{6} = \frac{(M+m)V_{\max}^2}{2}$$

$$U_2 12: \frac{mV^2}{2} = mgR \quad \quad \quad mV^2 = (M+m)V_{\max}^2 \cdot 3$$

продолжение на стр. 5

3.



$$\frac{mgR}{3} = \frac{MV^2}{2}$$

$$mgR$$

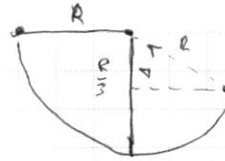
$$Mg$$

$$\frac{2}{3} mgR = MV^2$$

$$\frac{mV_0^2}{R}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{2mgR}{3} + \frac{MV^2}{2}$$

$$mV_0^2 = 4mgR + MV^2$$



$$mgR = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_0 = \sqrt{2gR}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{2mgR}{3} + \frac{(M+m)V^2}{2}$$

$$m(V_0 - V) = MV$$

$$mV_0^2 = 3(M+m)V^2$$

$$mV_0 = \sqrt{3(M+m)}V$$

$$V_0 = \sqrt{3}V$$

$$2 \cdot 3 \cdot 2gR = MV^2 + mV^2$$

$$2m = M$$

B
3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 13 (продолжение)

Мы получим, что:

$$1) \begin{cases} mV^2 = (M+m)V_{\max}^2 \cdot 3 \\ mV = (M+m)V_{\max} \end{cases} \Rightarrow V = 3V_{\max} \Rightarrow 3m \cdot V_{\max} = M V_{\max} + m V_{\max} \Rightarrow \boxed{M = 2m}$$

$$2) U_3: \frac{mgR}{3} = \frac{(M+m)V_{\max}^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{2gR}{9}} = V_{\max} = \boxed{\frac{\sqrt{2gR}}{3}}$$

3) Т.ч.

V_{\max} достигается в положении 3, ~~то~~ когда шайба не
действует на брусок, то $\boxed{P = Mg = 2mg}$

Ответ: 1) $M = 2m$; 2) $V_{\max} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$ 3) $P = 2mg$

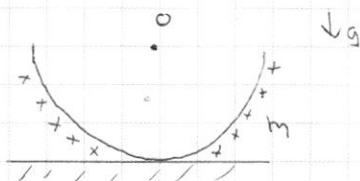


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача ~5.



Т.к. потенциальная энергия на бесконечности равна 0, то работа внешних сил должна равняться энергии от полушария в точке O .

$A = W = E \cdot R$, где E - напряженность поля, которую создает заряженная сфера.

После того как мы перенесем заряд в точку O , то сила взаимодействия его с полушарием начнет давить на полушарие и землю.

$$P = F + mg = E \cdot Q + mg.$$

Теперь найдем E для заряженной полушарии.

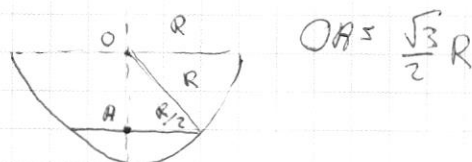
$\int \sigma ds$ - образует диск радиусом R на расстоянии z от точки O . Значит напряженность в O совпадает с напряженностью, которую создает диск для точки

Найдем заряд, распределенный по площади полушария:

$$Q = \sigma \cdot 2\pi R^2$$

По аналогии с центром масс, весь заряд полушария можно представить

как заряд Q в точке A :



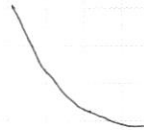
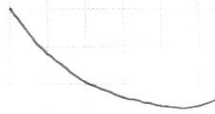
Тогда: $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{3R^2}{4}}$

$$\frac{Q \sigma \cdot 2\pi R^2}{3\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$E = \frac{2}{3} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{3} \frac{\sigma R}{\epsilon_0}; P = \frac{2}{3} \frac{\sigma Q}{\epsilon_0} + mg$$

Ответ: $A = \frac{2}{3} \frac{\sigma R}{\epsilon_0}; P = \frac{2}{3} \frac{\sigma Q}{\epsilon_0} + mg$



$$\frac{kQ}{R^2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\epsilon_0 k^2} \sigma \cdot 2\sqrt{\pi} R^2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$Q = \sigma \cdot 2\sqrt{\pi} R^2$$



$2\sqrt{\pi} R$

$2\sqrt{\pi} R$

0