

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

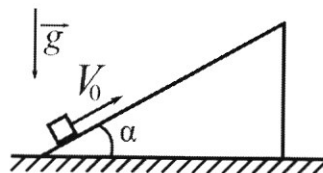
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? *Через какое время от земли упадут осколки*
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

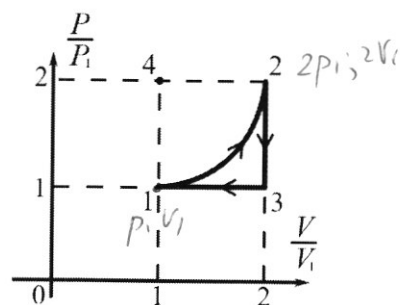
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

У2.

Дано:

$$\cos \alpha = 0,6$$

$$H = 0,2 \text{ м}$$

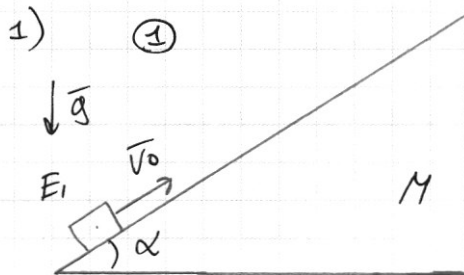
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$M = 2m$$

1) V_0 - ?

2) V - ?

①, ②, ③ - моменты совв. до начала движ.
Земле: кинка, в момент дрслим. майба наивас.
точки, момент прохождения
майба сартовой точки на кинке
(возвращение)



Пусть m - масса майба, M -
масса кинка. Пусть $M = 2m$.

Пусть u - скорость майба
в высшей точке подъёма, когда
она направлена горизонтально
и равна скорости кинка.

Это ЗСЭ: $E_1 = E_2$ (т.к. трения нет)

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mgH \cdot 2$$

$$mV_0^2 = mu^2 + 2mu^2 + 2mgH \quad | : m$$

$$V_0^2 = 3u^2 + 2gH \quad (1); \text{ это ЗСИ: } m\vec{v}_0 = m\vec{u} + M\vec{u}; \text{ х: } mV_0 \cos \alpha =$$

$$= mu + Mu; \quad u = \frac{mV_0 \cos \alpha}{M+m} = \frac{V_0 \cos \alpha}{3} \quad (2); \text{ подставим значение}$$

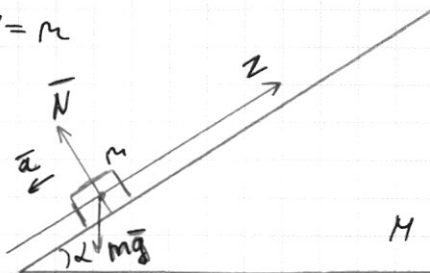
$$\text{из (2) в (1): } V_0^2 = 3 \cdot \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{9} + 2 \cdot g \cdot H; \quad V_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH;$$

$$V_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}; \quad V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \left(\frac{6^2}{3 \cdot 10^2}\right)}} = \sqrt{\frac{4}{1 - \frac{36}{300}}} = \sqrt{\frac{4}{\frac{264}{300}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 300}{264}} =$$

$$= \sqrt{\frac{300}{66}} = \sqrt{\frac{150}{33}} = \sqrt{\frac{50}{11}} \approx \sqrt{4,5} \approx 2,1.$$

2) ст-к. движении майба по кинке происходит безотрывко,

$$M = m$$



рассмотрим её движение относительно
кинка по оси z : по II-ому з-му Нютона

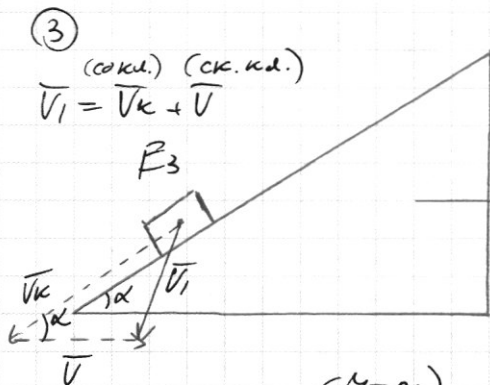
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g} \quad z: ma = -mg \sin \alpha;$$

$a = -g \sin \alpha$. Ускорение майба постоянно, т.к. результиру-

Ющая сила постоянна, значит движение шайбы по клинцу в СО клинца симметрично, т.е. для шайбы в СО клинца в момент прохождения стартовой точки: $\vec{V}_k = -\vec{V}_0$, $|V_k| = |V_0|$ (6); (V_k - скорость шайбы в СО клинца в момент прохождения стартовой точки)

Рассмотрим в СО земли:



Обозначим скорость шайбы в СО земли во время прохождения стартовой точки \vec{V} за t_1 . (V - скорость клинца в данный момент)

По ЗСЭ: $E_1 = E_3$;

$$V_0^2 = V_1^2 + V^2; \quad (3)$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV^2}{2}; \quad | \cdot 2 | : m$$

По т. косинусов: $V_1^2 = V_k^2 + V^2 - 2V_k \cdot V \cdot \cos \alpha; \quad (4)$

Подставим (4) в (3): $V_0^2 = V_k^2 + V^2 - 2 \cdot V_k \cdot V \cdot \cos \alpha + V^2; \quad (5)$

Подставим (6) в (5): $V_0^2 = 2V^2 + V_0^2 - 2 \cdot V_0 \cdot V \cdot \cos \alpha;$
 $2V(V - V_0 \cos \alpha) = 0;$

$2V^2 - V(2V_0 \cos \alpha) = 0; \quad V \neq 0, \text{ т.к. во всё время движения}$

на клинц действует вес шайбы, имеющий ненулевую проекцию на гор. ось (т.к. $\cos \alpha \neq 1$)

Подставим значение V_0 из пункта 1): $V = V_0 \cdot \cos \alpha;$

$V \approx 2,1 \cdot 0,6 \approx 1,3 \text{ м/с}$

Ответ: 1) 2,1 м/с; 2) 1,3 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

УЗ. Пусть m - масса автомобиля

1) По II-ому 3-му Ньютона $\vec{F} = \vec{N}$, а по ум. $P = 2mg \Rightarrow$

$$\Rightarrow N = 2mg$$

По II-ому 3-му Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{F} = \vec{N}; m a_n = N = 2mg; a_n = 2g =$$

$$= 20 \text{ м/с}^2$$

2) Дано:

$$\mu = 0,8$$

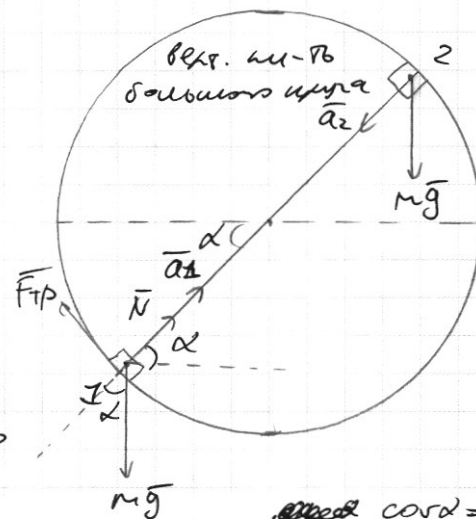
$$\alpha = 45^\circ$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V_{\text{min}} = ?$$

Решение:



~~cos~~ $\cos \alpha = \cos(90 - \alpha)$
т.е. $\alpha = 45^\circ$

Запишем две диаметрально
противоп. точки 1 и 2:

1 - По II-ому 3-му Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$

$$m\vec{a}_1 = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{TP}; m a_1 = N - mg \cdot \cos \alpha; (1)$$

$$F_{TP} = \mu N \Rightarrow N = \frac{F_{TP}}{\mu}; F_{TP} = mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} (2)$$

Подставим (2) в (1): $m a_1 = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} - mg \cos \alpha; | : m$

$$a_1 = g \cos \alpha \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) = 0,25 g \cdot \cos \alpha$$

2 - $N = 0$, т.е. $V = \text{min} \Rightarrow F_{TP} = 0$. Значит, по II-ому 3-му Ньютона:

$$m\vec{a}_2 = m\vec{g}; m a_2 = mg \cdot \cos \alpha; a_2 = g \cos \alpha$$

Отсюда следует, что a_n в п. 1 - максимальное, \Rightarrow

$\Rightarrow a_1 = 1,25 g \cdot \cos \alpha = \frac{v_{\min}^2}{R}$ (т.к. угол макс. значителен, усреднение дуги максимально возможно, т.е. в п. 1).

$$v_{\min} = \sqrt{1,25 g R \cdot \cos \alpha} = \sqrt{1,25 \cdot 10 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx \sqrt{1,25 \cdot 7} \approx \sqrt{8,75} \approx 3 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 20 м/с²; 2) 3 м/с.

ω 1.

Дано:

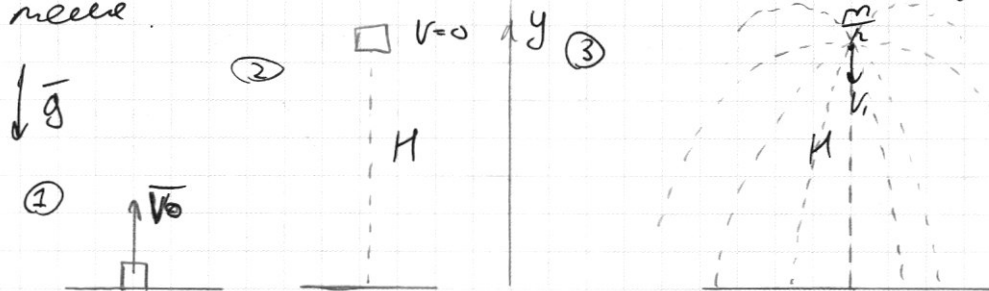
$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с.}$$

$$k = 1800 \text{ Дж}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Условие: Пусть v_0 - скорость, которую получит фейрверк после мгновенной работы двигателя.



1) H - ?;

2) t - ?

1) По 3СЭ: $E_1 = E_2$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H; H = \frac{v_0^2}{2g} \quad (1); \quad y: 0 = v_0 - gT;$$

$$v_0 = gT \quad (2);$$

Подставим (2) в (1):

$$H = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м.}$$

2) По 3СЭ: $E_3 = E_2 + k = m g H + k$. Пусть ил-во осколков -

n . Тогда, т.к. фейрверк разорвался на ил-тво осколков, то найдется такой, который будет иметь наибольшую скорость, направл. верт. вниз. Обозначим сист-ву всех осколков

~~разорванного фейрверка~~ ил-во за v_1 (т.к. по усл. все они равны).

$$\frac{k}{n} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (3); \quad H = v_1 t + \frac{g t^2}{2} = 45 \text{ м. (из 1)} \quad (4)$$

$$(3): v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{3600} = 60 \text{ м/с} \quad (5); \quad \text{Подставим значение}$$

$$\text{из (5) в (4): } 45 = 60 t + 5 t^2; \quad t^2 + 12 t - 9 = 0;$$

$$D = 144 - 4 \cdot (-9) = 180; \quad t = \frac{-12 \pm \sqrt{180}}{2}, \quad \text{"-" больше не подходит,}$$

$$\text{т.к. } t > 0, \Rightarrow t = -6 \pm \sqrt{45} \approx 0,7 \text{ с. Ответ: 1) 45 м.; 2) 0,7 с.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Уч. Дано: $p_1, V_1, \nu = 1$ моль.

1) Уравнение Менгелы-Клапейрона. — $p_1 V_1 = \nu R T_1$ (1); $p_2 V_2 = \nu R T_2$ (2)
 $p_2 = 2p_1$; $V_2 = 2V_1$ (по условию) $\Rightarrow 4p_1 V_1 = \nu R T_2 = 4\nu R T_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = 4T_1 \Rightarrow \Delta T = 3T_1$;

Уч. (1): $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$

$Q = \Delta U + A$

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \cdot \frac{3p_1 V_1}{\nu R} = 4,5 p_1 V_1$

$A_{12} = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$; $p_1 = p_3$; $V_1 = V_3$

$A_{23} = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = p_1 \cdot V_1$ — работа ~~каждого~~ ^{293C}

$A_{31} = (p_3 - p_1)(V_3 - V_1) = 0$.

$Q = \Delta U + A = 4,5 p_1 V_1 + p_1 V_1 = 5,5 p_1 V_1$

2) Работа — площадь под графиком.

$A = p_1 V_1 - \frac{\sqrt{3} R^2}{4} = p_1 V_1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1^2 = A$; $= p_1 V_1 - \frac{\sqrt{3}}{4} V_1^2 \cdot \frac{p_1^2}{(p_4 - p_1)^2}$

$A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1\right)$ ~~$= p_1 V_1 - 0,75 V_1^2 \cdot p_1^2 =$~~

$= p_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1\right)$

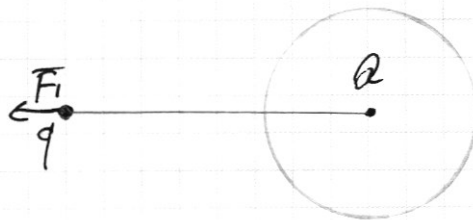
3) $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1\right)}{5,5 p_1 V_1} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1}{5,5} \approx \frac{10}{55}$

$= \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1\right)}{5,5 p_1 V_1} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1}{5,5}$

Ответ: 1) $Q = 5,5 p_1 V_1$; 2) $A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1\right)$; 3) $\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{4} p_1 V_1}{5,5}$.

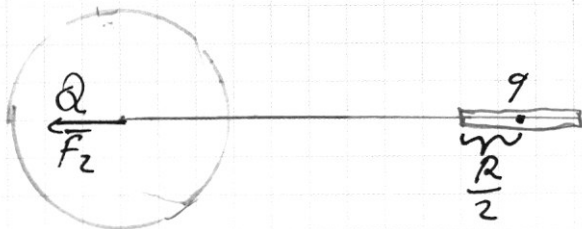
У5. По 3-му закону:

$$1) F_1 = \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2} \cdot k = k \cdot \frac{Q \cdot q}{9R^2}$$



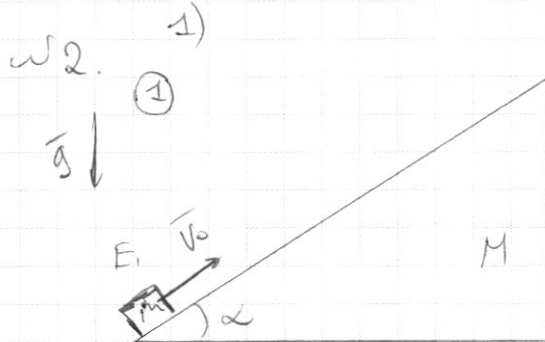
Ответ: $k \frac{Q \cdot q}{9R^2}$

$$2) \text{ По 3-му закону: } F_2 = k \frac{Q \cdot q}{r^2} = k \frac{Q \cdot q}{(3,5R)^2} \approx \frac{k \cdot Q \cdot q}{12,25 \cdot R^2}$$



Ответ: $k \cdot \frac{Q \cdot q}{12,25 \cdot R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $\cos \alpha = 0,6$ Пусть u - скорость
шаббы в верхней
полюе лавины,
тогда она направится
горизонтально и река
шаббы или.

$H_{\max} = 0,2 \text{ м.}$
 $M = 2 \text{ м}$
 $F_1 = F_2$

По 3 СЗ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{M u^2}{2} + m g H_{\max} \quad (1)$

$$v_0^2 = u^2 + u^2 + 2gH_{\max}$$

$$v_0^2 = \sqrt{2(u^2 + gH_{\max})} \quad (1)$$

По 3 СЗ: $m v_0 \cos \alpha = (m+M)u$;

$$u = \frac{m v_0 \cos \alpha}{m+M}; \quad u^2 = \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{(m+M)^2} \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

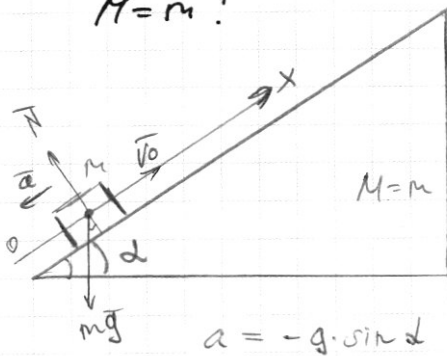
$$v_0^2 = 2 \left(\frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{(m+M)^2} + gH_{\max} \right);$$

$$v_0^2 \left(1 - \frac{2m^2 \cos^2 \alpha}{(m+M)^2} \right) = 2gH_{\max};$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH_{\max}}{1 - \frac{2}{9} \left(\frac{6}{20}\right)^2}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2 \cdot 2}{1 - \frac{22}{900}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{\frac{828}{900}}} = \sqrt{\frac{1800 \cdot 2}{828}} = \sqrt{\frac{900 \cdot 2}{414}} = \sqrt{\frac{450 \cdot 2}{207}}$$

$$= \sqrt{\frac{50 \cdot 2}{23}} = \sqrt{\frac{100}{23}} \approx \sqrt{4} \approx 2 \text{ м/с}$$

2) Заметим, что m, M подразумевается безразличное движение
 $M = m!$



шаббы по шину, рассмотрим её дви-
жение относительно шина по оси

Ox : по 2-ому закону Ньютона $F = ma$

$$\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g}; \quad ma = -mg \sin \alpha;$$

Эта величина обусловлена по условию,

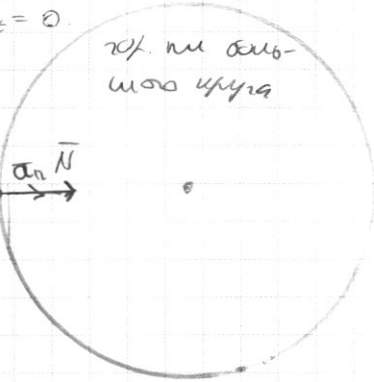
ускорение шаббы постоянно, т.к. результирующая сила постоянна.

Значит движение шаббы относительно шина сим-

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Зад. 1) По II-ому закону Ньютона $\vec{F} = \vec{N}$; это же $P = 2mg \Rightarrow$

$v = \text{const} \Rightarrow a_t = 0$.
Сила тяжести
и нормальная
и сил,
м.н. $v = \text{const}$,
 $\rightarrow a_t = 0$



$\Rightarrow N = 2mg$

По I-ому закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$;

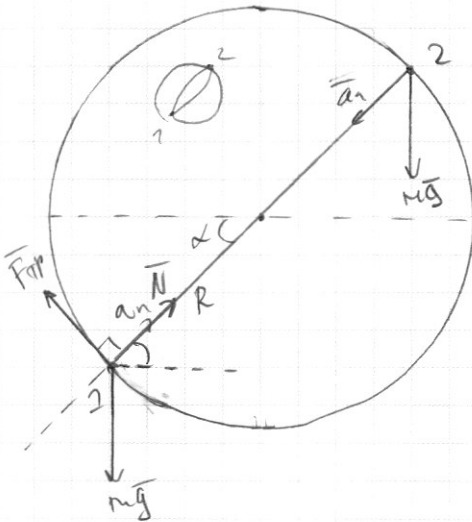
$ma_n = N = 2mg$;

$a_n = 2g = 20 \text{ м/с}^2$

1800	67	67
	68	67
	68	67
	544	469
	708	402
	7624	4789

2) $m = 0,8$, $\alpha = 45$, $R = 1\text{м}$, $g = 10$

$v_{\text{min}} = ?$



1) ~~По I-ому закону Ньютона:~~

~~$ma_1 + N = mg \cos \alpha$~~

$ma_1 + N = mg \cos \alpha$

~~$N = \mu F_{sp} = \mu N = mg \cos \alpha$~~

$N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$

$a_1 = g \cos \alpha - \frac{g \cos \alpha}{\mu}$

$= g \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) = \frac{v^2}{R}$

$ma_1 = N - mg \cos \alpha$;

$N = \frac{F_{sp}}{\mu} = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$

$a_1 = g \cos \alpha \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)$

$a_2 = g \cos \alpha = \frac{v^2}{R}$

77	8
22	29
	29
	271
	58
	821
189	
54	
729	

54.

$$1) Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$