

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

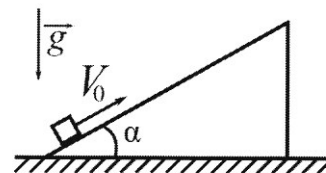
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

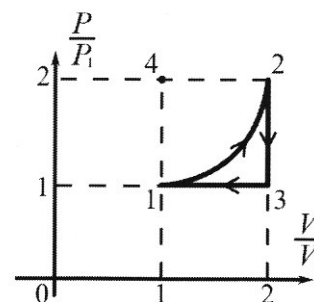
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

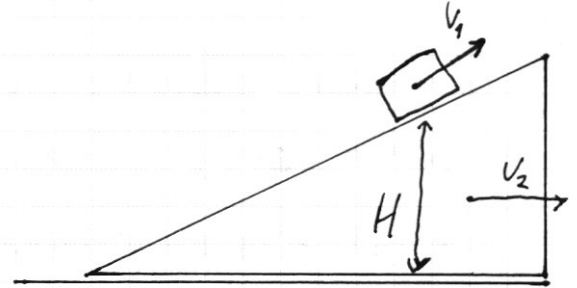
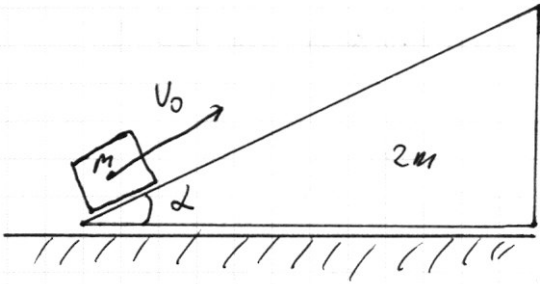
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$



m - масса шарика \Rightarrow $2m$ - масса клина

сохр. импульсов

$$m v_0 = m v_1 + 2m v_2$$

$$\begin{cases} m v_0 \cos \alpha = m v_1 \cos \alpha + 2m v_2 \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} + m g H \end{cases}$$

сохр. энергии

$v_2 = \cos \alpha \cdot v_1 = 0$ \leftarrow в высшей точке шарик не свисает относительно клина

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \alpha + 2v_2 \\ v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2 + 2gH \\ v_2 = \cos \alpha \cdot v_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \alpha + 2v_1 \cos \alpha \\ v_0^2 = v_1^2 + 2\cos^2 \alpha \cdot v_1^2 + 2gH \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = 3v_1 \\ v_0^2 = (1 + 2\cos^2 \alpha) \cdot v_1^2 + 2gH \end{cases}$$

\Rightarrow

$$9v_1^2 = (1 + 2 \cdot 0,6^2) \cdot v_1^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9^2$$

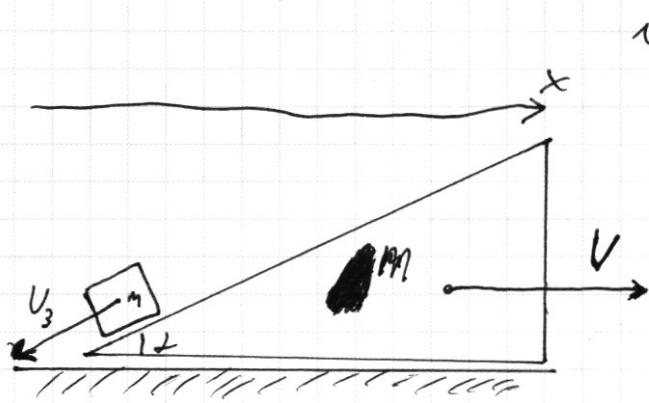
$$(9 - 1,72) \cdot v_1^2 = 4 \frac{m^2}{c^2}$$

$$v_1^2 = \frac{4}{7,28} \frac{m^2}{c^2} \approx \frac{4}{7,29} \frac{m^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 \approx \frac{2}{2,7} \frac{m}{c} = \frac{20}{27} \frac{m}{c}$$

$$v_0 = 3v_1 = \frac{20}{9} \frac{m}{c}$$

$$v_1 \approx \frac{2}{2,7} \frac{m}{c} = \frac{20}{27} \frac{m}{c}$$


 $\sqrt{2}$

$$\begin{cases} -m v_3 \cdot \cos \alpha + 2mV = m v_0 \cdot \cos \alpha \\ \frac{m v_3^2}{2} + \frac{2mV^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} \end{cases}$$

записать закон сохранения импульса по оси X
и закон сохр. Энергии

$$\begin{cases} 2V = v_0 \cdot \cos \alpha + v_3 \cdot \cos \alpha \\ v_3^2 + 2V^2 = v_0^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = \frac{2V}{\cos \alpha} - v_0 \\ \left(\frac{2V}{\cos \alpha} - v_0 \right)^2 + 2V^2 = v_0^2 \end{cases}$$

$$\left(\frac{2V}{\cos \alpha} \right)^2 - 2 \cdot \frac{2V}{\cos \alpha} \cdot v_0 + v_0^2 + 2V^2 = v_0^2$$

$$\frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} + 2V^2 = \frac{2 \cdot 2V \cdot v_0}{\cos \alpha} \Rightarrow V^2 \cdot \left(\frac{4}{\cos^2 \alpha} + 2 \right) = \frac{4V \cdot v_0 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$V(1 + 2 \cos^2 \alpha) = 2v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow V = \frac{2v_0 \cos \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

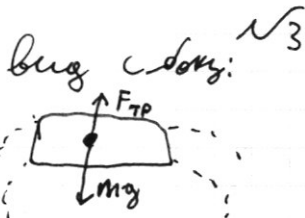
$$= \frac{2 \cdot 0,6 \cdot v_0}{1 + 0,36} = \frac{1,2 v_0}{1,36} = \frac{120 \cdot 15}{236 \cdot 7} \frac{m}{c} = \frac{360 \cdot 15}{59 \cdot 7} \frac{m}{c}$$

$$= \frac{2 \cdot 0,6 \cdot v_0}{1 + 0,36} = \frac{1,2 \cdot v_0}{1,36} = \frac{15 v_0}{17} = \frac{15 \cdot 20}{17 \cdot 9} \frac{m}{c} =$$

$$= \frac{275}{419} \frac{m}{c} \approx 2 \frac{m}{c}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Вид сверху:



машинка "составляет"

Вид $\Rightarrow F_{тр}$ направлена
вверх

m - масса машинки

$F_{тр}$ - сила трения

N - сила реакции опоры

$$\begin{cases} m\alpha = N \\ F_{тр} = mg \\ N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow$$

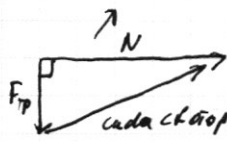
$$\begin{cases} m\alpha = N \\ N \cdot \mu = mg \\ N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow$$

Второй закон Ньютона

$$\begin{cases} m\alpha = N \\ F_{тр} = mg \\ 2mg = \sqrt{F_{тр}^2 + N^2} \end{cases} \Rightarrow$$

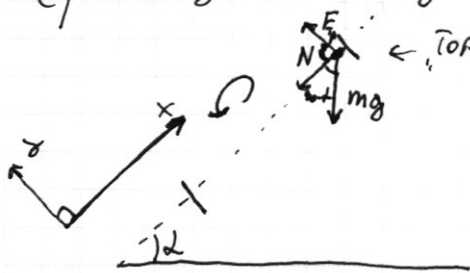
$$2mg = \sqrt{m^2\alpha^2 + m^2g^2} \Rightarrow 2g = \sqrt{\alpha^2 + g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4g^2 = \alpha^2 + g^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{3}g$$



суда стороны треугольника действуют на сферу

2) Вид сбоку



чтобы машинка могла
создать она едет не пойдёт
в наивысшей точке \Rightarrow

\Rightarrow разделим там силы

затем II з.Н. для оси x и y \Rightarrow

$$\begin{cases} N + mg \cdot \sin\alpha = m\alpha \\ F_{тр} = mg \cdot \cos\alpha = N \cdot \mu \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} N = \frac{mg \cos\alpha}{\mu} \\ m\alpha = \frac{mg \cos\alpha}{\mu} + mg \cdot \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\alpha = g \cdot \left(\frac{\cos\alpha}{\mu} + \sin\alpha \right)$$

$$\alpha = \frac{v_{min}^2}{R} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{R \cdot g \left(\frac{\cos\alpha}{\mu} + \sin\alpha \right)}$$

№3 продолжение

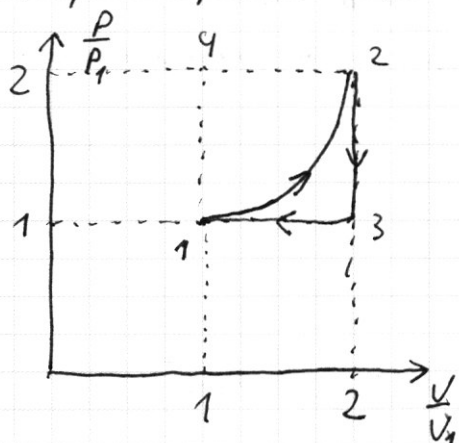
$$V_{min} = \sqrt{Rg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)}$$

$$= \sqrt{1 \cdot 10 \left(\frac{1}{0,9 \cdot \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{10}{8} + 1 \right)} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{18}{8}} =$$

$$= \sqrt{\frac{75}{2\sqrt{2}}}$$

№4

1) расширение это 1-2 $\Rightarrow Q = A_{1-2} + D U_{1-2}$



$$D U_{1-2} = \frac{3}{2} (2P_1 \cdot 2V_1 - P_1 V_1) =$$

$$= \frac{5}{2} P_1 V_1$$

*вероятно
↓ опр.*

$$A_{1-2} = \text{площадь под графиком} = 2 P_1 \cdot V_1 - \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot P_1 V_1}{4} =$$

$$= \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1 \Rightarrow Q = P_1 V_1 \cdot \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right)$$

2) $A = \text{площадь фигуры} = P_2 V_1 - \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot P_1 V_1}{4} = \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$

3) $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1}{\left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx$

$$Q_H = Q \approx \frac{4 - 3,14}{26 - 3,14} = \frac{0,86}{22,86} = \frac{86}{2286} = \frac{43}{1143}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

1) используя теорему Гаусса

• q

замечим, что находимся за сферой

Q

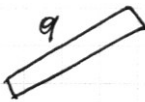
($3R > R$) нам не важно, что это имеет сфера

сходящаяся в центре сферы

мы можем заменить её точечным зарядом Q

тогда по закону Кулона $F_1 = \frac{kQ \cdot q}{(3R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$

2)



здесь мы можем также заменить

сферу на заряд Q находящийся

в центре сферы

приближая формулами поляризации считая

что заряд на стержне остался распределён

равномерно. Тогда сила действующая на сферу

состоит из множества сил (если мы разобьём стержень на

много маленьких зарядов dq) $\Rightarrow dF_2 = \frac{k dq \cdot Q}{e^2}$, где

e - расстояние от сферы до маленького заряда \Rightarrow

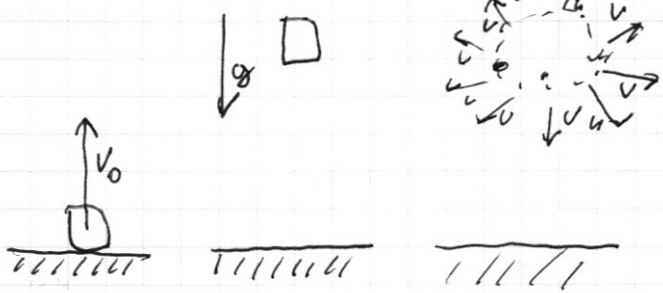
$$\Rightarrow F_2 = \int_{4R}^{3R} \frac{k dq \cdot Q}{e^2} de = \int_{4R}^{3R} kQ \cdot \frac{dq}{e^2} de =$$

$$= \int_{4R}^{3R} \frac{kQq}{e} = -\frac{kQq}{4R} + \frac{kQq}{3R} = \frac{kQq}{12R}$$

$$F_2 = \frac{kQq}{12R}$$

√

Пусть максимальная работа двигателя при гала
 переверну начальную скорость V_0 (вертикально направленно!)



через T перевернет
 будет высшей точки
 Траектории \Rightarrow
 \Rightarrow в это время его

1) Вертикальная скорость $0 \Rightarrow V_0 - gT = 0 \Rightarrow V_0 = gT \Rightarrow$

\Rightarrow тело движется T времени равномерно \Rightarrow

$\Rightarrow H = \frac{V_0 + 0}{2} \cdot T = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$

2) т.к. после взрыва $\&$ скорость всех частей одинаковая $\&$
 летят они во все возможных направления \Rightarrow

\Rightarrow быстрее всего упадет осколок летящий вертикально
 вниз.

Заметим все кинетические энергии осколков

масса осколков
 $\frac{m_1 V^2}{2} + \frac{m_2 V^2}{2} + \frac{m_3 V^2}{2} + \dots + \frac{m_n V^2}{2} + \dots = \frac{(m_1 + \dots + m_n + \dots) V^2}{2} = \frac{m V^2}{2} =$

$= K \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

значит летящий вертикально осколок с начальной скоростью
 V достигнет земли за t

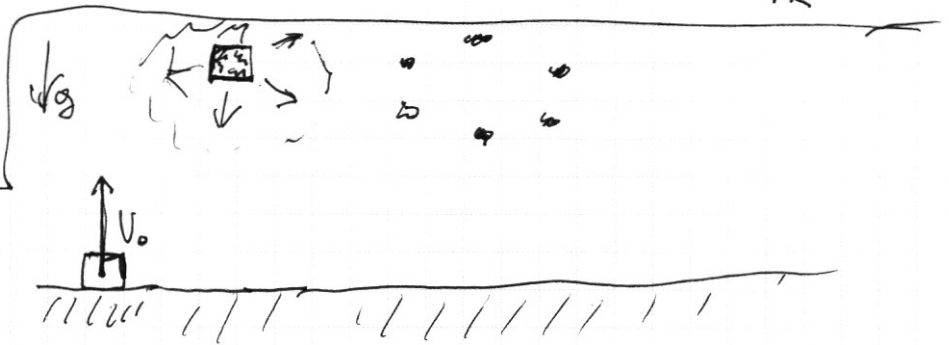
$\frac{V + 0 + gt}{2} \cdot t = Vt + \frac{gt^2}{2} = H \Rightarrow \frac{gt^2}{2} + Vt - H = 0$
 $D = V^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H = V^2 + 2gH$

$t = \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{2 \cdot \frac{g}{2}} = \frac{V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{g} = \frac{60 + \sqrt{60^2 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = \frac{60 + \sqrt{9000}}{10} =$
 $= (6 + 3\sqrt{5}) \text{ с} = 3(2 + \sqrt{5}) \text{ с} \approx 12 \text{ с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{kq \cdot Q}{r^2} = F_2 \Rightarrow dq = \frac{F_2 r^2}{kQ} \Rightarrow \int_{4R}^{3R} \frac{F_2 r^2}{kQ} dr = \frac{F_2}{kQ} \cdot \int_{4R}^{3R} r^2 \cdot dr =$$

$$= \frac{F_2}{kQ} \cdot \frac{r^3}{3} = q$$



$$v_0 = g \cdot T$$

$$\frac{g \cdot T + 0}{2} \cdot T = \frac{gT^2}{2}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = k \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$60^2 = 3600 + 900 = 4500$$

$$1 + \frac{0,36}{2} = 0,72$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 500 \\ -172 \\ \hline 728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

200 (с!)

~~100~~

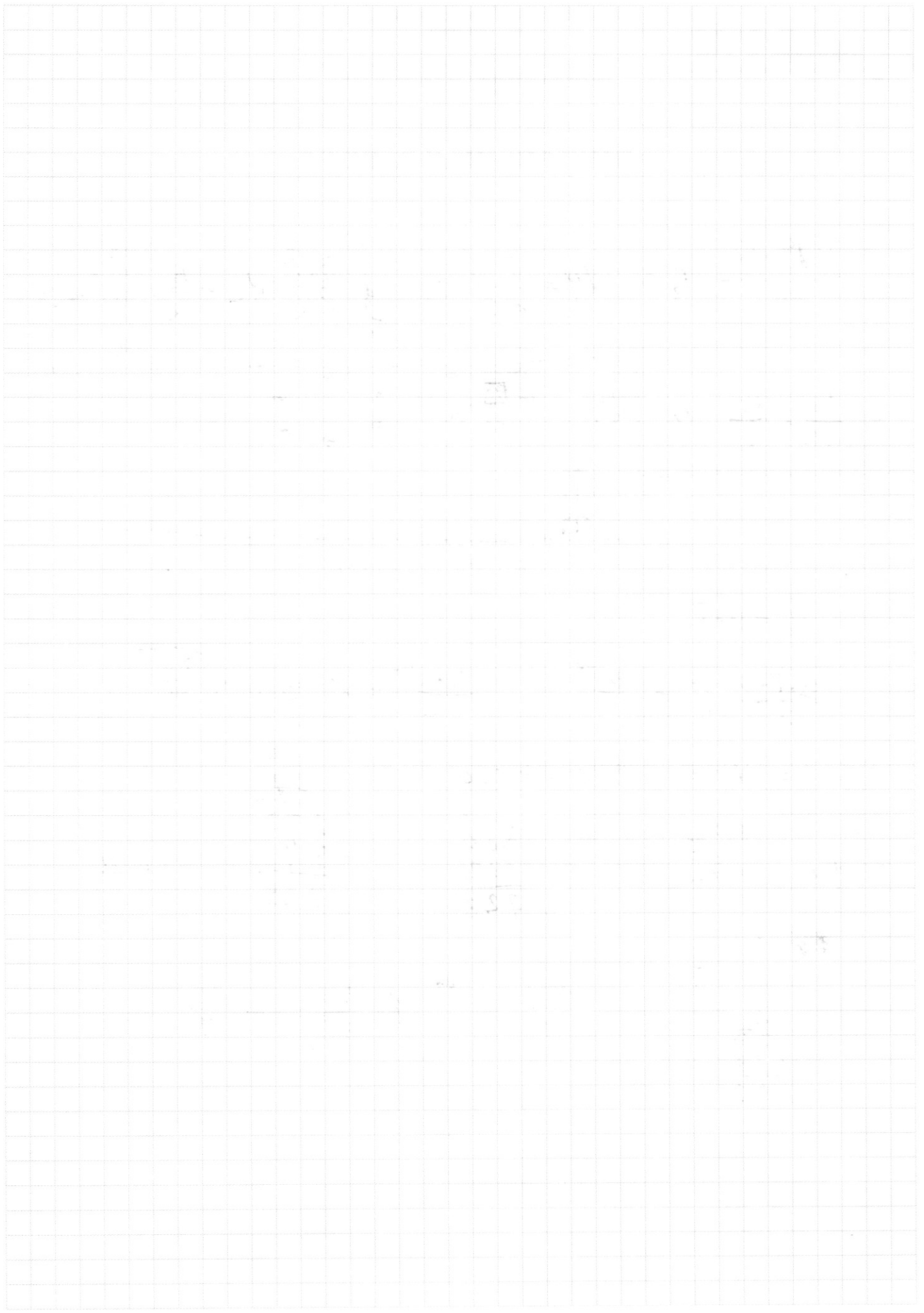
51

$$\frac{100}{51}$$

~~100~~

$$1 + \frac{49}{51} = 2 - \frac{2}{51}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 17 \\ \times 3 \\ \hline 51 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Через какое время
после вырыва 1
осколок упадёт на землю

$$\frac{4}{7,69}$$

$$\begin{array}{r} 769 \quad \cancel{4} \\ -4 \quad 191 \\ \hline 36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 191 \\ 8 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

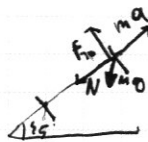
$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ \times 15 \\ \hline 56 \\ 17 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 196 \\ \times 4 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ -136 \\ \hline 764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 169 \\ \times 4 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\frac{120 \cdot 15}{236 \cdot 7}$$



$$6,5 \cdot 2 = 13$$

$$13 \cdot 2 = 26$$

$$2 \cdot 14 = 28$$

$$2 \cdot 13 = 26$$

$$\begin{array}{r} 236 \quad \cancel{4} \\ -20 \quad 59 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$a = \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$225$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 27 \\ \hline 54 \end{array}$$

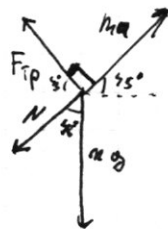
$$\begin{array}{r} 4910 \\ -314 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$2286$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 30 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 59 \\ \times 7 \\ \hline 413 \end{array}$$



$$\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$120$$

$$m g = (m a + F_{\text{тр}}) \cdot \sin 45^\circ$$

$$\begin{array}{r} 136 \quad \cancel{4} \\ -12 \quad 34 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{cases} N + m g \cdot \cos 45^\circ = m a \\ m g \cdot \sin 45^\circ = F_{\text{тр}} = N \cdot \mu \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 34 \quad \cancel{2} \\ -2 \quad 17 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \quad \cancel{8} \\ -8 \quad 15 \\ \hline 40 \\ -40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2286 \overline{) 1193} \\ \underline{-2} \\ 2 \\ \underline{-2} \\ 8 \\ \underline{-8} \\ 6 \\ \underline{-6} \\ 0 \end{array}$$

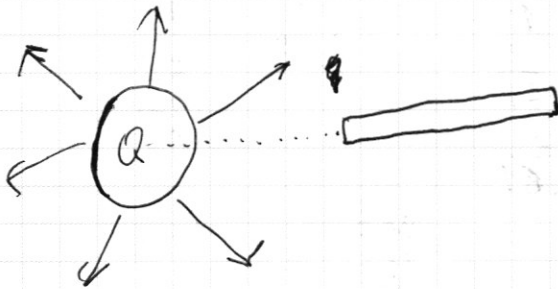
$$\frac{86}{8}$$

$$\frac{86}{8} = 10 \frac{6}{8}$$

$$\begin{array}{r} 1193 \overline{) 886} \\ \underline{-8} \\ 38 \\ \underline{-38} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 2 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 283 \\ \times 5 \\ \hline 1415 \end{array}$$



$$\frac{k q_1 \cdot Q}{e^2} = F_2$$

$$e^{-1} = -1 \cdot e^{-2}$$

$$q_* = \frac{kQ}{e^2 \cdot F_2}$$

$$\int \frac{kQ}{e^2 \cdot F_2} d\ell = \frac{kQ}{F_2} \int \frac{1}{e^2} de =$$

$$= -e^{-1} \cdot \frac{kQ}{F_2} = -\frac{kQ}{F_2 \cdot e} \Big|_{4R}^{3R}$$

$$-\frac{kQ}{F_2 \cdot 4R} + \frac{kQ}{F_2 \cdot 3R} = q \Rightarrow \frac{kQ}{12 F_2 R} = q$$

$$F_2 = \frac{kQ}{12 R \cdot q}$$

$$e^{-2} de = -e^{-1}$$

$$dF_2 = \frac{dq \cdot Q \cdot k}{e^2} \Rightarrow F_2 = Qk \cdot \int \frac{dq}{e^2} d\ell = -\frac{Qkq}{e}$$

$$F = -\frac{Qkq}{4R} + \frac{kQq}{3R} = \frac{kQq}{12R}$$