Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

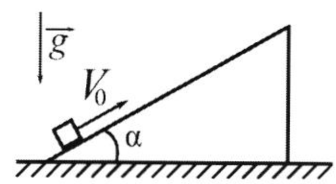
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

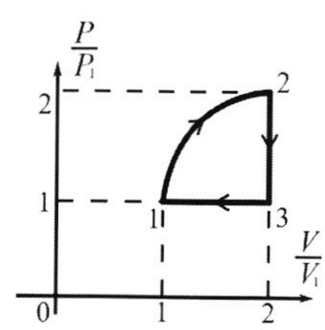
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.



5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

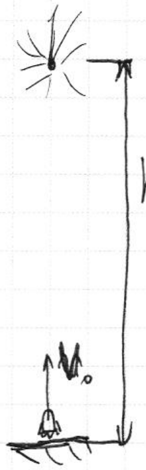
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

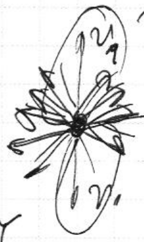


З.С.Э для ещё невзорвавшегося фейерверка:

$$\frac{\cancel{m} v_0^2}{2} = \cancel{m} g H; \quad v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10\,м/с^2 \cdot 65\,м} =$$

$$= \sqrt{1300\,м^2/с^2} = 10\sqrt{13}\,м/с \approx 36{,}5\,м/с$$

Рассмотрим взрыв фейерверка:



т.к. все осколки примерно равны по массе и имеют одинаковый импульс, то они будут иметь одинаковые начальные скорости v_0. Очевидно, что осколок, нач. скорость которого направлена ровно вниз, упадёт первым (за время τ_1 от взрыва), а скорость которого направлена ровно вверх, упадёт последним (за время τ_2); скорость самого фейерверка равна 0, высота взрыва H, тогда запишем сис-му ур-ний:

$$\begin{cases} H = v_0 \tau_1 + g\frac{\tau_1^2}{2} \\ H = -v_0 \tau_2 + g\frac{\tau_2^2}{2} \\ \tau_2 - \tau_1 = \tau = 10\,сек \end{cases}; \quad \boxed{\tau_2 = \tau + \tau_1}$$

$$v_0 \tau_1 + \cancel{\frac{g\tau_1^2}{2}} = g\frac{\tau^2}{2} + \frac{2g\tau\tau_1}{2} + \cancel{\frac{g\tau_1^2}{2}} - v_0\tau - v_0\tau_1$$

$$2v_0\tau_1 - g\tau\tau_1 = g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau$$

$$\boxed{\tau_1 = \frac{g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau}{2v_0 - g\tau}}$$

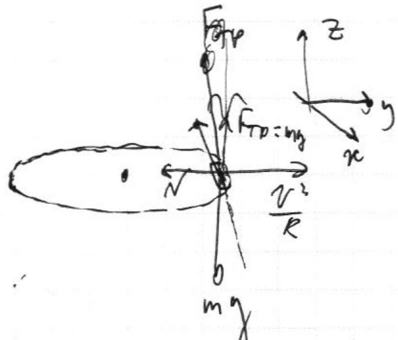
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№2 (прод.)

... то время, за которое ~~брусок~~ шайба поднялась на H, будет равно времени, за которое ~~брусок~~ шайба опустилась, тогда $v_a = 2u = v_0 \cos\alpha = 2\,м/с \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,м/с \approx \boxed{1{,}7\,м/с}$

№3

1)



Рассмотрим силы, действующие на машинку: ~~$F_{тр}$~~

Oz: Oy:

$F_{тр} = mg$; $N = m\frac{v_0^2}{R}$; $F_{тр} = \mu N$

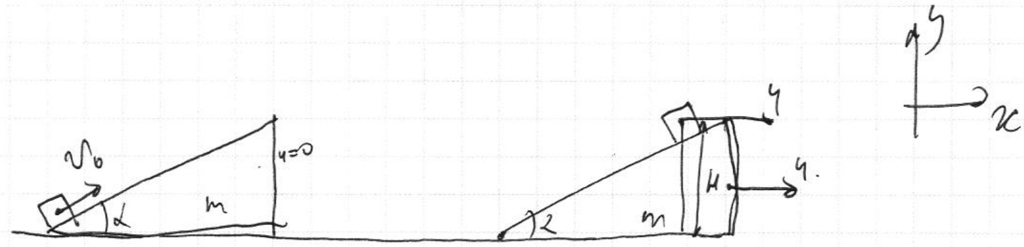
$F_{тр\,max} = 0{,}9 \cdot m \times \frac{v_0^2}{R} = 0{,}9 \cdot 4{,}56 = \underbrace{4{,}104\,Н}_{} \approx mg$

~~$F_{тр} = \mu \cdot m$~~ Сила трения направлена вдоль Oz;

Тогда $P = \sqrt{F_{тр}^2 + N^2} = m\frac{v_0^2}{R}\sqrt{\mu^2+1} = 4{,}56 \cdot \sqrt{1{,}81} \approx$

$\approx 6{,}156\,Н$

№2.



Под действием силы реакции опоры клин поедет вперед вместе с шайбой, когда шайба будет в наивысшей точке H, её скорость будет равняться 0 относительно клина, и в земной ИСО они будут вместе двигаться со скоростью u;

З. С. Э:

$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = 2\cancel{m}\frac{u^2}{2} + \cancel{m}gH \,|\cdot 2$$

$$\begin{cases} v_0^2 = 2u^2 + 2gH \\ u = \dfrac{v_0\cos\alpha}{2} \end{cases}$$

З. С. И (по Ox):

$$\cancel{m}v_0 \cos\alpha = 2\cancel{m}u$$

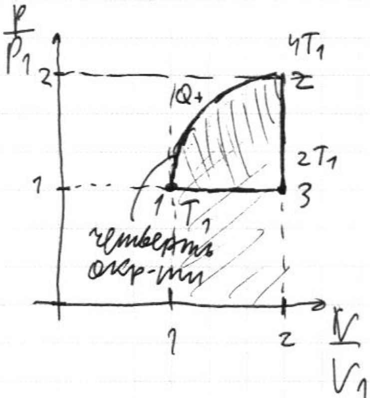
$$\rightarrow \begin{cases} v_0^2 = \dfrac{v_0^2\cos^2\alpha}{2} + 2gH; \\ H = \dfrac{v_0^2(2-\cos^2\alpha)}{4g} = \dfrac{4\,м^2/с^2\left(2-\frac{3}{4}\right)}{4\,м/с^2} = \end{cases}$$

$$= 0,125\ м$$

~~Т.к. клин двигается под действием силы реакции опоры со стороны бруска, а она не меняется, а клин двигается равноускоренно. Тогда перейдем в НИСО клина: на шайбу (по вертикали) действуют только N_y и g;~~ Т.к. силы, действующие на клин со стороны шайбы не меняются, и также силы по оси Oy, действующие на шайбу не меняются, что...

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$P_1V_1 = \nu RT_1$

$2P_1 2V_1 = \nu RT_2$, $T_2 = 4T_1$

аналог. $T_3 = 2T_1$

Сначала найдем работу:
В таких циклах работа равна ~~пл~~ площади под графиком $P(V)$; тогда

$A = S_{ч.г} = \frac{1}{4}\cdot(\pi r^2 \cdot P_1V_1)$; $r = 1$;

$A = \frac{\pi}{4}\cdot P_1V_1 = \frac{\pi}{4}\cdot \nu RT_1 \approx 0{,}765\,\nu RT_1$,

Чтобы найти Q_+, воспользуемся 1-м Нач. Термодинамики:

$Q_+ = \Delta U + \Delta A$;

ΔA – площадь под дугой 12;

Тогда $\Delta A = \frac{\pi}{4}\nu RT_1 + 1\cdot 1 P_1V_1 = \left(\frac{\pi}{4}+1\right)\nu RT_1$;

$\Delta U = \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) = \frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1) = \frac{3}{2}\cdot 3\nu RT_1 = 4{,}5\,\nu RT_1$;

$Q_+ = \Delta U + \Delta A = \left(\frac{\pi}{4}+5{,}5\right)\nu RT_1 \approx 6{,}265\,\nu RT_1$

Т.к. в цикле больше ~~нигд~~ нигде теплота не подводится, $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}+5{,}5} \approx \frac{0{,}765}{6{,}265} \approx$

$\approx 12{,}2\%$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (прод.)

$$\tau_1 = \frac{g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau}{2v_0 - g\tau}; \quad H = v_0\frac{g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau}{2v_0 - g\tau} + g\frac{\left(\frac{g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau}{2v_0 - g\tau}\right)^2}{2}$$

$$H(2v_0 - g\tau)^2 = v_0\left(g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau\right)\cdot(2v_0 - g\tau) + g\frac{\left(g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau\right)^2}{2}$$

$$4v_0^2H + Hg^2\tau^2 - 4v_0g\tau H = \left(\frac{v_0 g\tau^2}{2} - v_0^2\tau\right)\cdot(2v_0 - g\tau) + \frac{g}{2}\left(g\frac{\tau^2}{2} - v_0\tau\right)$$

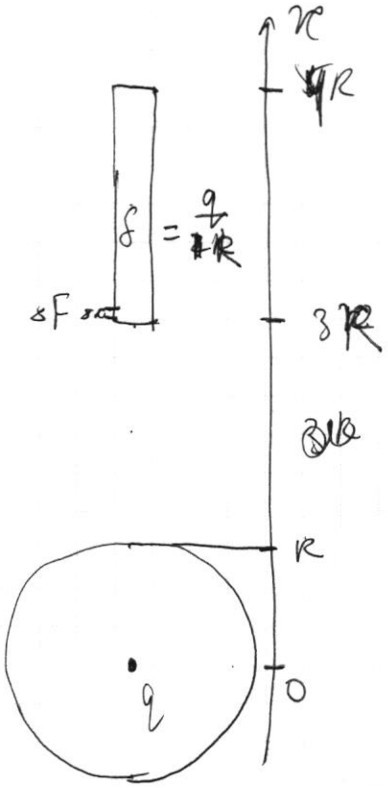
Чтобы упростить вычисления, подставим числа.

$$260v_0^2 - 65000 - v_0\cdot 26000 = ($$

№5

1) Т.к. поле заряженной сферы равно полю точечного заряда, расположенного в центре этой сферы, то: $\boxed{F_1 = k\frac{Qq}{4R^2}}$

2)



Рассмотрим маленький кусочек стержня:

$$\Delta F = k\frac{dx\cdot\delta\cdot Q}{x^2};$$

$$\boxed{F_0} = \int_{4R}^{3R} k\frac{dx\,\delta Q}{x^2} = \int_{4R}^{3R} k\delta Q\cdot\frac{1}{x^2}dx = k\frac{q}{R}Q\left.\frac{-1}{x}\right|_{4R}^{3R} =$$

$$\boxed{= k\frac{qQ}{R}\cdot\left(-\frac{1}{4R}+\frac{1}{3R}\right) = k\frac{qQ\cdot R}{12R^3} = k\frac{qQ}{12R}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4\pi r^2$

Степень $n-1$

$x = n$

$k = \frac{1}{n}$

$n+1$

$7650 \,|\, 6{,}265$

$6265 \quad 0{,}122$

13850

12530

13200

$\int 2x^2 =$

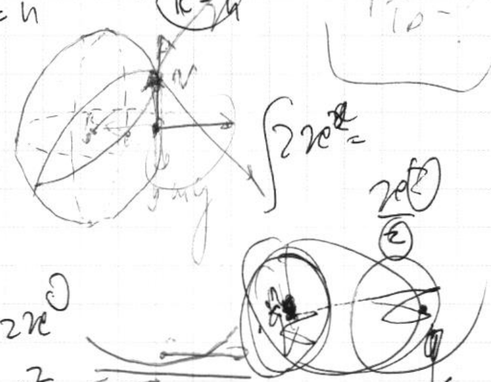
$x^{2\prime} = 2x^0$

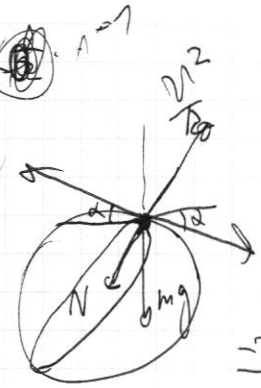
$\int 2x = x^2$

$\frac{x^{n+1}}{n}$

$\int \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2}$

$-\frac{1}{2x}$

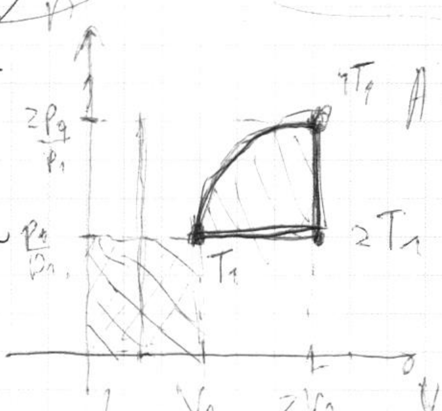




$\frac{A}{Q_+}$

$A = S_{\text{фиг}} = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot 1 \cdot P_1V_1 = \frac{\pi}{4} P_1V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$

$P_1V_1 = \nu R T_1$



$P_1V_1 = \nu R T_1$

$P_1 2V_1 = \nu R T_2 ; \; T_2 = 4P_1V_1$

$x^2 \int = 2x$

$F(x) = k \frac{q}{x^2}$

$= \Delta U + A_1 =$

$Q_+ = \frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1) + \frac{\pi}{4} P_1V_1 + P_1V_1 = \left(5{,}5 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1$

$F = k \frac{qq}{r^2}$

$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{5{,}5 + \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} + 5{,}5}$

$\int F(x)\, dx = k\, SQ \int x^{-2} =$

$x^{-2} = -2 \cdot \frac{1}{x^3} = -\frac{2}{x^2}$

$\pi \quad 3{,}140 \,|\, 400$

$2800 \quad 0{,}765$

$2600 \quad 5{,}5$

$2400 \quad 6{,}265$

2000

$-\frac{1}{4R} - \left(-\frac{1}{3R}\right)$

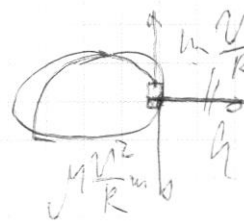
$\frac{-3R + 4R}{12R^2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\frac{v^2}{R} = \mu$

μ

$$\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2+\mu^2\left(\frac{v^2}{R}\right)^2}=\boxed{\frac{v^2}{R}\sqrt{1+\mu^2}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

последний

первый

$\frac{mv_0^2}{2} = mgH$; $v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} =$

$= \sqrt{1300} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{13} = \boxed{10\sqrt{13}}$

$\begin{cases} H = v_0 \tau_1 + \frac{g\tau_1^2}{2} \\ H = \frac{g\tau_2^2}{2} - v_0\tau_2 \\ \tau_2 - \tau_1 = 10 \text{ сек} \end{cases}$

$\sqrt{13} \approx 3{,}7$

36,5

$v_0\tau_1 + \frac{g\tau_1^2}{2} = \frac{g(10-\tau_1)^2}{2} - v_0(10-\tau_1)$

$v_0\tau_1 + \frac{g\tau_1^2}{2} = \frac{100g}{2} + \cancel{\frac{g\tau_1^2}{2}} - \frac{2g10\tau_1}{2} - 10v_0 + v_0\tau_1$

$50g - 10g\tau_1 - 10v_0 = 0$

$5g - 1 \cdot g\tau_1 - 1 \cdot v_0 = 0$

$\tau_1 = \frac{5g - 1 \cdot v_0}{1 \cdot g}$

$H = v_0\left(\frac{5g - 1 \cdot v_0}{1g}\right) + \frac{g}{2}\left(\frac{5g - 1 \cdot v_0}{1g}\right)^2$

~~$H = 5v_0 - \frac{v_0^2}{g} + 25g \ldots$~~

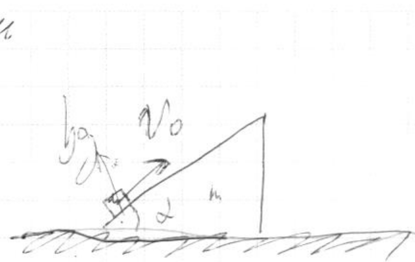
☑ черновик ☐ чистовик

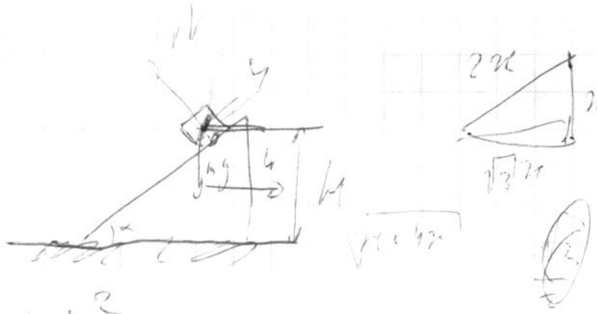
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

Ден.





$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m u^2}{2}$$

$m v_0 \cos\alpha = 2m u$

$v_0^2 = 2gH + 2u^2$

$v_0 \cos\alpha = 2u$, $u = \frac{v_0\cos\alpha}{2}$

$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2}$

$2v_0^2 = 4gH + v_0^2\cos^2\alpha$

$v_0^2(2-\cos^2\alpha) = 4gH$, $H = \frac{v_0^2(2-\cos^2\alpha)}{4g} = \frac{4\cdot\left(2-\frac{3}{4}\right)}{4\cdot 10} = \frac{\frac{8-3}{4}}{10} = \frac{\frac{5}{4}}{10} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ м

I: $M = 2m$

II: $M = m$

ничего не поменялось

В мысо

$0 = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}$

$1{,}4 \times 1{,}4 = 1{,}96$

$1{,}5 \times 1{,}5$

$1{,}7 \times 1{,}7 = 2{,}89$

черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)