

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

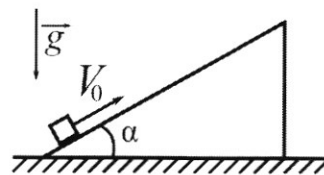
Шифр

(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

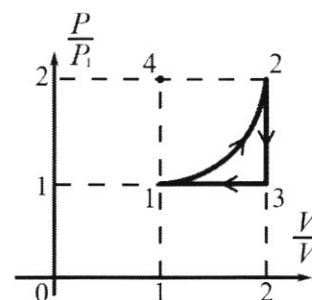
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

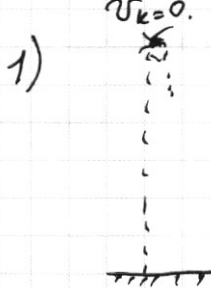
$$T = 3 \text{ с}$$

$$k = 1800 \text{ Дж}$$

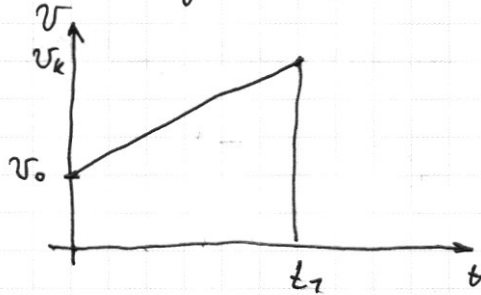
$$T = 10 \text{ с}$$

H ; T_1 ?

объяснение
уменьшо u_0 -я
уменьшился условия.



Выведи общую формулу для
показатели расстояния через
каждую скорость.



Площадь под графиком и является
расстоянием. $v_k = v_0 + g \cdot t_1$, тогда
площадь под графиком считается, как:

$$S = v_k \cdot t_1 - \frac{(v_k - v_0) \cdot t_1}{2} = v_k \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

Будем использовать эту формулу
нашли решение: (обозначая v_k и v_0 не относ.
к ракете).

2) Используя п. 2.

$$H = v_k \cdot T + \frac{g \cdot T^2}{2} \quad (\text{с учётом всех прояснений}). \quad (\text{м.к. высшая точка траектории, } v_k = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}})$$

$$H = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м.}$$

3). Пусть кол-во разл осколков после разлета = i , а
скорость каждого по v_i , т.к. по условию у всех
осколков она одинаковая, тогда общая кинетическая энергия после
взрыва:

$$k = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_i \cdot v_i^2}{2}, \quad \text{где } m_1; m_2 \dots m_i \text{ - массы осколков, ум.г.}$$

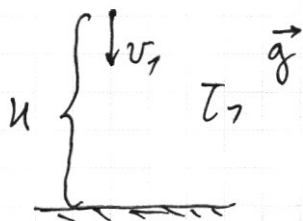
$$k = \frac{v_1^2}{2} (m_1 + m_2 + \dots + m_i), \quad \text{а } m_1 + m_2 + \dots + m_i = m.$$

$$k = \frac{v_1^2}{2} \cdot m$$

$$v_1^2 = \frac{2k}{m}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{m}{c} \quad \text{- скорость каждого осколка.}$$

4) По условию осколки летели во всех направлениях \Rightarrow есть хотя бы один осколок, летевший вниз, g он и примет самый короткий ~~путь~~.



$$H = v_1 \cdot \tau_1 + g \frac{\tau_1^2}{2}$$

$$45 = 60\tau_1 + 5\tau_1^2$$

$$\tau_1^2 + 12\tau_1 - 9 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 9 = 180 = 9 \cdot 20$$

$$\tau_{11} = \frac{-12 + 3\sqrt{20}}{2} = \frac{-12 + 3 \cdot 2\sqrt{5}}{2} = -6 + 3\sqrt{5} \approx 3(2,2 - 2) \approx 3 \cdot 0,2 = 0,6 \text{ с.}$$

$\tau_{12} < 0 \Rightarrow$ не возможен.

Ответ: $H = 45 \text{ м}$; $v_{\text{на}} = 60 \frac{m}{c}$; $\tau_1 = 0,6 \text{ с.}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

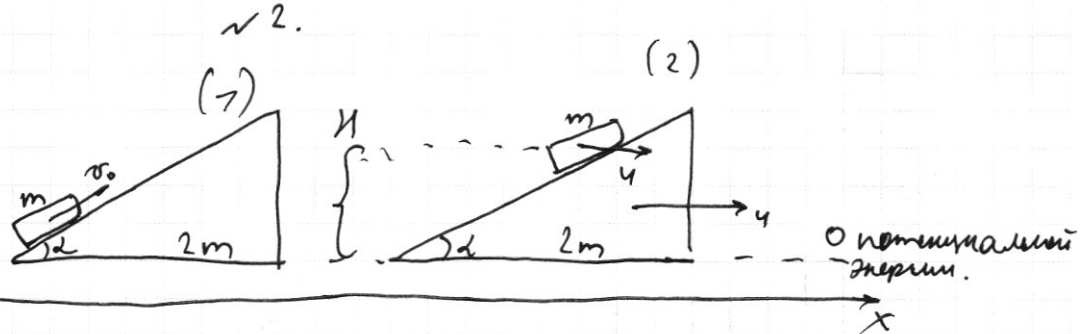
$$\cos \alpha = 0,6$$

$$M_k = 2m$$

$$H = 0,2 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_0 = ?; v = ?$$



- 1) Массу клина сразу считать, как $2m$;
т.к. брусок в верхней точке в состоянии $2 \rightarrow$
 \Rightarrow его скорость относительно клина $= 0$, то клин в
это время движется со скоростью $u \Rightarrow u$ скорость
шайбы будет u относительно земли.

- 2) Мы шайбу прова не рассматривать ЗСЦ и ЗСЭ для системы,
т.к. внутренние силы, такие как сила реакции опоры будут
компенсироваться

- 3) ЗСЦ для системы шайба + клин.

$$m \vec{v}_0 = m \cdot u + 2m \cdot u$$

$$0x) m v_0 \cdot \cos \alpha = m u + 2m \cdot u$$

$$v_0 \cdot \cos \alpha = 3u$$

$$v_0 \cdot 0,6 = 3u$$

$$v_0 = \frac{3u}{0,6} = \frac{u}{0,2} = 5u$$

- 4) ЗСЭ для системы шайба + клин:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = mgH + \frac{m u^2}{2} + \frac{2m u^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + m \cdot u^2 + 2u^2$$

Используя 3)

$$25u^2 = 2gH + 3u^2$$

$$22u^2 = 2gH$$

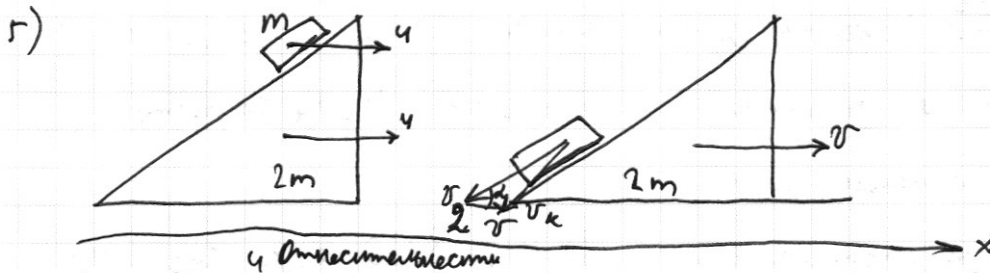
$$11u^2 = gH$$

$$u^2 = \frac{gH}{11}$$

$$u = \sqrt{\frac{g \cdot H}{11}}$$

$$u = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{11}} = \sqrt{\frac{2}{11}} \frac{m}{c}$$

$$v_0 = 5u = 5\sqrt{\frac{2}{11}} \frac{m}{c}$$



Из рис мы можем прямо нарисовать векторный треугольник скоростей для шайбы, показанный на рисунке, где v_2 - скорость относительно земли.

$$v_k = \sqrt{v_2^2 + v^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot v_2 \cdot v}$$

ЗСИ для системы шайба + клин в проекции на ось x

$$m \cdot u + 2m \cdot u = -m \cdot v_2 \cdot \cos \alpha + m \cdot v + 2m \cdot v$$

$$v_2 = \frac{3v - 3u}{\cos \alpha}$$

ЗСЭ для системы шайба + клин:

$$\frac{m \cdot u^2}{2} + \frac{2m \cdot u^2}{2} = \frac{m \cdot v_k^2}{2} + \frac{2m \cdot v^2}{2}$$

$$2gH + 3u^2 = m \cdot v_2^2 + m \cdot v^2 - 2m \cdot \cos \alpha \cdot v_2 \cdot v + 2m \cdot v^2$$

Подставляя значение v_2 можно найти v.

Ответ: $v_0 = 5\sqrt{\frac{2}{11}} \frac{m}{c}$; для v приведем формулу.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$F = 2mg$$

$$\alpha = 45^\circ$$

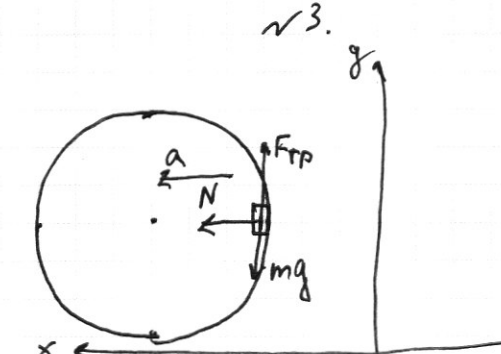
$$\mu = 0,8$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$a = ?$; $v_{\text{min}} = ?$

1)



2 ЗН для тела в проекции на ось y.

$$F_{\text{тр}} - mg = 0$$

$$mg = F_{\text{тр}}$$

пр

2) П.к. в уравнении сил есть именно сила действующая на сферу, означает, что F - это сумма сил N и $F_{\text{тр}}$, но N и $F_{\text{тр}}$ не перпендикулярны, поэтому мы можем записать: $\vec{F}' = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$,

где $\vec{F}' = -\vec{F}$, тогда по теореме Пифагора:

$$F'^2 = N^2 + F_{\text{тр}}^2$$

$$4m^2g^2 = N^2 + m^2g^2$$

$$N = mg\sqrt{3}$$

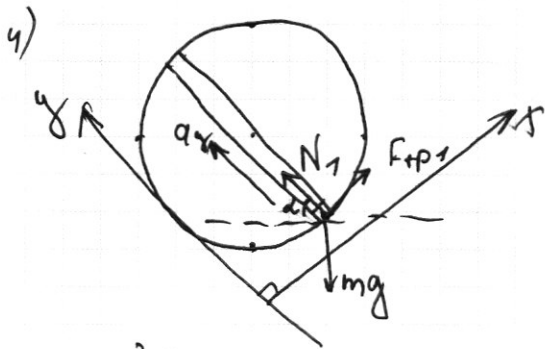
3) 2 ЗН для автомобиля в проекции на ось x:

$$N = m \cdot a$$

$$mg\sqrt{3} = ma$$

$$a = g\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 17 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

01)



23И в проекции на ось x:

$$\underline{F_{\text{тр}1} = mg \cdot \cos 45^\circ}$$

$$\mu \cdot N_1 = F_{\text{тр}1}$$

$$\mu \cdot N_1 = mg \cdot \cos 45^\circ$$

$$N_1 = \frac{mg \cdot \cos 45^\circ}{\mu}$$

23И в проекции на ось y:

$$N_1 - mg \cdot \cos 45^\circ = m \cdot a_y$$

$$\frac{mg \cdot \cos 45^\circ}{\mu} - mg \cdot \cos 45^\circ = \frac{m \cdot v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$g \cdot \cos 45^\circ \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) = \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$\sqrt{g \cdot \cos 45^\circ \cdot \frac{0,2}{0,8} \cdot R} = v_{\text{min}}$$

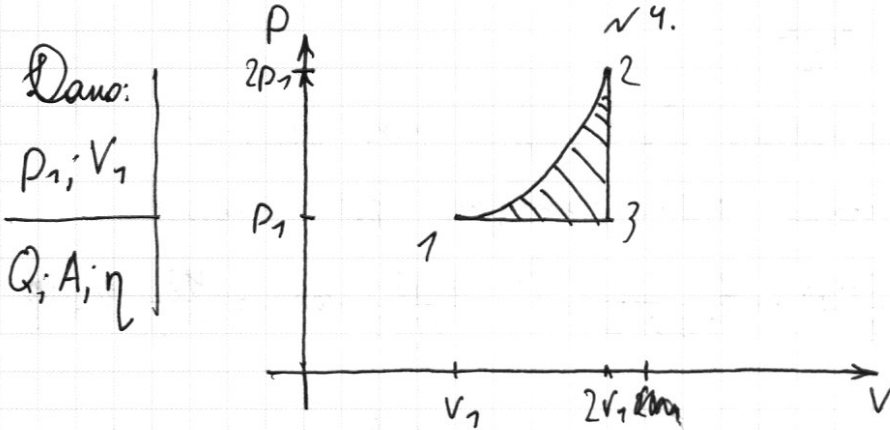
$$v_{\text{min}} = \sqrt{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{4}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{7} \approx \frac{2,6}{2} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: ~~$a = \cos 45^\circ$~~ $a = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v_{\text{min}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

(значения тангенса радианера \rightarrow
 \rightarrow есть только центростремительная
 ускорение $a_z = \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- 1) На участке расширения 1-2, ~~температура~~ температура только повышается, т.к. температура только растет.

$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12}$$

- 2) Работу A_{12} найдем как площадь под кривой окружности:

$$\begin{aligned} A_{12} &= p_1 \cdot (2V_1 - V_1) + (2p_1 - p_1) \cdot (2V_1 - V_1) - \frac{1}{4} \pi \cdot p_1 \cdot V_1 = \\ &= p_1 \cdot V_1 + p_1 \cdot V_1 - \frac{1}{4} \pi \cdot p_1 \cdot V_1 = p_1 \cdot V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) = p_1 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{8 - 3,14}{4} \right) = \\ p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{4,86}{4} &= \frac{2,43}{2} \cdot p_1 \cdot V_1 \quad (\text{Площадь под окружностью мы считаем и тем же самым способом исходя из размерности}). \end{aligned}$$

- 3) Исход из того, что газ идеальный:

Уравнение Менделеева-Клапейрона для точек 1 и 2:

$$p_1 \cdot V_1 = \nu R \cdot T_1$$

$$2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2$$

- 4) Умножим 1); 2); 3):

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3}{2} (4p_1 \cdot V_1 - p_1 \cdot V_1) + \frac{2,43 \cdot p_1 \cdot V_1}{2} = \frac{9}{2} p_1 \cdot V_1 + \frac{2,43 \cdot p_1 \cdot V_1}{2} = \\ &= \frac{11,43}{2} p_1 \cdot V_1 \end{aligned}$$

5) Работа газа за цикл будет равна замкнутой области на графике.

$$A = (2p_1 - p_1) \cdot (2V_1 - V_1) - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot p_1 \cdot V_1 = p_1 \cdot V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 \cdot V_1 = p_1 \cdot V_1 \left(\frac{4 - \pi}{4} \right) =$$

$$= p_1 \cdot V_1 \left(\frac{0,16}{4} \right) = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{0,43}{2}$$

6) Условно у нас есть решение $Q = Q_{\text{изп}}$, т.е. будет в остальных частях процесса температура уменьшается.

$$\eta = \frac{A \cdot 100\%}{Q_{\text{изп}}} = \frac{A \cdot 100\%}{Q} = \frac{0,43 p_1 \cdot V_1}{2} \cdot \frac{2}{77,43 \cdot p_1 \cdot V_1} \cdot 100\% = \frac{0,43}{77,43} \cdot 100\% = \frac{43}{77,43} \% \approx 3,8\%$$

Ответ: $Q = \frac{77,43 p_1 \cdot V_1}{2}$; $A = \frac{0,43 p_1 \cdot V_1}{2}$; $\eta = \frac{43}{77,43} \% \approx 3,8\%$

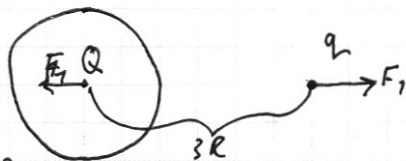
✓5.

Дано:

$Q; q; R;$

$3R; k$

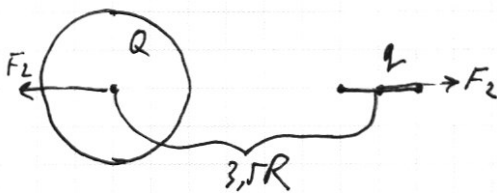
$F_1; F_2$



1) Заряды сферы и шарика оба положительные \Rightarrow они будут отталкиваться.

$$F_1 = \frac{k \cdot q \cdot Q}{9R^2}$$

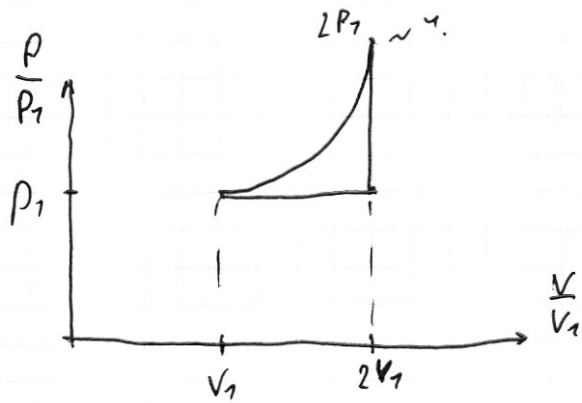
2)



Заряды сферы и шарика опять оба $> 0 \Rightarrow$ они отталкиваются.

$$F_2 = \frac{k \cdot Q \cdot q}{(3,5R)^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{k \cdot q \cdot Q}{9R^2}$; $F_2 = \frac{k \cdot Q \cdot q}{(3,5R)^2}$.



$$S = p_1 \cdot V_1 + (p_1 \cdot V_1 - \frac{2\pi \cdot p_1 \cdot V_1}{4})$$

$$\frac{2\pi \cdot V^2}{4} = \frac{\pi \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot V^2}{4}$$

$$Q_{max} = \Delta U + S = \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T_1) + p_1 \cdot V_1 + p_1 \cdot V_1 - \frac{\pi \cdot p_1 \cdot V_1}{4} =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 2p_1 \cdot 2V_1 - \frac{3}{2} \cdot p_1 \cdot V_1 + 2p_1 \cdot V_1 - \frac{\pi \cdot p_1 \cdot V_1}{4} = 6p_1 \cdot V_1 - \frac{3}{2} p_1 \cdot V_1 + 2p_1 \cdot V_1 -$$

$$\frac{\pi \cdot p_1 \cdot V_1}{4} = p_1 \cdot V_1 (6 - \frac{3}{2} + 2 - \frac{\pi}{4}) = p_1 \cdot V_1 (\frac{24 - 6 + 8 - \pi}{4})$$

$$= p_1 \cdot V_1 (\frac{24 - 6 + 8 - \pi}{4}) = \frac{79,72}{4} p_1 \cdot V_1$$

$$\begin{array}{r} \times 2,7 \\ 47 \\ \hline 889 \\ 54 \\ \hline 8,89 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 2,3 \\ 2,3 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 1,29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26,00 \\ - 6,28 \\ \hline 19,72 \end{array}$$

$$H = -v \cdot z + \frac{g \cdot z^2}{2}$$

$$45 = -v \cdot 70 + 5 \cdot 700$$

$$70v = 500 - 45$$

$$v = \frac{50 - 4,5}{1} = 45,5 \text{ м/с}$$

$$H = v \cdot z + \frac{g \cdot z^2}{2}$$

$$H = 45,5 \cdot z + 5 \cdot z^2$$

$$45 = 45,5 \cdot z + 5 \cdot z^2$$

$$9 = 9,1z + z^2$$

$$\begin{array}{r} 77,0 \\ - 9,7 \\ \hline 7,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,7 \\ 9,7 \\ \hline 57 \\ 819 \\ 8287 \\ \hline 8287 \\ - 45,5 \\ \hline 178,87 \end{array}$$

$$z^2 + 9,1z - 9 = 0$$

$$D = 82,81 + 36 = 118,81$$

$$z = \frac{-9,1 + \sqrt{118,81}}{2} \approx \frac{-9,1 + 10,9}{2}$$

$$\approx 0,9 \text{ м}$$

z_2 — некорректно

$$\begin{array}{r} \times 2,2 \\ 44 \\ \hline 44 \\ 94 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$60z + 5z^2 = 45$$

$$12z + z^2 = 9$$

$$z^2 + 12z - 9 = 0$$

$$D = 144 + 36 = 180$$

$$z = \frac{-12 + \sqrt{180}}{2} = 50 - 4,5$$

$$v = 45,5 \text{ м/с}$$

$$\frac{v^2}{2} \cdot m = k$$

$$v^2 = 3600$$

$$v = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v \cdot z + \frac{g \cdot z^2}{2} = 45$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$H = v_k + \frac{gt^2}{2}$$

$$H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ м}$$

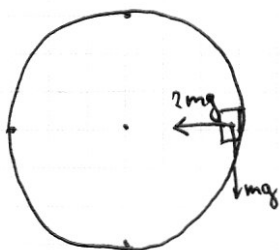
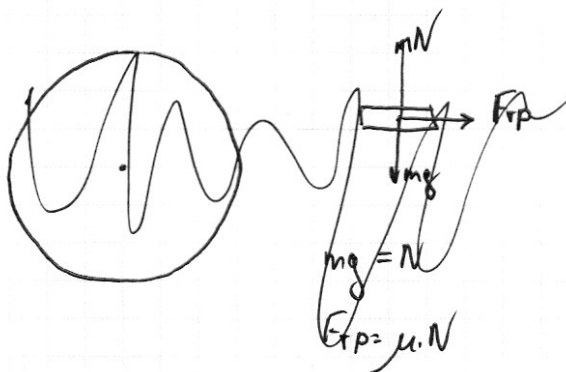
~~1.~~

2.



$$m a_x = 2mg$$

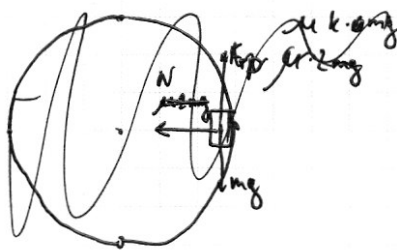
$$a_x = 2g$$



$$a_x = 2g$$

$$\begin{array}{r} 8,00 \\ - 3,14 \\ \hline 4,86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,00 \\ - 3,14 \\ \hline 0,86 \end{array}$$



$$mg = \mu \cdot k \cdot mg =$$

$$k = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

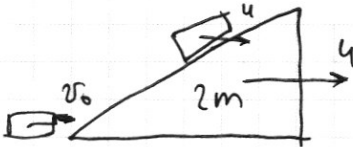
$$\mu \cdot k \cdot mg = \mu \cdot N$$

$$N = k \cdot mg$$

$$\begin{array}{r} 43 \overline{) 77,43} \\ \underline{4300} \\ 3443 \\ \underline{3290} \\ 153 \\ \underline{1530} \\ 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~?



ЗСЧ для системы:

$$m \cdot v_0 = 2m \cdot u + 4$$

$$\frac{v_0}{2} = u$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m \cdot u^2}{2}$$

$$v_0^2 = gH + 2 \cdot \frac{v_0^2}{4}$$

$$2v_0^2 = 2gH + v_0^2$$

$$v_0^2 = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 100,2} = \sqrt{4} = 2 \frac{m}{c}$$

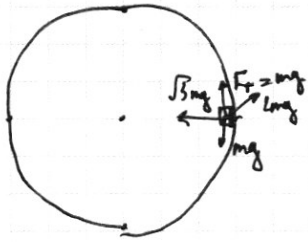
v_2

$$3m \cdot u = m \cdot v_2 \cdot \cos \alpha + m \cdot v + 2m \cdot v$$

$$mgH + \frac{m \cdot u^2}{2} + \frac{2m \cdot u^2}{2} = m \cdot v_2^2 + m \cdot v^2 + 2 \cdot m \cdot \cos \alpha \cdot v_2 \cdot v + 2m \cdot v^2$$

$$\frac{3v - 3u}{\cos \alpha} = v_2$$

~ 3.



mg
Lmg

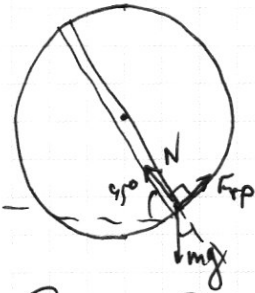
$$1 + x^2 = 4$$

$$x^2 = 4 - 1 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$m \cdot a_y = \sqrt{3} \cdot m \cdot g$$

$$a_y = \sqrt{3} g$$



$$N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{fp} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = mg$$

$$N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \mu \cdot N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = mg$$

$$N \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + \mu) = mg$$

$$N = \frac{\sqrt{2} mg}{1 + \mu}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,7 \\ 1,7 \\ \hline 2,89 \\ 1,7 \\ \hline 2,89 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,4 \\ 1,4 \\ \hline 1,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,5 \\ 2,5 \\ \hline 6,25 \end{array}$$

$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{8}}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,6 \\ 1,6 \\ \hline 2,56 \end{array}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = N - mg \cdot \cos 45^\circ$$

$$\frac{m v^2}{R} = \frac{\sqrt{2} \cdot mg}{1 + \mu} - mg \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v^2 = \frac{\sqrt{2}}{1 + \mu} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v^2 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{1,8} - \frac{1}{2} \right)$$

$$v^2 = \sqrt{2} \left(\frac{2 - 1,8}{3,6} \right) = \sqrt{2} \cdot \frac{0,2}{3,6} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{18}$$