

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

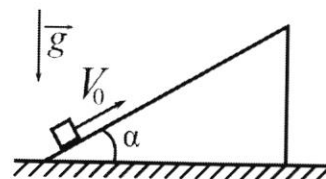
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк? *через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю*
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? *осколки упадут на землю*
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

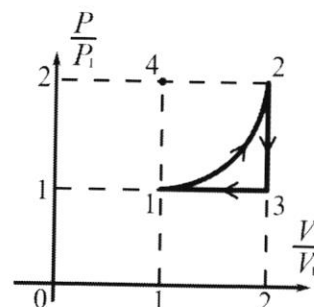
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. *Массы шайбы и клина одинаковы.*

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

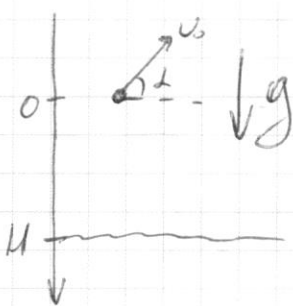
Поскольку фрейтберк взорвался в высшей точке траектории, он был неподвижен относительно поверхности. Рассмотрим осколки. По условию, они летят симметрично относительно модуля скорости сразу после взрыва. Так же,

$\sum m_i \frac{v_0^2}{2} = K$ - по условию. Это можно равенство можно представить, как

$\frac{v_0^2}{2} \sum m_i = K$, т.к. $\frac{v_0^2}{2} = \text{const.} \Rightarrow m \frac{v_0^2}{2} = K$ - отсюда можно найти скорость частиц при взрыве:

$$1_{ki} \frac{v_0^2}{2} = 1800 \text{ Дж} \Rightarrow v_0^2 = 3600 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \Rightarrow v_0 = 60 \text{ м/с.}$$

Очевидно, что докажу, что частица, летящая вверх, падает дольше всех, а частица, летящая вниз, меньше всего.



$$L \in \left[\frac{H}{2}; \frac{H}{2} \right].$$

$$-v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2} = H \cos \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t - H = 0$$

т.к. $\sqrt{D} > v_0 \sin \alpha t$, и при "н" время отрицательно. $D = v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \alpha t + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH}}{g} \quad \text{Поскольку}$$

$$\sin \frac{dt}{dL} = \frac{v_0}{g} \cos \alpha t + \frac{v_0 \sin \alpha t \cos \alpha t}{g \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH}} = 0. \quad \cos \alpha t = 0 - \text{решение.}$$

$$1. \frac{v_0 \sin \alpha t}{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH} = v_0 \sin \alpha t \Rightarrow \sin \alpha t < 0$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha t + 2gH = v_0^2 \sin^2 \alpha t - ? \Rightarrow \cos \alpha t = 0. \quad \Rightarrow$$

⇒ докажем.

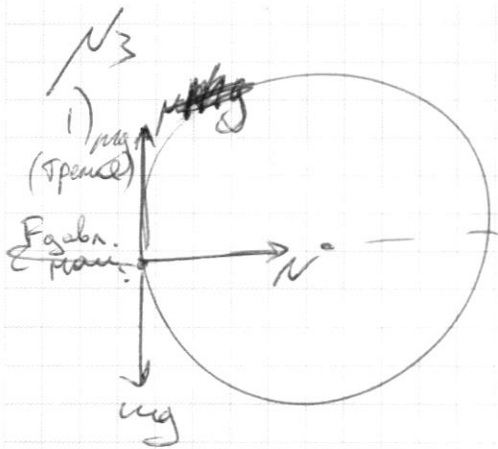
Заметим, что частица, которая полетела вертикально вверх, через некоторое время t_2 окажется в точке взрыва, со скоростью направленной в противоположном направлении. После этого она будет двигаться так же, как кусок, полетевший вертикально вниз. Обозначим время полета куска, полетевшего вниз за t_1 . ~~Из условия,~~
 ~~$t_1 + t_2 = 10$ с~~, так же, $mv_0^2 = 2mgh \Rightarrow v_0^2 = 2gh$, где h - высота, на которую полетел кусок, полетевший вверх, относительно точки взрыва. $h = 180 \text{ м} \Rightarrow g \frac{(t_2)^2}{2} = h \Rightarrow \frac{gt_2^2}{8} = h \Rightarrow t_2 = 12 \text{ с}$

По P.S. это я шлюсь до объявления об изменении 2го вопроса и изменении слова 10 с, так что t_2 я шлюсь 3р.

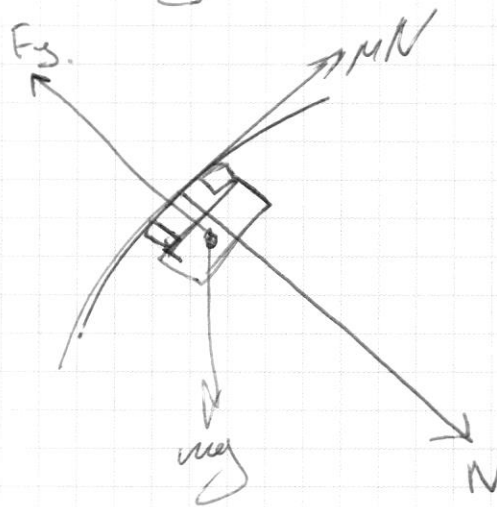
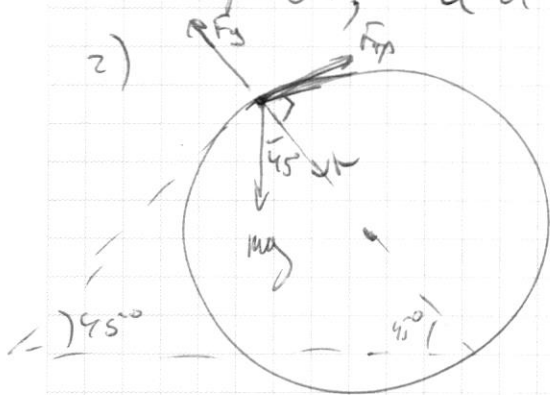
По условию, фейерверк взорвался через $T = 3$ с в высшей точке траектории.

Это означает, что он стартовал со скоростью $v = Tg = 30 \text{ м/с} \Rightarrow H = \frac{vT}{2} = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$.
 $\Rightarrow t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = (\sqrt{45} - 6) \text{ с}$.

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$, 2) $t_1 = (\sqrt{45} - 6) \text{ с}$.



Радиусу $N = 2mg$, где N — сила реакции опоры, $am = N = 2mg \Rightarrow a = 2g$.



F_y — центростремительная сила.

$$F_y = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$F_y \cos 45^\circ = \mu N$$

$$N = F_y - mg \cos 45^\circ$$

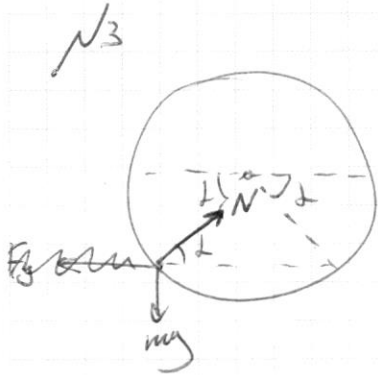
$$v_{\min} = \sqrt{gR \frac{m \frac{\sqrt{2}}{2}}{m - \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{10 \cdot 1 \frac{25\sqrt{2}}{8 - 5\sqrt{2}}} \text{ м/с}$$

$$= \sqrt{10 \frac{20\sqrt{2}}{40 - 25\sqrt{2}}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{200\sqrt{2}}{40 - 25\sqrt{2}}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{40\sqrt{2}}{8 - 5\sqrt{2}}} \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $2g$ 2) $\sqrt{\frac{40\sqrt{2}}{8 - 5\sqrt{2}}} \text{ м/с}$.

P.S. выбирала верхнюю точку, так как действие силы тяжести на шарик в две отрыва там больше всего, и если она пройдет в верхней точке, в остальных проблем не возникнет

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) $N = 2mg$

α - угол между силой реакции опоры N и np -гою движением.

Тогда,

$$N \sin \alpha = mg$$

$$N = 2mg$$

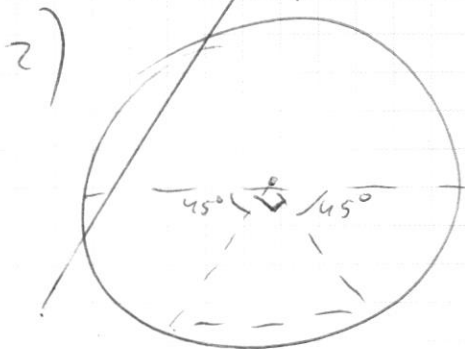
$$N \cos \alpha = F_y \quad \text{где } F_y - \text{центростремительная сила, равная}$$

центростремительная сила, равная

$$F_y = m a_y.$$

Итак, $N = 2 N \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow N \cos \alpha = N \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} mg = m a_y. \quad \text{Тогда } a_y = \sqrt{3}g.$$



р/ч

2) Работа A равна площади фигуры, ограниченной кривой и осью.

$$A = P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

1) По формуле $Q = \int \frac{1}{2} \gamma R \Delta T + A_{\text{газа}}$, где $A_{\text{газа}}$ именно равна площади под кривой 12;

$$Q = \int \frac{1}{2} \gamma R (T_2 - T_1) + \left(2 P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1\right).$$

$$\begin{cases} T_1 = \frac{P_1 V_1}{\gamma R} \\ T_2 = \frac{4 P_1 V_1}{\gamma R} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3}{2} \gamma R \left(\frac{4 P_1 V_1}{\gamma R} - \frac{P_1 V_1}{\gamma R} \right) + \left(2 P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 \right) =$$

$$= \frac{12 P_1 V_1}{2} - \frac{3 P_1 V_1}{2} + \frac{4 P_1 V_1}{2} - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{P_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}}$$

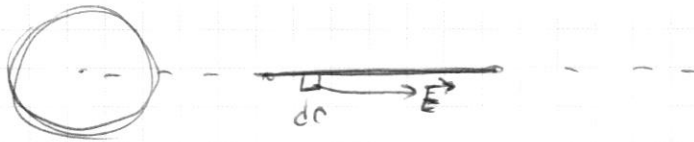
Ответ: 1) $Q = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1$; 2) $A = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$;

$$3) \eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) По теореме Гаусса, $4\pi kQ = E(\vec{r}) \cdot 4\pi \cdot 3R^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow E(\vec{r}) = k \frac{Q}{r^2} \Rightarrow$ на шарик заряда q
 будет действовать отталкивающая сила $F = k \frac{Qq}{9R^2}$

2)



Роскольному сила действия равна силе
 противодействия, а модуль каждой
 силы, с которой шар отталкивается
 стержень. Пусть линейная плотность заряда: $\lambda = \frac{q}{R}$

Тогда на него действует сила

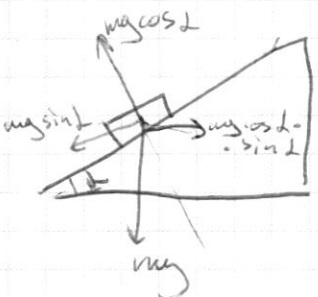
$$F = \int_{3R}^{4R} E(r) \lambda dr = kQ\lambda \int_{3R}^{4R} \frac{dr}{r^2} = kQ\lambda \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) =$$

$$= kQ\lambda \frac{1}{12R} = k \frac{Qq}{12R^2}$$

Ответ: 1) $k \frac{Qq}{9R^2}$ 2) $k \frac{Qq}{12R^2}$

№2.

1) Поскольку высота = 2 м на высоте = 2 м,
 клин ~~раз~~ разогнется с в 2 раза
 меньшим ускорением, чем на высоте.



$$\frac{a_{\text{на высоте}}}{a_{\text{на высоте}}} = \frac{2}{\cos \alpha} \Rightarrow \text{клин разогнется}$$

$$\text{до } v_0 \frac{\cos \alpha}{2} \Rightarrow \text{ЗС} \Rightarrow \text{выскажет}$$

как:

$$\frac{m v_0^2}{2} = 2 \mu_0 m g H + \frac{3 \mu_0 (v_0 \cos \alpha)^2}{2 \cdot 4}$$

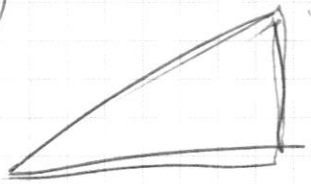
$$v_0^2 = 2 g H + \frac{3}{4} v_0^2 \cos^2 \alpha \quad v_0^2 \left(1 - \frac{27}{100}\right) = 2 g H$$

~~$$v_0^2 \sin^2 \alpha = 2 g H$$~~

~~$$v_0 = \frac{\sqrt{2 g H}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{4}}{0,8} = \frac{5 \cdot 2}{4} = \frac{5}{2} \text{ м/с.}$$~~

$$v_0 = \sqrt{\frac{400}{73}} \text{ м/с.}$$

2) Поскольку высота = м на высоте = м,



$$\frac{a_{\text{на высоте}}}{a_{\text{на высоте}}} = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow$$

\Rightarrow конечная скорость будет

оптимальна не в $\cos^2 \alpha$ раз ~~(1 - \cos^2 \alpha)~~ раз
 в этом случае $v^2 = 2 g H + 2 v_0^2 \cos^2 \alpha$

$\cos^2 \alpha$ раз.

$$v_0 = \frac{10}{\sqrt{57}} \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $v_0 = \sqrt{\frac{400}{73}} \text{ м/с}$; 2) ~~$v_0 = \frac{10}{\sqrt{57}} \text{ м/с}$~~

$$\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{57} \text{ м/с.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.
1) На шнуре ЗСЗ коле маятника в начальный момент и в моменте на высоте H .
 ~~$(v_0 \sin \alpha)^2 \cdot m = mgH$, где m - масса маятника. \Rightarrow~~

~~$\Rightarrow v_0^2 (1 - 0,6^2)^2 = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,2 \text{ м}$~~

~~$v_0^2 = 0,64 = 4 \text{ м}^2/\text{с}^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{25}{4} \text{ м}^2/\text{с}^2 \Rightarrow v_0 = \frac{5}{2} \text{ м/с}$~~

~~Рассмотрю момент, когда маятник находится на высоте H . Пусть v_1 - скорость горизонтально.~~

~~скорость маятника и маятник в этот момент,~~

~~Тогда, $m \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = 3m \frac{v_1^2}{2}$ когда маятник~~

~~$(v_0 \cos \alpha)^2 = (\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5})^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 = \frac{9}{4} \text{ м}^2/\text{с}^2 = 3 v_1^2$ высоте H .~~

~~$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}$ Тогда,~~

~~$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = mgH + 3m \frac{v_1^2}{2} \\ mgH = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2} m = \frac{9}{4} m \end{cases} \Rightarrow$~~

~~$\begin{cases} \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = 3m \frac{v_1^2}{2} \\ v_0 = \frac{5}{2} \text{ м/с} \end{cases} \Rightarrow$~~

~~\Rightarrow 2) Поскольку $m_{\text{шн}} = m_{\text{шн}}$, их скорости относительно С.О. движущегося ω скоростью v_1 будет одинаковой.~~


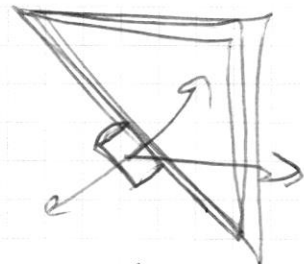
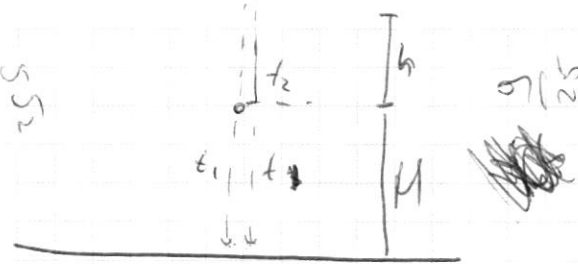
~~в этом пункте $v_1 = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}$.~~

~~Пусть v_2 - скорость маятника в конце.~~

~~$mgH + m \frac{v_1^2}{2} = m \frac{v_2^2}{2} + m \frac{v_2^2}{2}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\vec{v}^2 = 4 + 2 v_0^2 \cos^2 \alpha = 4 + 2 \cdot \frac{18}{25} \cdot \frac{9}{25}$
 $v_0^2 (1 - \frac{18}{25}) = v_0^2 \frac{7}{25} = 4$
 $v_0^2 = \frac{100}{7}$

$\sum \frac{miv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = 18000 \Rightarrow v^2 = 3600 \text{ м}^2/\text{с}^2 \Rightarrow v = 60 \text{ м/с}$

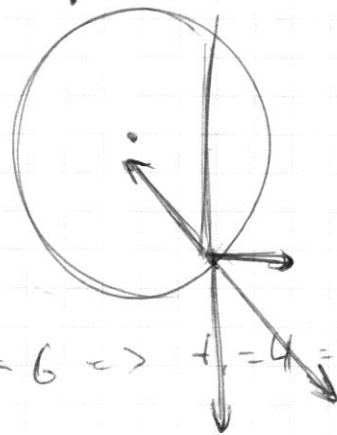
$v t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = H$
 $60 t_1 + 5 t_1^2 = H$

~~$v t_2 = 0$~~
 ~~$v t_2 + \frac{g t_2^2}{2} = 0$~~
 $T = t_2 + t_1$

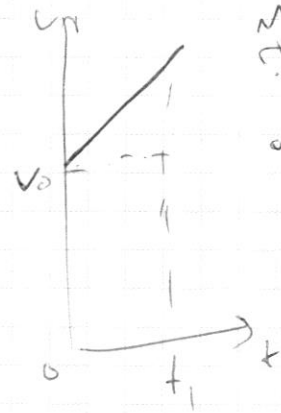
$60 = 5 t_2^2$
 $t_2 = 12 \text{ с}$

$\frac{d\Phi}{dt} = \dots$

$m v^2 = 2 \rho g h$
 $v^2 = 2 g h$

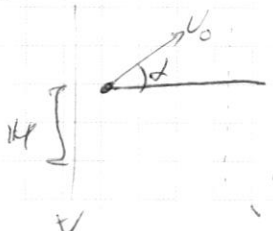


$\frac{553 - 8}{10} = \dots$



$3600 = 2 \rho \cdot h$
 $180 = h$
 $180 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$
 $36 = t^2 \Rightarrow t_2 = 6 \Rightarrow t_1 = 4 \Rightarrow H = 60 + \frac{10 \cdot 16}{2} = 65 \text{ м}$
 $H = 240 + 5 \cdot 16 = 320$

$dF = E(r) dr$



$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 4 \text{ нКл}$
 $E = k \frac{q}{r^2}$

$v_0 \sin \alpha t + \frac{g t^2}{2} = H$

$\frac{g t^2}{2} - v_0 \sin \alpha t + H = 0$

$D = v_0^2 \sin^2 \alpha + 4 \frac{g}{2} H = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 g H$

$v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 g H}$

$\frac{-60 + \sqrt{3600 + 6400}}{10} = 4 \text{ с}$



$\frac{320}{20} = 16$
 $9 - 6 = 3$
 $\sqrt{45} = 6.7$
 $60 + \sqrt{3600 + 900} = 109$

$$Q = du + \cancel{p} dA$$

$$Q = \frac{1}{2} \rho R dT + dA$$

$$221 = 29$$

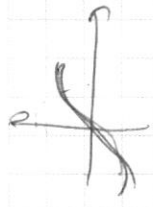
$$h h 1 = 2^2 9$$



$$229 = \frac{8}{29}$$

$$\frac{h h 1}{2^2 9}$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{29}\right)^2} = \frac{2}{29}$$



$$0,64 = \frac{64}{100} = \frac{32}{50}$$

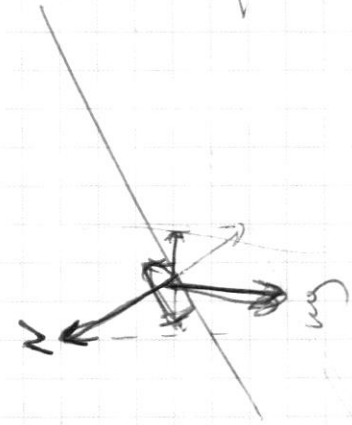
$$= \frac{16}{25}$$

$$\frac{25 \cdot 4}{16} = \frac{25}{4}$$

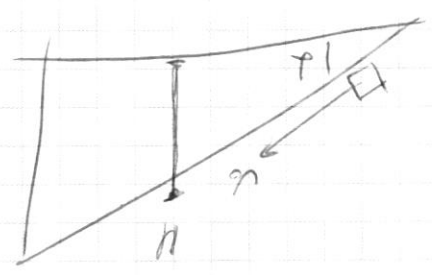
$$\frac{3}{5} = 0,6$$

$$\frac{(\cos \alpha)^2}{2} \text{ mm} = \frac{V^2}{2} \cdot 3 \text{ m}$$

$$\frac{m v_0^2}{2}$$



$$P_C = 2RA$$



$$\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right) + \frac{1}{g} (v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh) = 0$$

$$= \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{2 v_0 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}$$

$$\cos \alpha = 0 - \text{перемножить}$$

$$1 + \frac{2 v_0 \sin \alpha}{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}} = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}$$

$$-4 \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} = v_0 \sin \alpha$$

$$\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} = \frac{v_0 \sin \alpha}{4}$$