Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

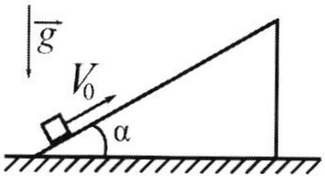
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

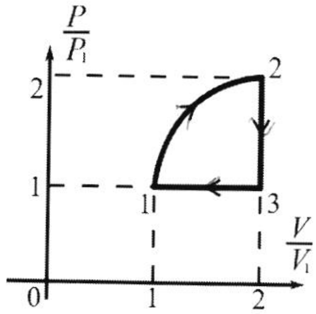
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.



5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

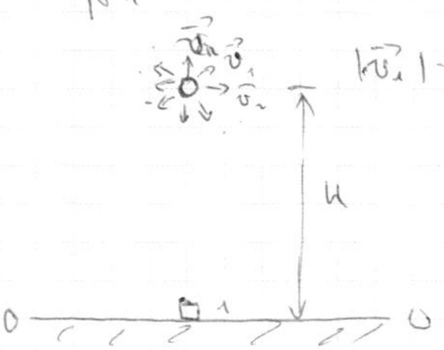
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = \ldots = |\vec{v}_n|$

1) На $H = 65$ м высшая точка траектории фейерверка, в ней скорость ~~ракеты~~ фейерверка равна 0.

Запишем ЗСЭ:

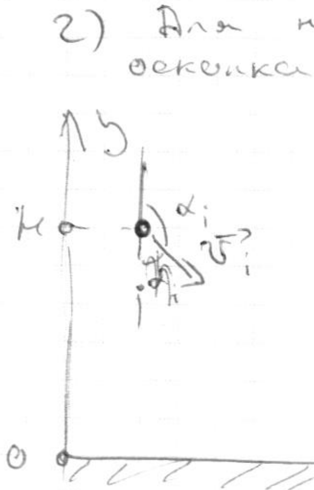
$\cancel{mv^2}$ $E_{k1} + E_{п1} = E_{k2} + E_{п2}$ – т.к. сопротивление воздуха мало, потерь энергии нет.

$$\frac{mV_0^2}{2} + 0 = 0 + mgH$$

$$V_0^2 = 2gH \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH};\ V_0 = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{м}{с^2} \cdot 65\,м}$$

$$V_0 \simeq 36\,\frac{м}{с}$$

2) Для начала найдём скорость одиночного осколка.



$v_{y_i} = +v_i \cdot \cos\alpha_i$ – скорость по оси y

$v_{y_i} = v \cdot \cos\alpha_i$

Уравнение движения по оси y:

$$y(t) = -gt^2 + v_i \cdot \cos\alpha_i \cdot t + H = -gt^2 + v \cdot \cos\alpha_i\, t + H$$

$y(t) = 0$ в момент падения

$$0 = -gt^2 + v_i \cdot \cos\alpha_i \cdot t + H$$

$gt^2 - v_i \cdot \cos\alpha_i\, t - H = 0$ – квадратное уравнение.

У квадратного уравнения из т. Виета есть 2 корня, t_1 и t_2, корни удовл. соотн: $t_1 + t_2 = \frac{v_i \cos\alpha}{g}$

$t_1 \cdot t_2 = \cancel{\frac{H}{g}}\ -\frac{H}{g}$

Очевидно, что один из корней отрицателен, так как произведение отрицательно.

Пусть это t_2, тогда

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

№1. Продолжение:

$$v_y(t) = -gt + v\cdot\cos\alpha$$

Отметим, что при $\cos\alpha = 1$ (частица летящая вверх), скорость полёта ~~будет больше~~ по оси y будет больше скорости полёта любой другой частицы, а при $\cos\alpha = -1$ (летит вниз) – меньше любой другой частицы.

Иными словами:

$$-gt + v > -gt + v\cdot\cos\alpha > -gt - v$$

Значит, первой упадет частица летящая вниз, а последней – летящая вверх

~~Их времена~~

Разность между временами их падения и есть τ

$$\tau = t_{верх} - t_{низ}$$

$$y_{верх}(t) = -gt^2 + v\cancel{\cos\alpha}\,t + H$$

$$y_{низ}(t) = -gt^2 - v\cancel{\cos\alpha}\,t + H$$

В момент падения, $y(t) = 0$

$$0 = -gt_{верх}^2 + v\,t_{верх} + H$$

$$\cancel{0 = -gt_{верх}^2 - v\,t_н}$$

$$0 = -gt_{низ}^2 - v\cdot t_{низ} + H$$

$$0 = -g(t_{верх}^2 - t_{низ}^2) + v(t_{верх} + t_{низ}) + H - H$$

$$0 = -g(t_{верх} + t_{низ})(t_{верх} - t_{низ}) + v\cdot(t_{верх} + t_{низ})$$

$$0 = (-g\tau + v)(t_{верх} + t_{низ}) \quad \big|:(t_{верх} + t_{низ}) \neq 0$$

$$0 = -g\tau + v \Rightarrow v = g\tau$$

Итак, модуль скорости каждой частицы равен $g\tau$

$$\sum E_{k_i} = \sum \frac{m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2}\cdot\sum m_i = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(g\tau)^2}{2}$$ – суммарная кин-энергия

$$\sum E_{k_i} = \frac{2кг\cdot(10с\cdot 10\frac{м}{с^2})^2}{2} = 10^4 Дж$$

Ответ: 1) $\approx 36\frac{м}{с}$; 2) 10^4 Дж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

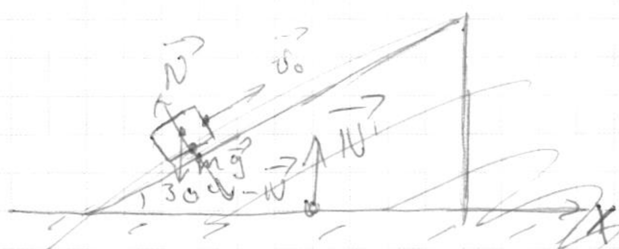
ШИФР

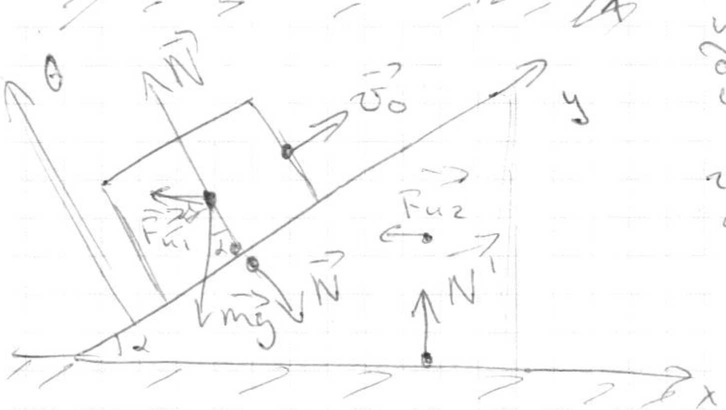
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

~~По горизонтали нет внешних сил, действующих на систему клин~~





1) Перейдём в НеИСО клина.

Всё на шайбу и клин будут действовать инерциальн. силы. Так как клин двигался вдоль горизонтальной поверхности, то $\vec{a}_{кл} \parallel x$, а значит $F_{u1} \parallel x$, $F_{u2} \parallel x$. При этом, так как массы клина и шайбы равны, $F_{u1} = F_{u2}$

$\vec{F_{u1}} = \vec{F_{u2}}$

(т.к. $F_{u1} = m_{ш} \cdot a_{кл}$; $F_{u2} = m_{кл} \cdot a_{кл}$)

Равновесие клина по оси x (II з-н Ньютона)

$-F_{u2} + N \cdot \sin\alpha = 0$

Равновесие шайбы по оси θ (шайба не отрывается от пов-ности) (II з-н Ньютона в проекции)

$N + F_{u1} \cdot \sin\alpha - mg \cdot \cos\alpha = 0$

$F_{u2} - N \cdot \sin\alpha = 0$

$N \cdot \sin\alpha + F_{u1} \sin^2\alpha - mg \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = 0$

$F_{u2} + F_{u1} \sin^2\alpha = mg \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$F_{u1}(1+\sin^2\alpha) = mg \sin\alpha \cdot \cos\alpha \Rightarrow F_{u1} = mg \cdot \dfrac{\sin 2\alpha}{2(1+\sin^2\alpha)}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№2. Продолжение:

II з-н Ньютона на ось y:

$-mg\cdot\sin\alpha - F_н\cdot\cos\alpha = ma$

$-mg\cdot\sin\alpha - mg\,\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin 2\alpha}{2(1+\sin^2\alpha)} = ma$

~~$a = 2g(\sin\alpha$~~

$a = -g\sin\alpha\left(1 + \dfrac{\cos^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}\right) = -g\sin\alpha\left(\dfrac{1+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}\right) =$
$= -g\sin\alpha\cdot\dfrac{2}{1+\sin^2\alpha}$

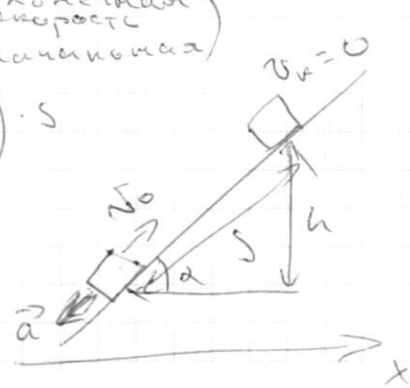
~~Из кинематики: $v_0^2 - v_k^2 =$~~

Отметим, что $a = const$, движение равноускоренное, нигде ранее в решении этот факт не предполагался, таким образом, его можно считать доказанным.

Из кинематики для равноуск. движ.:

$v_k^2 - v_0^2 = 2a\cdot S$ (v_k - конечная скорость, v_0 - начальная)

$0 - v_0^2 = 2(-g\sin\alpha)\left(\dfrac{\cancel{1+\sin^2\alpha+\cos}\ 2}{1+\sin^2\alpha}\right)\cdot S$



$h = S\cdot\sin\alpha$

$v_0^2 = 2g\cdot\dfrac{2}{1+\sin^2\alpha}\cdot h$

$h = \dfrac{v_0^2}{2g}\cdot\dfrac{1+\sin^2\alpha}{2}$

$h = \dfrac{\left(2\left(\frac{м}{с}\right)\right)^2}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}}\cdot\dfrac{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = \dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{5}{4}м = \dfrac{1}{8}м = 12{,}5\ см$

г) Из той же формулы

$v_k^2 - v_0^2 = 2\cdot a\cdot S$, получим, что в момент возвращения в прежнюю точку:

$v_k^2 - v_0^2 = 2\cdot a\cdot 0 = 0$

$|v_k| = |v_0|$

Значит, v_k противонаправлено v_0

~~$v_{0x} = v_0\cos\alpha$~~ $v'_x = -v_0\cos\alpha$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

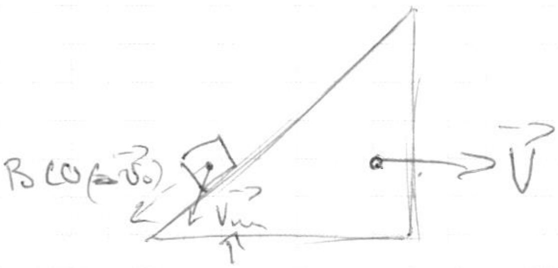
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. Продолжение.

С другой стороны, при возвращении в прежнюю СО, получим:
(СО неподвижной точки ин-ти)

$$\vec{v}_ш = \vec{v}_0 + \vec{V}$$

$$\Downarrow$$



$$\cancel{v_{0x}} \qquad \cancel{v_{0x} = v_{шx}}$$

$$v_{0x} = v_{шx} - v_x$$
(на систему)

Так как по оси x не действуют внешние силы, то выполним ЗСИ по оси x (для системы шайба – клин)

$$\cancel{p} \; p_x = const$$

$$p_{шx} + p_{клx} = const = p_{шx0}$$ (сравниваем конечный и начальный моменты)

$$m_ш \cdot v_{шx} + m_{кл} v_{клx} = m_ш \cdot v_{0x}$$

$$v_{шx} + v_{клx} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$v_{клx} = v_{кл} = v$$

$$v_{шx} + v = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$v_{шx} - v = -v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$2v = 2v_0 \cos\alpha$$

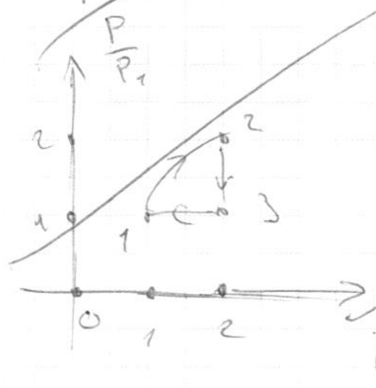
$$v = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$v = 2\frac{м}{с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,\frac{м}{с} \approx 1{,}7\,\frac{м}{с}$$

Ответ: 1) 12,5 см; 2) 1,7 $\frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3



Найдём работу газа на участке 1-2.

$\Delta A_i = p \cdot \Delta V$

$A_{1-2} = \sum (p_i \cdot \Delta V_i)$

$\cancel{\frac{p_i}{p_0} = \sqrt{1 - \frac{V}{}}}$

$\left(\frac{p_i}{p_0} - 1\right)^2 + \left(\frac{V_i}{V_0} - 2\right)^2 = 1$

$\frac{p_i}{p_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{V_i}{V_0} - 2\right)^2} + 1$

$A_{1-2} = \int_{V_0}^{2V_0} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{V_i}{V_0} - 2\right)^2} + 1\right) \cdot p_0 \cdot \Delta V_i$

$A_{1-2} = p_0 \cdot V_0 \int_1^2 \left(\sqrt{1 - \left(\frac{V_i}{V_0} - 2\right)^2} + 1\right) \Delta\left(\frac{V_i}{V_0}\right)$

$A_{1-2} =$

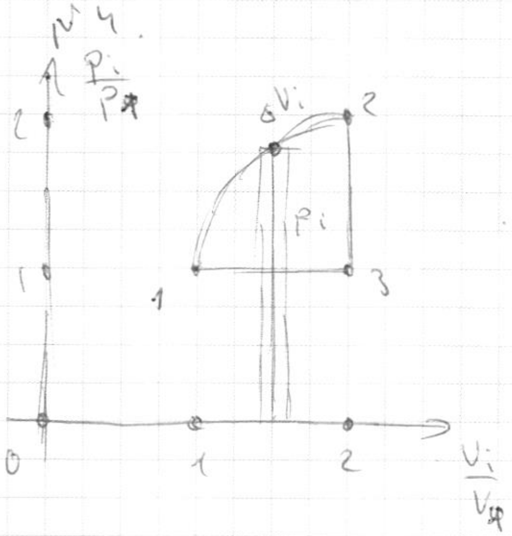
$A_{1-2} = \sum (p_i \cdot \Delta V_i)$

$A_{1-2} =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4.



1) Найдем работу газа на участке 1-2
1-2 - участок расширения
~~A_{1-2}~~

$\Delta A_i = p_i \cdot \Delta V_i$

$A_{1-2} = \sum p_i \cdot \Delta V_i$

Таким образом, т.к. каждое $p_i \cdot \Delta V_i$ - площадь ~~параллелогр~~ прямоугольника с высотой p_i и основанием ΔV_i, то их сумма - площадь под графиком $p(V)$ на участке 1-2, или площадь под графиком $\frac{p}{p_\phi}\left(\frac{V}{V_\phi}\right)$, умноженная на $p_\phi V_\phi$

$A_{1-2} = p_\phi \cdot V_\phi \left(1 + \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) p_\phi V_\phi$

$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\nu R \cdot \Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) =$

ур-е Менделеева-клапейрона:

$p_i V_i = \nu R T_i =$

$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow A_{1-2} = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \nu R T_1$

~~$\Rightarrow$~~ $p_2 \cdot V_2 = \nu R T_2$

$2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$ и $\Delta T_{1-2} = 3T_1$

$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2}\nu R T_1$

~~Из первого нача~~ Из ЗСЭ:

$Q = A + \Delta U$; $Q = \frac{9}{2}\nu R T_1 + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1 =$
$= \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1$; $Q = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) R T_1$; газа 1 моль.

№4. Продолжение

2. Работа газа на участках 2-3 и 3-1:

$A_{2-3} = \Sigma(p \cdot \Delta V) = 0$; $V = const$

$A_{3-1} = \Sigma(p \cdot \Delta V) = p \cdot \Sigma(\Delta V)$ (p = const, можно вынести за знак суммирования)

$A_{3-1} = p_1 \cdot (V_1 - V_2) = -p_1 V_1 = -\nu R T_1$

$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-1} = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1 + 0 - \nu R T_1 =$

$= \frac{\pi}{4} \nu R T_1$

$A = \frac{\pi}{4}\nu R T_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$ - газа 1 моль

$A = \frac{\pi}{4}\nu R T_1$ - работа газа за цикл

3. Найдем Q_{2-3} и Q_{3-1}:

$Q_{2-3} = A_{2-3} + \Delta U_{2-3} = \Delta U_{2-3}$

т.к. $T_3 < T_2$, то $\Delta U_{2-3} < 0 \Rightarrow Q_{2-3} < 0$

$Q_{3-1} = A_{3-1} + \Delta U_{3-1}$; $A_{3-1} < 0$, $U_{3-1} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{3-1} < 0$

Таким образом, КПД цикла η равно:

$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{1-2}} = \frac{\frac{\pi}{4}\nu R T_1}{\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1} = \frac{\pi}{22 + \pi}$

$\eta = \frac{3,14}{22 + 3,14} \approx 0,125$; $\eta \approx 12,5\%$

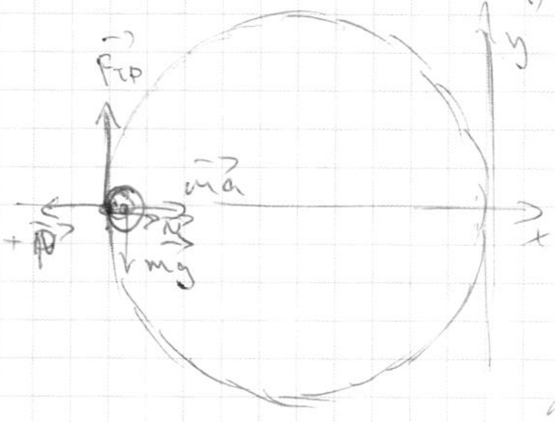
Ответ: 1) $\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1 = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) R T_1$

2) $\frac{\pi}{4}\nu R T_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$

3) $\frac{\pi}{22 + \pi} \approx 0,125$, $12,5\%$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.



1) Будем считать, что Автомобиль движется без проскальзывания, значит, сила трения между колёсами автомобиля и шаром - сила трения покоя принимает любое значение от 0 до μN и может быть направлена в любую сторону в плоскости, касающейся сферы.

II з-н Ньютона: ~~по оси x:~~

$\vec{ma} = \vec{N} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g}$

на ось x:

$\cancel{\vec{ma} = \vec{N}}$

$ma = N$, но, $\cancel{ma =}$ $a = a_c = \frac{v^2}{R}$, значит,

$N = m\frac{v^2}{R}$

$\vec{P} = -\vec{N}$ - III з-н Ньютона; $P = \frac{mv^2}{R}$

$P = 0{,}4кг \frac{(3{,}7\frac{м}{с})^2}{1{,}2м} \approx 4{,}6 Н$

Проверим, может ли в действительности машинка так ехать:

На ось y, II з-н Ньютона:

$F_{тр} = mg$; но $F_{тр} \le \mu N$ - закон Кулона-Амонтона

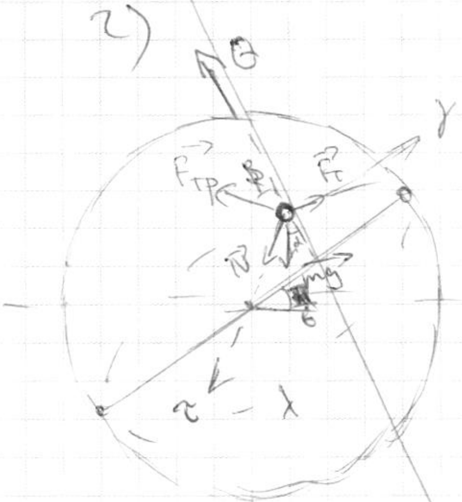
$mg \le \mu N$

$mg \le \mu \cdot m\frac{v^2}{R}$, $g \le \mu\frac{v^2}{R}$

$10\frac{м}{с^2} \le 0{,}9 \cdot \frac{(3{,}7\frac{м}{с})^2}{1{,}2м}$ - верно

№3. Продолжение:

г)



$\vec N$ направлено к центру сферы

Введём ось Θ, перпендикулярную плоскости большого круга шара, тогда ось Θ касается сферы. Также введём ось $\vec\tau$, напр. к центру сферы.

Сила тяги автомобиля $\vec F_т$ действует только вдоль его траектории λ, потому ~~не Θ~~, $F_{тΘ}=0$ и $F_{тτ}=0$.

II з-н Ньютона для автомобиля

$$\vec F_{тр} + \vec F_т + \vec N_т + m\vec g = m\vec a$$

На ось Θ: $F_{трΘ} - mg\cdot\cos\alpha = 0$, т.к. $\Theta_{авт} = const$, автомобиль не смещается по оси Θ.

На ось τ: $N = ma_\tau$, т.к. $\vec g \perp \tau$, $\vec F_{тр} \perp \tau$ (радиус, провед. в точку касания перп-перен касательной)

$a_\tau = a_{центростр} = \frac{v^2}{R}$ - ускорение, напр. к центру шара.

$$N = m\frac{v^2}{R}$$

α равен углу между пл-тями горизонта и траектории, т.к. λ ⊥ Θ и g ⊥ горизонт, то есть, $\alpha = \frac{\pi}{6}$

$F_{трΘ} \le F_{тр}$ - проекция на ось

$F_{тр} \le \mu N$

⇒ $\mu N \ge mg\cdot\cos\alpha$

$$\mu\frac{mv^2}{R} \ge mg\cdot\cos\alpha$$

$$v^2 \ge \frac{gR\cdot\cos\alpha}{\mu}$$

Примечание: С учётом того что $\vec F_т$ двигателя может быть любой (возможность) это гарантирует выполнимость II з-на Ньютона на ось γ, направленную вдоль траектории в данной точке, так, чтобы $a_\gamma = 0$. II закон Ньютона выполнен по 3 взаимно-перп-рным осям ⇔ II закон Ньютона выполнен

$$v_{мин} = \sqrt{\frac{gR\cdot\cos\alpha}{\mu}}, \quad v_{мин} = \sqrt{\frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 1,2м\sqrt3}{0,9\cdot 2}} \approx 3,5\frac{м}{с}$$

Ответ: 1) 4,6 м; 2) 3,5 $\frac{м}{с}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

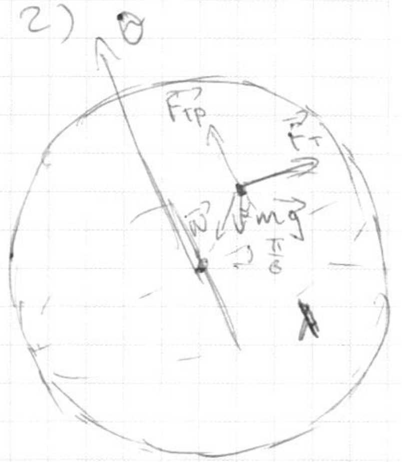
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. Продолжение

2)



$\vec{N}$ напр. к центру сферы

Пусть θ – перпяр. к плоскости траектории в центре сферы, а λ – сама плоскость траектории.

II з-н Ньютона:

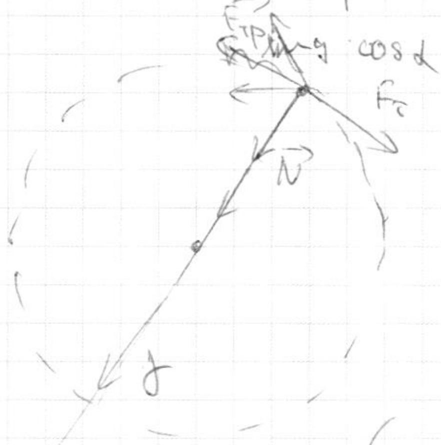
$$\vec{F}_{тр} + \vec{F}_{т} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

~~Пл-ть θ:~~

Ось θ: $F_{тр\,\theta} = mg \cdot \cos\alpha$ ($a = 0$, т.к. $\theta = const$)

Пл-ть λ: $\vec{F}_{тр\,\lambda} + \vec{N}_\lambda + m\vec{g}_\lambda + \vec{F}_{т\,\lambda} = m\vec{a}_\lambda$

$a_\lambda = a = a_\gamma$, так как автомобиль движется равномерно



Пусть γ – ось, проходящая через центр сферы сквозь машинку.

$$(mg \cdot \cos\alpha)_\gamma + F_{тр\,\gamma} + N = ma_\gamma$$

$$(mg \cdot \cos\alpha)_\gamma + F_{тр\,\gamma} + N = m\frac{v^2}{R}$$

Ответ: 1) 4,6 Н

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

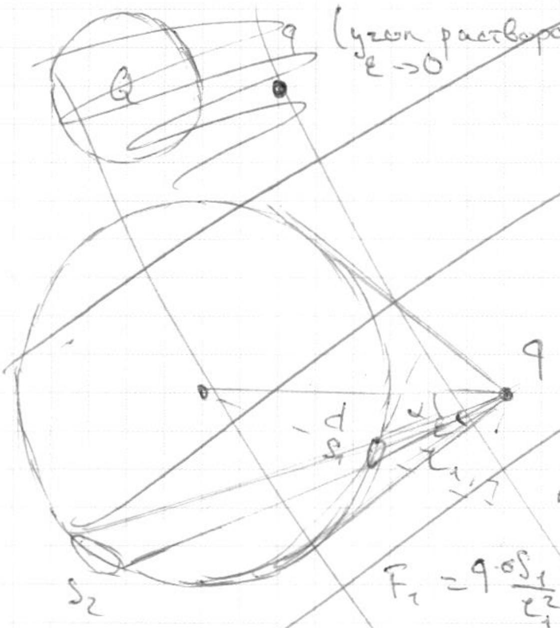
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5.



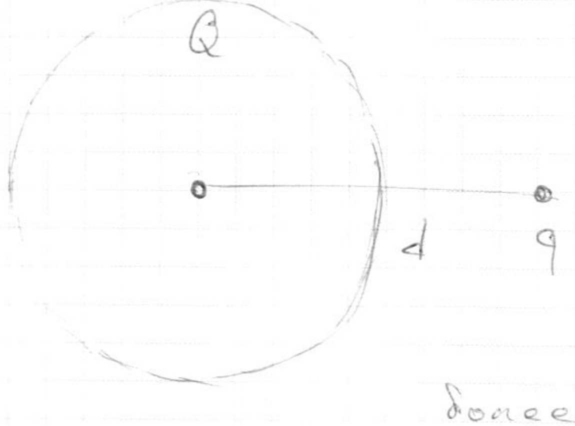
~~Рассмотрим небольшой конус, отклонённый от линии центров шара Q и точки q, основанием в q~~

~~Пусть σ - поверхностная плотность заряда на сфере~~

~~Запишем з-н Кулона для небольших участков S_1 и S_2 высекаемых конусом на сфере~~

$\cancel{F_1 = q\frac{\sigma S_1}{r_1^2}; \; F_2 = q\frac{\sigma \cdot S_2}{r_2^2}}$

$\cancel{\frac{S_1}{r_1}}$ $\cancel{\frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2}}$



Поскольку q вне сферы, можем заменить сферу эквивалентным помещённым в центре ей зарядом, т.е. таким, что поле от него будет таким же как и в случае сферы

$\cancel{F_k = q \cdot Q}$

$F_k = k\frac{qQ}{4R^2}$, в более общем случае:

$F_k = k\frac{qQ}{d^2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №5. Продолжение

2)

$$F_k = \sum F_{k_i}$$

$$F_k = \sum k \frac{\Delta q_i \cdot Q}{d^2}$$

$$\frac{\Delta q_i}{\Delta d} = const$$

$$F_k = \sum k \frac{\Delta d}{d^2} \cdot \frac{\Delta q_i}{\Delta d_i} \cdot Q = \sum k \cdot Q \cdot \frac{q}{d^3} \cdot \Delta d$$

При $\Delta d \to 0$:

$$F_k = \int_{2R}^{3R} k \cdot Q \cdot \frac{q}{d^3} \cdot \Delta d = kQq \cdot \int_{2R}^{3R} \frac{\Delta d}{d^3} =$$

$$\cancel{= kQq \cdot \int_{2R}^{3R} \left(-2 \frac{1}{d^2}\right.}$$

$$= kQq \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot d^{-2}\right) \Big|_{2R}^{3R} =$$

$$= \frac{1}{2} kQq \cdot \left(\frac{-1}{(3R)^2} + \frac{1}{(2R)^2}\right) = \frac{1}{2} kQq \cdot \frac{5}{36R^2} =$$

$$= \frac{5}{72} \frac{kQq}{R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{kQq}{4R^2}$; 2) $\frac{5}{72} \cdot \frac{kQq}{R^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

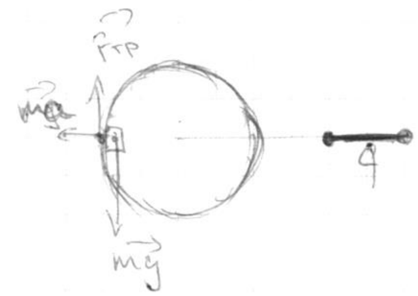
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$20 \cdot 65 = 130 \cdot 10 = 1300 =$

$=$

$35^2 = 900 + 2 \cdot 30 \cdot 5 + 25$

$3 \cdot 100$



$36^2 = 1800 + 35 + 36 + 25$

$(10 \cdot 10)^2$

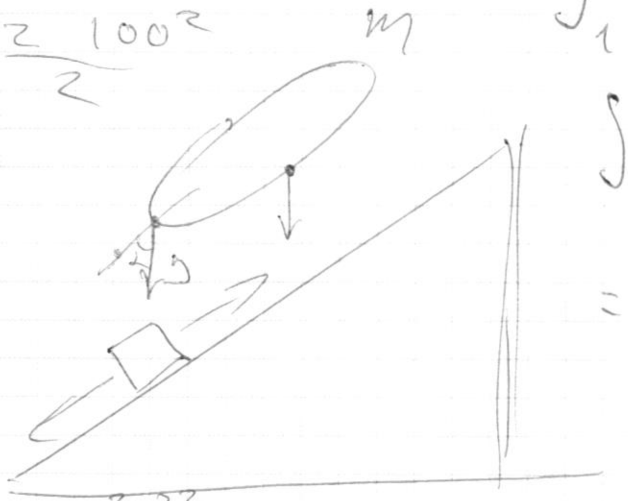
$\frac{2 \cdot 100^2}{2}$

$$\int_1^2 \left(\sqrt{1-\left(\frac{V_1}{V_0}-2\right)^2}+2\right)$$

$$\int_1^2 \left(\sqrt{1-(x-2)^2}+2\right) dx$$

$$= \int_{-1}^0 \left(\sqrt{1-x^2}+2\right) dx$$

12



$10 \le 0{,}9 \cdot \frac{3{,}7^2}{1{,}2}$

$V + V_{m x} = \cos \alpha$

$\frac{10}{0{,}9} \cdot 1{,}2 \le 3{,}7^2$

$V + V_{m x} = V_0 \cdot \cos \alpha$

$V - V_{m x} = V_0 \cdot \cos \alpha$

0,5

$3{,}7^2 \cdot 0{,}9 =$

$=$

$3{,}7 \times 3{,}7 = 0{,}49$

$11{,}5 \times 0{,}4$: 2, 44, 4,6

13,7

$\frac{3{,}14}{25} = 12{,}5$

$13{,}69 \times 0{,}9$: 81, 54

$3{,}7^2 = 9 + 2 \cdot 3 \cdot 0{,}7 = 13{,}\cancel{4}232$

4,2

$\frac{13{,}7}{1{,}2} = 10 + \frac{1{,}7}{} =$

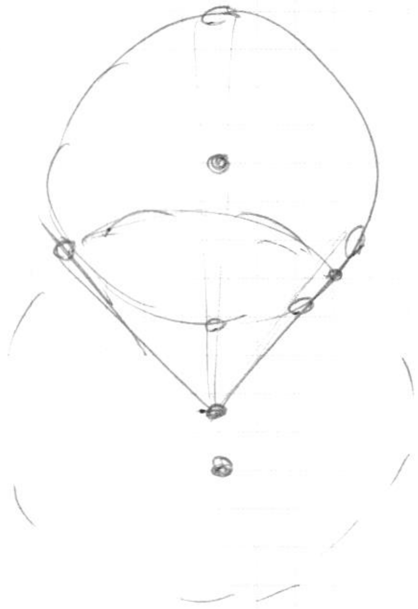
$= 11 + \frac{0{,}5}{1{,}2} = 11{,}5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\frac{5}{36} R^2$

$$\frac{10 \cdot 1{,}2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{0{,}9}$$

$$\frac{10 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}7}{1{,}8} \approx 12 \approx 3{,}5^2$$

$$1200 \approx 30 \cdot 40 = 35^2 - 25$$