

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

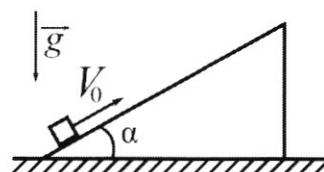
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

- 1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?
  - 2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

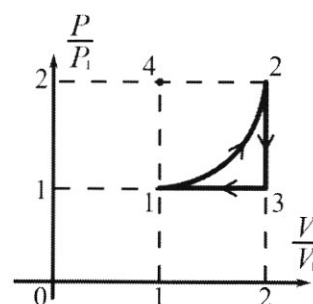
- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.
- 2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение  $a$  модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

- 1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.
- 3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

- 1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.
- 2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$K = 1500 \text{ Н/м}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$H$  - ?

$t$  - ?

Решение:

т.к. фреймверк разрывается в высшей точке, но скорость в этот момент равна 0.

Тогда высоту можно записать как

$$H = \frac{gT^2}{2}$$

т.к. это то же самое, что время фрейм. с высоты  $H$  до земли. скорости.

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Ответ:

$$1) \quad H = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

Сколько летит во все направления, значит самый длинный сектор будет тот, что направлен вверх, а самый короткий - вниз.

$$H = v t_{\min} + \frac{g t_{\min}^2}{2}$$

$$H = \frac{g t_{\max}^2}{2} - v t_{\max}$$

Энергия

$$\frac{m v^2}{2} = k$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 60 \text{ м/с}$$

Время от взрыва до пад. с секонка

$$t_{\min} = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$t_{\max} = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

Ответ:

$$2) \quad t_{\min} = \frac{-6 + \sqrt{3600 + 900}}{10} \approx 0,7 \text{ с}$$

$$t = t_{\max} - t_{\min} = \frac{2V}{g} = \frac{2}{g} \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 12e$$

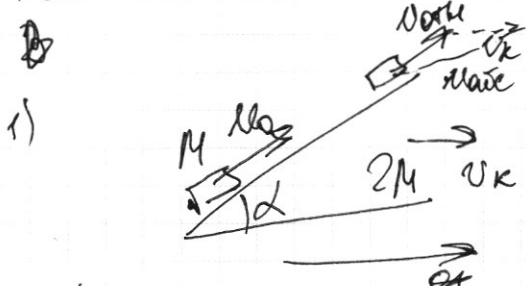
2.

Дано:  
 $\cos \alpha = 0$   
 $M = 0,2 \text{ м}$   


---

 $v_0 = ?$   
 $v_r = ?$

Решение:



В момент, когда шайба достигает максимальной высоты её тангенциальная скорость равна 0.

$$\text{ЗСЭ: } \frac{Mv_0^2}{2} = Mgh + \frac{2Mv_r^2}{2}$$

$$\text{ЗСД } \alpha: Mv_0 \cos \alpha = 2Mv_r$$

$$v_r = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$$

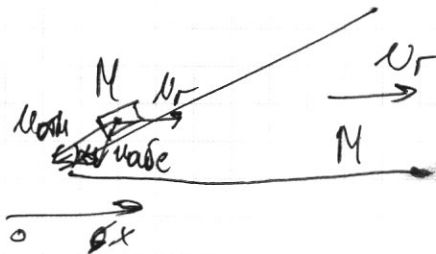
$$v_0^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cos^2 \alpha \right) = gh$$

$$v_0^2 = \frac{2gh}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}$$

Ответ:  $v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 0,2}{1 - \frac{0,36}{3}}} = \sqrt{\frac{4}{0,88}} \approx 2,15 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



$$M_k = M_{ш} = M$$

$$\text{ЗСД } ox: M v_0 \cos \alpha = M v_r' - M v_r \cos \alpha \quad (v_0 \cos \alpha - v_r)$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{M v_0^2}{2} = \frac{M v_{ш}^2}{2} + \frac{M v_r'^2}{2}$$

$$v_{ш}^2 = v_0^2 + v_r^2 - 2 v_0 v_r \cos \alpha$$

$$v_0^2 = v_{ш}^2 + 2 v_r'^2 - 2 v_0 v_r' \cos \alpha$$

$$v_0 \cos \alpha = 2 v_r' - v_{ш} \cos \alpha$$

$$v_{ш} = \frac{2 v_r'}{\cos \alpha} - v_0$$

$$v_0^2 = \frac{4 v_r'^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4 v_r' v_0}{\cos \alpha} + v_0^2 + 2 v_r'^2 - \left( \frac{4 v_r'}{\cos \alpha} - 2 v_0 \right) v_r' \cos \alpha$$

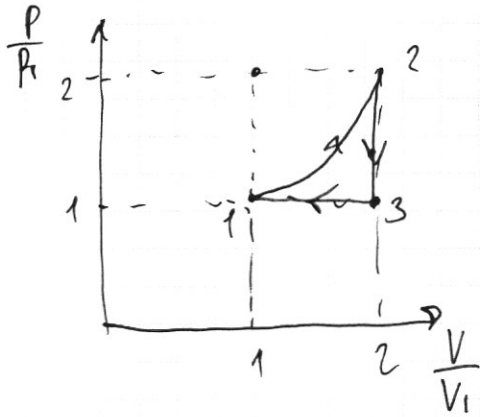
$$0 = 4 v_r'^2 - 4 v_r' v_0 \cos \alpha + 2 v_r'^2 \cos^2 \alpha - 4 v_r'^2 \cos^2 \alpha + 2 v_0 v_r' \cos \alpha$$

$$0 = v_r'^2 (4 - 2 \cos^2 \alpha) - v_r' (4 v_0 \cos \alpha - 2 v_0 \cos^3 \alpha)$$

$$v_r' = \frac{v_0 (4 \cos \alpha - 2 \cos^3 \alpha)}{4 - 2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 v_0 \cos \alpha (2 - \cos^2 \alpha)}{2 (2 - \cos^2 \alpha)} = v_0 \cos \alpha$$

Ответ:  $v_r' = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ м/с}$

4.



Темно порбо даденов по 1-2.  
 $Q = \Delta U + A_2$

$A_2$  - площта под 1-2.  
 Она е изобразена от триъгълник  
 и част от дъг четвърти окръжността.

$$A_2 = p_1 v_1 + p_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (p_1 v_1 + 4 p_1 v_1) = \frac{3}{2} \cdot 5 p_1 v_1 = \frac{15 p_1 v_1}{2}$$

$$Q = \frac{11 p_1 v_1}{2} + p_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{13 p_1 v_1}{2} - \frac{p_1 v_1 \pi}{4} = p_1 v_1 \left(\frac{26 - \pi}{4}\right)$$

Ответ:  $Q \approx 5,75 p_1 v_1$

~~A~~ A - площта под функцията 123.

Ответ:  $A = p_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = p_1 v_1 \frac{4 - \pi}{4} \approx 0,86 p_1 v_1$

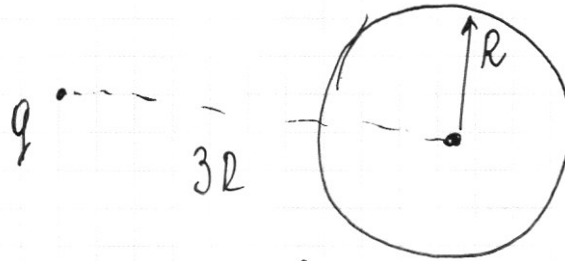
$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{0,86 p_1 v_1 \cdot 4}{4 \cdot p_1 v_1 (26 - \pi)} \approx \frac{1}{23} \approx 0,04$$

Ответ:  $\eta = 4\%$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б.

1)



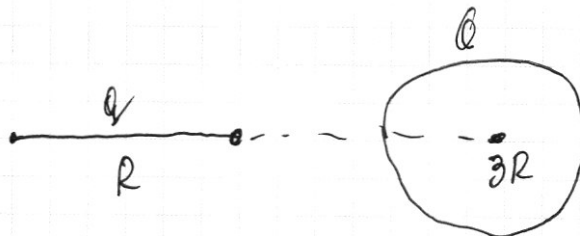
Выберем Гауссову поверхность - сферу радиуса  $3R$ , чтобы  
посчитать поле в точке, где находится заряд  $q$ .

$$\text{Чт. } (3R)^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

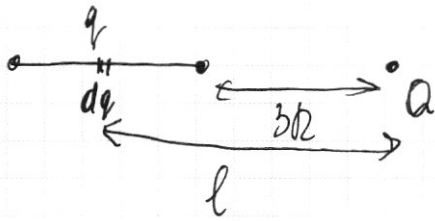
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (3R)^2} \quad \text{- поле как от точеч. заряда, помещ. в центре шара.}$$

Ответ:  $F_1 = E q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (3R)^2} = \frac{kq^2}{9R^2}$

2)



Аналогично первому случаю поле сферы будет таким  
же, как поле точеч. заряда.



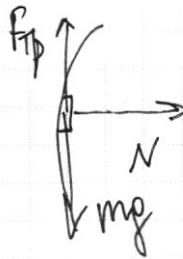
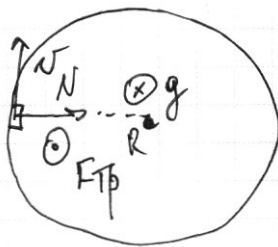
$$dF = \frac{k q dq}{l^2} = \frac{k q l dl}{l^2}$$

$$F = \int_{3R}^{4R} \frac{k q l dl}{l^2} = k q l \left( -\frac{1}{l} \right) \Big|_{3R}^{4R} = k q l \left( \frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right)$$

$l = \frac{q}{R}$  - мин. неот. заряда

Ответ:  $F_2 = \frac{k q q}{R} \left( \frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{k q q}{R^2} \left( \frac{4-3}{12} \right) = \frac{k q q}{12 R^2}$

3.



На сферу  $\vec{Q}$  модель действует полной силой реакции опоры  $\vec{Q} = \vec{F}_{тр} + \vec{N}$

$$Q = 2mg \quad \vec{F}_{тр} \perp \vec{N}$$

$F_{тр} = mg$ , т.к. машинка движется равномерно.

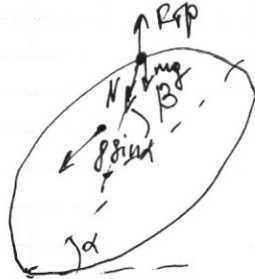
$$N^2 + (mg)^2 = 4(mg)^2$$

$$N = mg\sqrt{3}, \quad N = ma \Rightarrow mg\sqrt{3} = am$$

Ответ:  $a = g\sqrt{3}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а)



$$\mu N \geq mg$$

$$N \geq \frac{mg}{\mu}$$

$$m a_y = mg \sin \alpha \cos \beta + \frac{mg}{\mu}$$

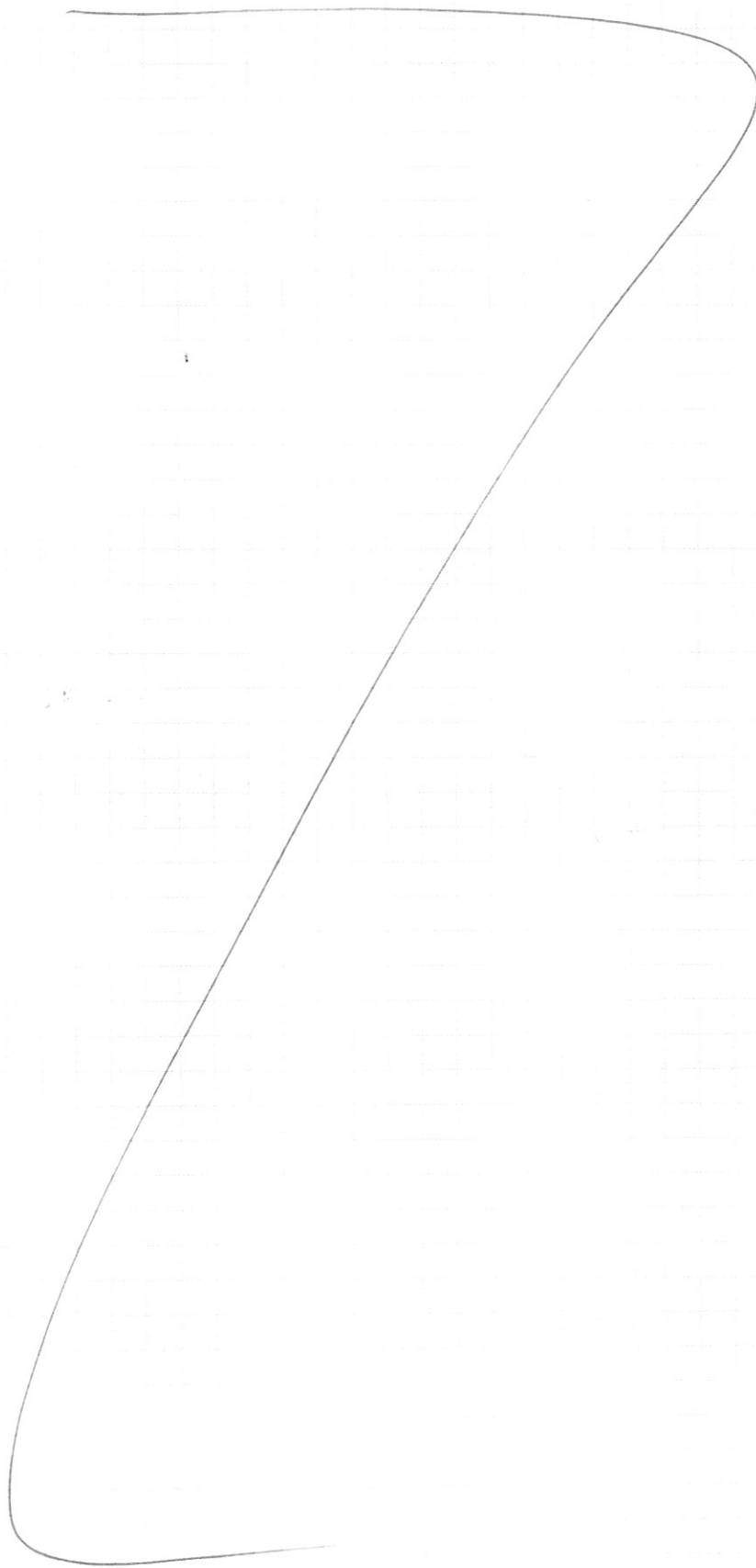
$$\frac{v_{\min}^2}{R} = g \sin \alpha \cos \beta + \frac{g}{\mu}$$

при  $\cos \beta = 1$ .  $v_{\min}$  — максимальная миним. пред. скорость

$$v_{\min} = \sqrt{gR \left( \sin \alpha + \frac{1}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \left( \frac{1}{1,41} + \frac{1}{0,2} \right)} = \sqrt{10 (0,7 + 1,25)}$$

Ответ:  $v_{\min} \approx 4,4 \text{ м/с}$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2  
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$\frac{4}{1,12}$   
 $\frac{400}{336} \bigg| \frac{112}{3,5}$   
 $\frac{23}{20} \bigg| \frac{25}{30}$   
 $x^2 = \frac{x^3}{3}$

$\frac{100/23}{52/20} \bigg| \frac{40409}{20}$   
 $\frac{53}{1,85} \bigg| \frac{0,6}{1,10}$

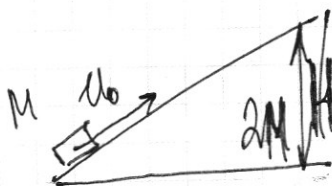
$M = \frac{qT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$   
 $K = \frac{mv^2}{2}$   
 $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 60 \text{ м/с}$

$M = vT_{\min} + \frac{qT_{\min}^2}{2}$   
 $qT_{\min}^2 + 2vT_{\min} - 2M = 0$   
 $T_{\min} = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 2qM}}{2q} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 20 \cdot 45}}{10} = -60 + \frac{60}{10} = -54$

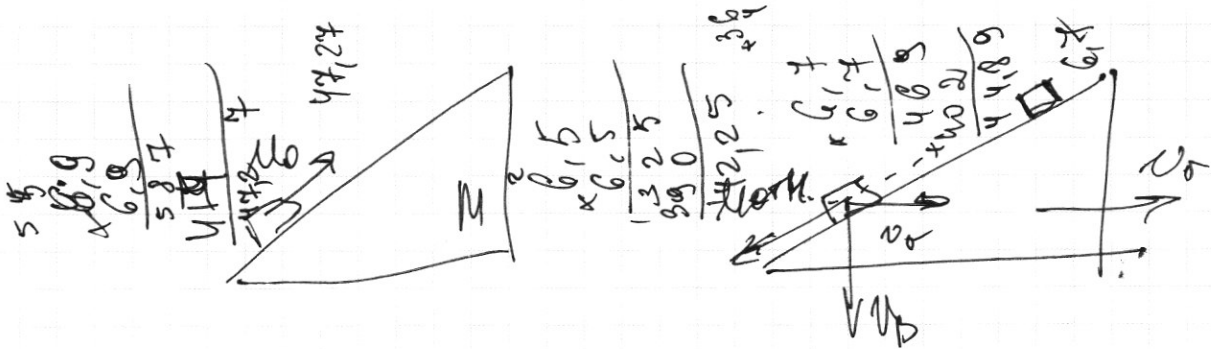
$M = \frac{qT_{\max}^2}{2} - vT_{\max}$   
 $qT_{\max}^2 - 2vT_{\max} - 2M = 0$   
 $T_{\max} = \frac{2v + \sqrt{4v^2 + 2qM}}{2} = \frac{60 + \sqrt{3600 + 20 \cdot 45}}{10} = 60 + \frac{60}{10} = 66$

$t = T_{\max} - T_{\min} = \frac{60}{10} + \frac{60}{10} = 12 \text{ с}$

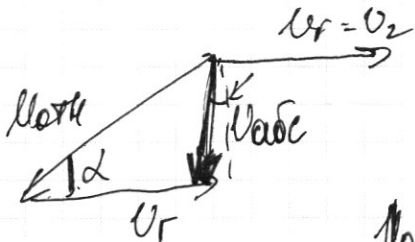
2.



$MgM + \frac{2M u_0^2}{2} = \frac{M u_0^2}{2}$   
 $M u_0 \cos \alpha = 2M u_0 T \quad u_0 = \frac{u_0 \cos \alpha}{3}$



~~$Mv_0 \cos \alpha = 2Mv_1$~~        $Mv_0 \cos \alpha = Mv_2 - Mv_1$



$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{Mv_1^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2v_1 v_0 \cos \alpha + v_1^2$$

$\sqrt{v_1^2 + v_0^2}$

$$v_0 \cos \alpha = v_1 - v_1$$

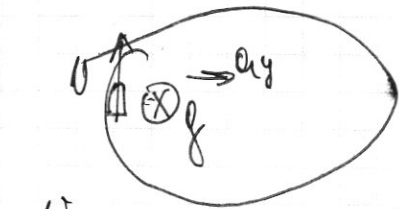
$$v_0^2 = 2v_1^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2v_1 v_0 \cos \alpha$$

$$v_1 = v_0 \cos \alpha - v_1$$

$$v_0 \cos \alpha = v_1 - v_0 \cos \alpha + v_1 = 2v_1 - v_0 \cos \alpha$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{2v_1}{\cos \alpha} - v_0$$

$$v_0^2 = 2v_1^2 + \left(\frac{2v_1}{\cos \alpha} - v_0\right)^2 - 2v_1 \left(\frac{2v_1}{\cos \alpha} - v_0\right) \cos \alpha$$



~~$mg =$~~   
 $ma = N$

$$a = \frac{N}{m} = g$$



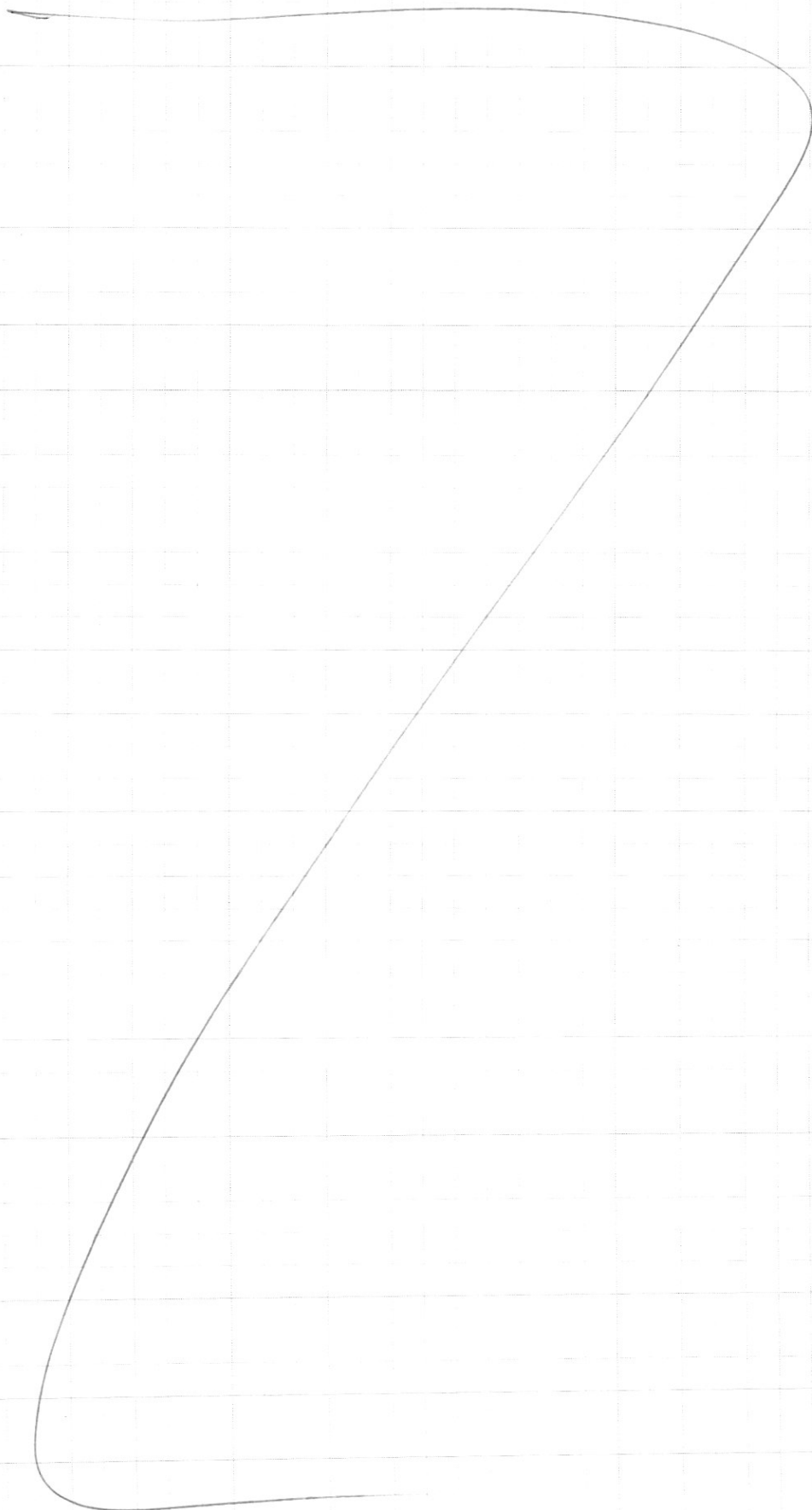
$$Q = 2mg$$

$$F_{fp} = mg$$

$$N = mg$$

$$\mu = \frac{F_{fp}}{N}$$

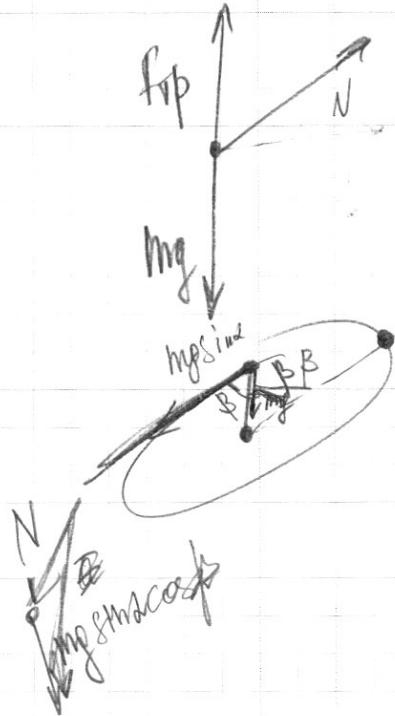
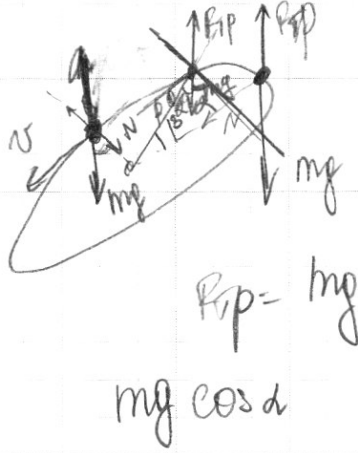




черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\mu N \geq mg \sin \alpha$$

$$N \geq \frac{mg \sin \alpha}{\mu}$$

$$mg \sin \alpha \cos \beta + N = ma_y$$

$$ma_y = mg \sin \alpha \cos \beta + \frac{mg \sin \alpha}{\mu}$$

$ma_y$  макс при  $\beta = 0^\circ$

$$56 + 56d$$

$$\frac{400}{332} = \frac{78}{680}$$

$$ma_y = mg \left( \sin \alpha + \frac{1}{\mu} \right)$$

$$a_y = g \left( \sin \alpha + \frac{1}{\mu} \right)$$

$$a_y = \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{9810}{1000} = \frac{14}{382}$$

$$\frac{13}{13} = \frac{0,27}{0,27}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{8}{1,25}$$

$$\frac{20}{16} = \frac{4}{4}$$

$$\sqrt{19,5}$$

$$\begin{matrix} \times 4,2 \\ 4,2 \\ \hline 16,8 \\ \times 4 \\ \hline 17,64 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \times 4,4 \\ 4,4 \\ \hline 17,8 \\ \times 4,4 \\ \hline 17,8 \\ \hline 19,36 \end{matrix}$$

$$\frac{2,2}{2,2} = \frac{4,4}{4,4}$$

$$\frac{2,2}{2,2} = \frac{4,4}{4,4}$$