

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

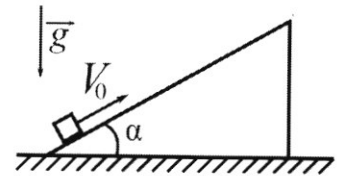
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На земле осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

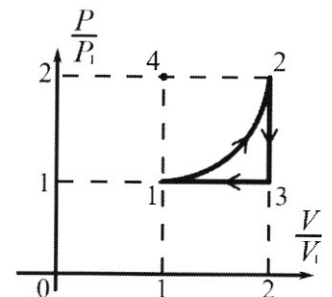
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

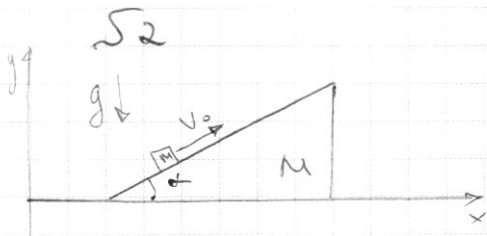
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $H = 0,2 \text{ м}$, $\frac{M}{m} = 2$, $\cos \alpha = 0,6$, $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_0 = ?$ $v = ?$ ($\frac{M}{m} = 1$)

Решение:

1) Импульс по оси x сохраняется, т.к. нет работы внешних сил. Майба в момент max. подъёма имеет ту же скорость, что и клин.

З(И): $v_0 \cos \alpha m = (M+m)u = v_0 \cos \alpha m = 3m u$

2) З(Э): $\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{3m u^2}{2} = m g H + \frac{3m v_0^2 \cos^2 \alpha}{6}$

$3m v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha = 6 g H$

$v_0^2 (3 - \cos^2 \alpha) = 6 g H$

$v_0 = \sqrt{\frac{6 g H}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 2}{3 - 0,36}} = \sqrt{\frac{4}{0,64}} = \sqrt{\frac{1}{0,16}} = 10 \sqrt{\frac{1}{22}} \approx 10 \cdot 0,21 = 2,1 \text{ м/с}$

Для $\frac{M}{m} = 1$. Найти v_0 в данном случае:

З(И): $v_0 \cos \alpha m = 2m u$ $u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$

З(Э): $\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{2m v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$

$2 v_0^2 = 4 g H + v_0^2 \cos^2 \alpha$

$v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha) = 4 g H$

$2 - 0,36 = 1,64$

$v_0 = 2 \sqrt{\frac{g H}{2 - \cos^2 \alpha}} = 2 \sqrt{\frac{2}{1,64}} = 2 \sqrt{\frac{1}{0,82}} = 20 \sqrt{\frac{1}{82}} \approx$

$\approx 20 \cdot 0,11 = 2,2 \text{ м/с}$

Поиск v :

Импульс по оси x сохр.:

З(И): $m v_{0x} = m v - m v' \Rightarrow v = v_0 \cos \alpha + v'$ $v' = v - v_0 \cos \alpha$

З(Э): $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m (v^2 + v'^2)}{2} + \frac{m v^2}{2}$

$v_0^2 = v^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha + v^2 - 2 v v_0 \cos \alpha + v^2$

$0 = 2 v^2 - 2 v v_0 \cos \alpha$ $v_0^2 = v_0^2 \sin^2 \alpha + v^2 + v_0^2 - 2 v v_0 + v^2$

$2 v v_0 = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 v^2$

$0 = 2 v (v - v_0 \cos \alpha)$ $2 v^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha = 2 v v_0 = 0$

$v - v_0 \cos \alpha = 0$

$v = v_0 \cos \alpha =$

$= 2,2 \cdot 0,6 = 1,32 \text{ м/с}$

Уравнение решения не имеет \Rightarrow такое состояние не достигается.

~~$0 = 4 v_0^2 - 2 v_0^2 \sin^2 \alpha = 4 v_0^2 (1 - 2 \sin^2 \alpha) = 4 v_0^2 (1 - 2(1 - \cos^2 \alpha)) = 4 v_0^2 (2 \cos^2 \alpha - 1) = 4 \cdot 2,2^2 (2 \cdot 0,36 - 1) = 4 \cdot 4,84 (0,72 - 1) = 4 \cdot 4,84 \cdot (-0,28) < 0$~~

Дано $\frac{M}{m} = 2$:

ЗКВ: $mv_0 = Mv - mv' = mv_0 = 2mv + mv' \Rightarrow v' = 2v - v_0$

ЗКЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv'^2}{2} = v_0^2 = 2v^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha + 4v^2 + v_0^2 - 4vv_0 \cos \alpha$

Дано $\frac{M}{m} = 2$:

ЗКВ: $mv_0 \cos \alpha = 2mv - mv' \Rightarrow v' = 2v - v_0 \cos \alpha$

ЗКЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + \frac{m(v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha + 4v^2 - 4vv_0 \cos \alpha)}{2}$

$0 = 2v^2 + 4v^2 - 4vv_0 \cos \alpha = 6v^2 - 4vv_0 \cos \alpha = 2v(3v - 2v_0 \cos \alpha)$

$(3v - 2v_0 \cos \alpha) = 0$

$v = \frac{2v_0 \cos \alpha}{3} = \frac{2 \cdot 2,1 \cdot 0,6}{3} = 0,84 \text{ м/с}$

Ответ: для $\frac{M}{m} = 2$: $v_0 = 2,1 \text{ м/с}$; $v = 0,84 \text{ м/с}$

для $\frac{M}{m} = 1$: $v_0 = 2,2 \text{ м/с}$; $v = 1,32 \text{ м/с}$.

54

Дано: $D = 1 \text{ моль}$; $i = 3$, P, V .

$Q_H = \Delta U + A$

$\Delta U = \frac{1}{2} P, V_i (4 - 1) = \frac{3}{2} P, V_i$

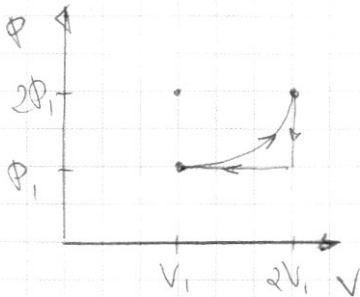
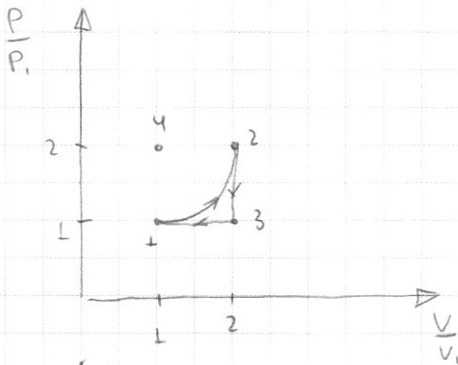
$A = 2 P, V_i - \pi P, V_i \cdot \frac{1}{4} = \frac{8 - \pi}{4} P, V_i$

$Q_{H2} = \frac{3}{2} P, V_i + \frac{8 - \pi}{4} P, V_i = \frac{6 + 8 - \pi}{4} P, V_i = 14 - \frac{\pi}{4} P, V_i = \frac{10,86}{4} P, V_i = 2,715 P, V_i$

$Q_H = \Delta U + A = \frac{22,36}{4} P, V_i = 5,715 P, V_i$

$A = P, V_i - \frac{1}{4} P, V_i \pi = \frac{0,86}{4} P, V_i = 0,215 P, V_i$

$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{0,215 P, V_i}{5,715 P, V_i} = \frac{43}{1143} \approx 0,038 \approx 3,8\%$



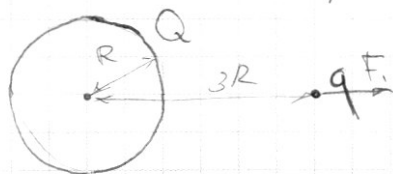
Ответ: $Q_H = 5,715 P, V_i$; $A = 0,215 P, V_i$; $\eta = \text{или } 0,038$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

55

Дано: $Q > 0, q > 0, R, 3R$

$F_1 - ? \quad F_2 - ?$

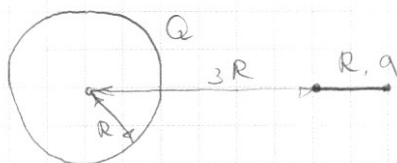


$$1) F_1 \\ E(3R) = \frac{kQ}{9R^2} \Rightarrow F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$$

По теор. Гаусса:

$$\int E_1 S = \frac{Q}{\epsilon_0} = 4\pi R^2 \epsilon_0 E = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ E = \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi 9R^2} = \frac{kQ}{9R^2}$$

2) F_2



маленький кусочек стержня
зарядом $dx \frac{q}{R}$

На него действует сила $dF =$
 $= \frac{kQq dx}{R(3R+x)^2}$

$$dF = \frac{kQq}{R} \frac{dx}{(3R+x)^2} \\ F_2 = \frac{kQq}{R} \int_0^R \frac{dx}{(3R+x)^2} = \frac{kQq}{R} \int_0^R \frac{dt}{t^2} = -\frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{(3R+t)} \Big|_0^R + \frac{kQq}{R(3R)} = \\ = \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R^2} \left(\frac{4-3}{12} \right) = \\ = \frac{kQq}{12R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}; F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

53

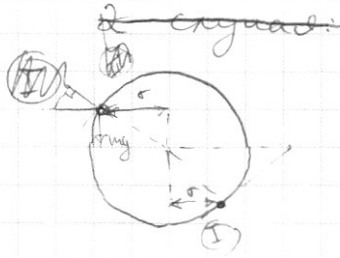
Движение происходит по горизонтали \Rightarrow модель не отскочит. Движение равномерно, $v = \text{const}$.

Дано: $F_{тр} = \frac{1}{2} N$

$a = ?$, $v_{\text{min}} = ?$, $\alpha = 45^\circ$, $M = 0,8$, $R = 1 \text{ м}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$



$$\begin{aligned} y: \quad mg - N_y &= 0 & N_y = mg &\Rightarrow N_x = \sqrt{4mg^2 - mg^2} = \sqrt{3}mg \\ x: \quad N_x = ma &= \sqrt{3}mg \\ a &= \sqrt{3}g \approx 17 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$



Сила $F_{тр}$ действует против ~~котора~~ ^{силе} двигателя машины, значит в напр. против относ. движения (машины и сферой).

$$r = R \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} a = \sqrt{3}g &= \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{ar} = \sqrt{3gR \cos \alpha} = \\ &= \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}} = 4,5 \text{ м/с} \end{aligned}$$

~~Во 2 случае, когда машина вращается~~

Ответ: $a = 17 \text{ м/с}^2$; $v = 4,5 \text{ м/с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано: $m = 1 \text{ кг}$, $T = 3 \text{ с}$, $K = 1800 \text{ Дж}$, $\psi = 45^\circ$, $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $H = ?$, $t = ?$

1) Граната разрывается в высшей точке траектории.

$$Tg = v_0 \quad H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{T^2 g^2}{2g} = \frac{g T^2}{2} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ м.}$$

2) t - время, через которое Δ осколок упадет на землю.

Все осколки разлетаются с одинаковой v . Их массы равны, т.е. в момент разрыва $v_{ц.м.} = 0$.

$$\text{Тогда: } K = \sum \frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Первый осколок упадет на землю:

$$H = vt + g \frac{t^2}{2} \quad 2H = 2vt + gt^2$$

$$gt^2 + 2vt - 2H = 0$$

$$t = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} = \frac{\sqrt{2gH + v^2} - 2v}{g} = \frac{\sqrt{2gH + \frac{2K}{m}} - \sqrt{\frac{2K}{m}}}{g}$$

$$= \frac{\sqrt{20 \cdot 45 + \frac{2 \cdot 1800}{1}}}{10} - \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}}}{10} = \frac{30\sqrt{5} - 60}{10} = (3\sqrt{5} - 6) \text{ с}$$

$$= 3 \cdot 2,24 - 6 = 0,72 \text{ с.}$$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$; $t = 0,72 \text{ с}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$K = 1800 \text{ Дж} \quad \tau = 10 \mu$$

$$m v_{0x} = (m + M) u$$

$$\frac{2 \cdot 1000 \cdot 2}{100} = 0,36$$

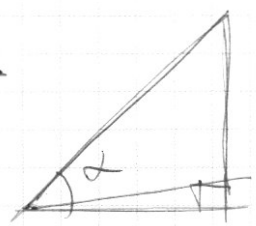
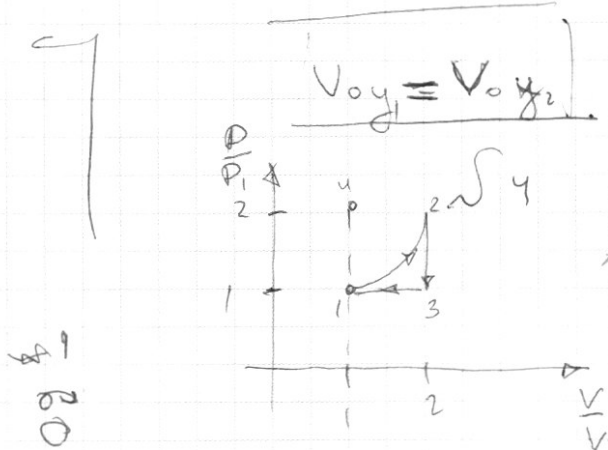
$$0,36$$

$$0,12$$

$$\frac{4}{0,8822}$$

$$\frac{100}{22}$$

$$10 \sqrt{\frac{1}{22}}$$



$$\frac{-1,00 \pm 22}{82} = 0,0454$$

$$\frac{22}{22} = 1$$

$$\frac{120}{110} = 1,09$$

$$\frac{100}{100} = 1$$

$$454 =$$

$$0,21$$

$$v_0 m = 2mu - mu$$

$$v_0 = 2u - u$$

$\nu = 1$ моль
 $i = 3$

1-2 - дуга окр.

Дано: P_1, V_1

$Q = ?$ процесс расширения.

$m v_0 = 0$
ч.м. непрерывн. мен.

$$A + \Delta U$$

$$(4 P_1 V_1 - P_1 V_1) = \Delta U$$

$$\Delta U =$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ + 1,25 \\ \hline 3,50 \\ + 4,50 \\ \hline 8,00 \\ + 5,00 \\ \hline 13,00 \end{array}$$

$$3600 + 900 = 4500$$

$$= 30\sqrt{5}$$

$$6,72$$

2) через сколько времени τ ок. упадет на землю.

$$\left(\frac{P}{P_1}\right)^3 + \left(\frac{V}{V_1}\right)^3 = 1$$

$$\left(\frac{P}{P_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1$$

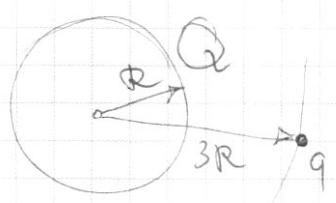
$$\left(\frac{P - P_1}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{V - V_1}{V_1}\right)^2 = 1$$

$$\frac{-1,00 \pm 82}{82} = 0,0121$$

$$\frac{180}{164} = 1,09$$

$$\frac{160}{82} = 1,95$$

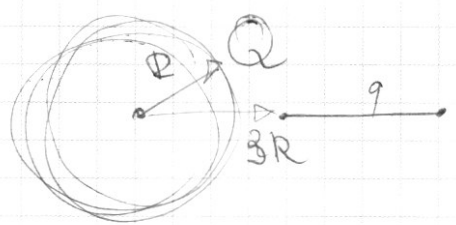
25



$Q > 0$
 $q > 0$

$$E(3R) = \frac{kQ}{9R^2}$$

$$F = \frac{kQq}{9R^2}$$

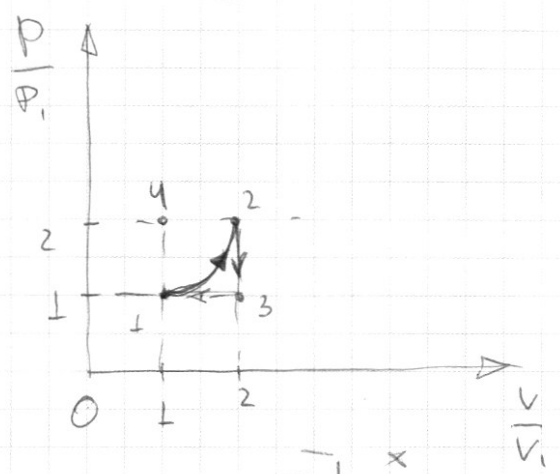


$$\int_0^R \left(dx \frac{q}{R} \right) \frac{kQ}{(3R+x)^2}$$

$$(3R+x)^2 dx = +$$

$$m v_0^2 = m v - m v'$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v'^2}{2}$$



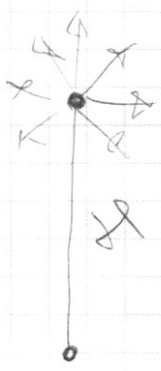
$$\Delta U = \int (P_1 V_1 - P_2 V_2)$$

$$A =$$

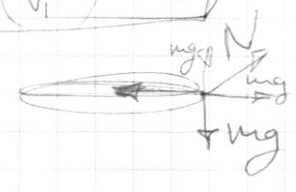
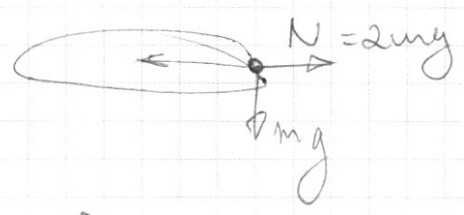
$$\frac{P_1 V_1 + \frac{2P_1 - P_1^2}{P_1} + \left(\frac{V_1 - V_1}{V_1} \right)^2}{V_1} = d$$

$$U' = v - v_0$$

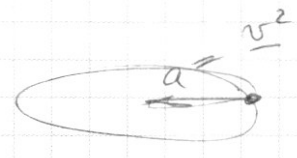
$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{m (v - v_0)^2}{2}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$



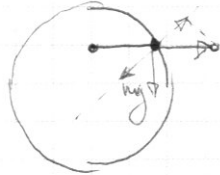
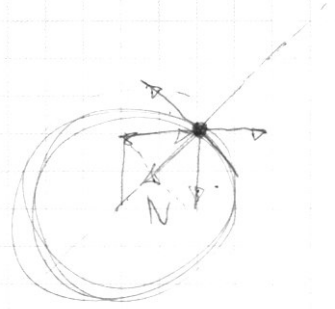
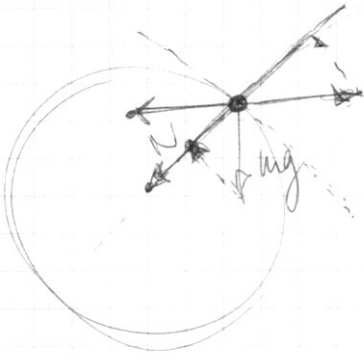
$$0.21 \cdot 0.4 = 0.84$$



$$2v^2 - 2vv_0 + v_0^2 \sin^2 \alpha = 0$$

$$2v^2 - 2vv_0 + v_0^2 \sin^2 \alpha = 0$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{m (v^2 \sin^2 \alpha + v^2 \cos^2 \alpha - 2vv_0)}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten work on a grid background, including diagrams, equations, and calculations.

Top Left: A small graph with axes $\frac{P}{P_1}$ and $\frac{V}{V_1}$. Below it is a scribbled-out diagram.

Top Right:

$$\frac{0,36 \frac{P}{P_1} \cdot \frac{V}{V_1}}{\frac{1,86}{4} + 1,5} = \frac{0,36}{7,36}$$

$$1,86 + 5,6 = 7,36$$

Middle Left: A graph with axes P and V showing a curve. Below it:
$$18 + 8 = 26 - 3,14$$

$$\frac{10,36}{8} \Big| \frac{4}{2,715} \quad PV$$

Middle Right: A graph with axes P and V showing a curve. Below it:
$$\left(\frac{P - 2P_1}{P_1} \right)^2 + \left(\frac{V - V_1}{V_1} \right)^2 = 1$$

Bottom Left:

$$\frac{215}{5715} \quad \frac{43}{1143}$$

$$26 - 3,14 = 22,86$$

$$\frac{22,86}{20} \Big| \frac{4}{5,715}$$

$$0,215$$

Bottom Right:

$$\frac{P^2}{P_1^2} + 4 + \frac{V^2}{V_1^2} + 1 - \frac{4P}{P_1} - \frac{2V}{V_1} = 1$$

$$\frac{P^2}{P_1^2} + \frac{V^2}{V_1^2} - \frac{4P}{P_1} - \frac{2V}{V_1} = -4$$

$$15 \cdot \sqrt{1,42}$$

$$0,02 =$$

$$\frac{43001143}{34270038}$$

$$\frac{9144}{5660} = 0,38$$