

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

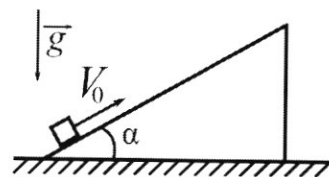
1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

*через какое время после взрыва каждый осколок упадет на землю?*

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

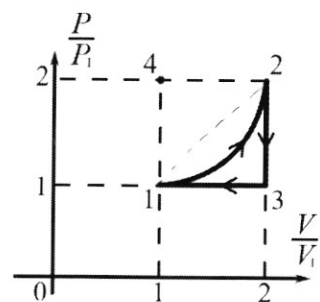
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

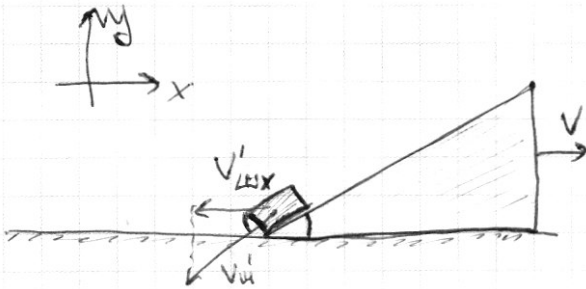
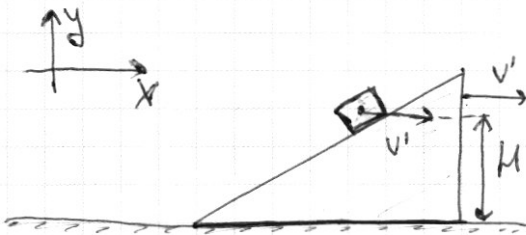
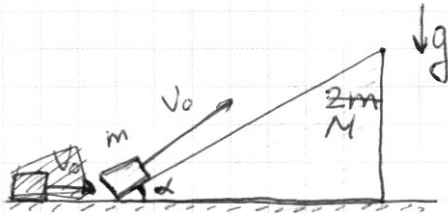
Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача №2



① На максимальной высоте

$$H: v_{ky} = 0, v_{\omega y} = 0$$

$$v_{kx} = v_{\omega x} = v'$$

По 3.С.У.: x:

$$m v_0 \cos \alpha = (m + M) v'$$

② По 3.С.Э.:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + M) v'^2}{2} + m g H$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + M) \cdot m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2 \cdot (m + M)^2} + m g H$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2 \cdot (M + m)} + g H \quad | \cdot 2$$

$$v_0^2 - \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{M + m} = 2 g H$$

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{M + m}}$$

③ при  $M = 2m$ :

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{3m}} \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 g H}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{36}{100 \cdot 3}}} = \sqrt{\frac{4}{1 - \frac{12}{100}}} = \sqrt{\frac{400}{88}} \approx \frac{20}{9,4} \approx 2,13 \frac{M}{c}$$

④ при  $M = m$ :

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{2m}}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 g H}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} \approx \frac{20}{9,1} \approx 2,19 \frac{M}{c}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{36}{100 \cdot 2}}} = \sqrt{\frac{400}{82}}$$

5) Когда шайба вернется в точку старта:

З.С.Э.: Ох:  $mV_0 \cos \alpha = MV - mV_{ш}' \cos \alpha$ , т.к.

$M = m$ , то

$V_0 \cos \alpha = V - V_{ш}' \cos \alpha$ ,  $\Rightarrow V_{ш}' \cos \alpha = V - V_0 \cos \alpha$ ,

$V_{ш}' = \frac{V - V_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$

З.С.Э.:  $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{ш}'^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$ , т.к.  $m=M$ , то

$V_0^2 = V_{ш}'^2 + V^2$

$\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}} = \frac{V^2 + V_0^2 \cos^2 \alpha - 2V_0 V \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} + V^2$

$V_0^2 = \frac{V^2}{\cos^2 \alpha} + V_0^2 - \frac{2VV_0}{\cos \alpha} + V^2 \quad | : (V \neq 0)$

$0 = \frac{V}{\cos^2 \alpha} - \frac{2V_0}{\cos \alpha} + V \quad | \cdot \cos^2 \alpha$

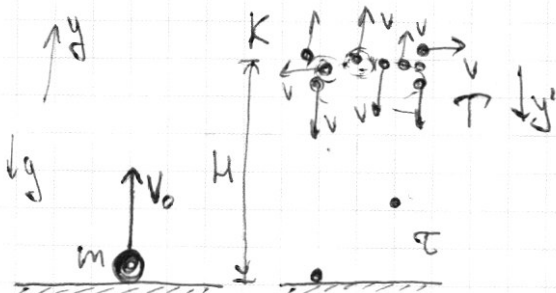
$0 = V - 2V_0 \cos \alpha + V \cdot \cos^2 \alpha$ ,  $\Rightarrow 2V_0 \cos \alpha = V \cdot (1 + \cos^2 \alpha)$ ,  $\Rightarrow$

$V = \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot V_0$ ,  $\Rightarrow V = \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}}$

$V = \frac{2 \cdot 0,6}{1 + 0,36} \cdot \sqrt{\frac{4}{1 - 0,18}} = \frac{1,2}{1,36} \cdot \sqrt{\frac{400}{82}} = \frac{1,2 \cdot 20}{1,36 \cdot 9,1} = \frac{24}{12,376} \approx$

$\approx 1,9 \frac{m}{c}$

Ответ: 1)  $V_0 \approx 2,13 \frac{m}{c}$ ; 2)  $V \approx 1,9 \frac{m}{c}$ .



Задача №1

1)  $K = \frac{mV^2}{2}$ ,  $\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \frac{m}{c}$

2) Т.к. осколки летят во

всевозможных направлениях,

то найдётся осколок, который летит

вертикально вверх, и осколок, который летит вертикально

вниз  $\tau = \tau_{\text{вверх}} - \tau_{\text{вниз}}$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \quad H = \frac{gT^2}{2}, \Rightarrow H = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

(т.к. по 3.с.з.:  $\frac{mv_0^2}{2} = mgH$ ,  $v_0 = gT$ ,  $\Rightarrow \frac{g^2 T^2}{2} = gH$ ,  $\Rightarrow H = \frac{gT^2}{2}$ )

$$\textcircled{4} \text{ y: } H = -v t_{\text{вниз}} + \frac{g t_{\text{вверх}}^2}{2}$$

$$\text{y: } H = v t_{\text{вниз}} + \frac{g t_{\text{вниз}}^2}{2}$$

$t_{\text{вверх}} = t_{\text{п}} = \text{время падения последнего осколка}$

~~$t_{\text{вверх}}$~~   $t_{\text{вниз}} = t_1 = \text{время падения первого осколка}$

$$t_{\text{п}} = t_1 + T$$

$$H = -v \cdot (t_1 + T) + \frac{g \cdot (t_1 + T)^2}{2}$$

$$\text{y: } H = v t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$$

$$0 = (v t_1 + v t_1) + v T + \frac{g t_1^2}{2} - \frac{g \cdot (t_1^2 + T^2 + 2T t_1)}{2}$$

$$0 = 2v t_1 + v T - \frac{g T^2}{2} - g T t_1$$

$$2v t_1 - g T t_1 = \frac{g T^2}{2} - v T, \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{g T^2}{2} - v T}{2v - g T}$$

$$t_1 = \frac{500 - 600}{120 - 100} = \frac{50 - 60}{12 - 10} = -\frac{10}{2} = -5 \text{ с}, \Rightarrow T \neq 10 \text{ с}$$

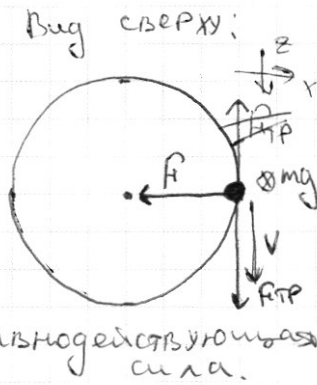
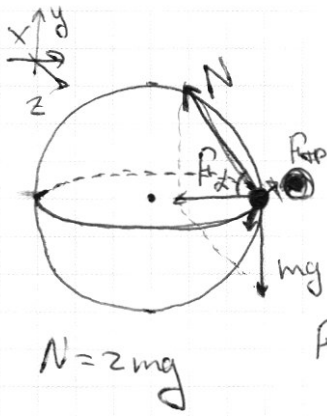
$$H = v t_1 + \frac{g t_1^2}{2}, \Rightarrow \frac{g t_1^2}{2} + v t_1 - H = 0, \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}, \text{ т.к. } t_1 > 0, \text{ то } t_1 = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{3600 + 20 \cdot 45} - 60}{10} = \sqrt{36 + 9} - 6 = 6,4 - 6,0 = 0,4 \text{ с}$$

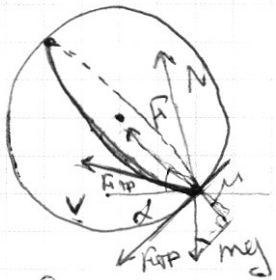
Ответ:  $H = 45 \text{ м}$ ,  $t_1 = 0,4 \text{ с}$ .

Задача №3



① по 3-му закону Ньютона, сила, с которой модель действует на сферу, равна силе, с которой сфера действует на модель.

②  $\vec{F}_{тр}$  направлена по направлению ускорения модели.



③ x:  $\frac{N_x}{F_x}$ , т.е.  $F_x = N_x = F$

y:  $mg = N_y$

z:  $F_{тр} = N_z$

$$\begin{cases} F = N \cdot \cos \alpha \\ mg = N \cdot \sin \alpha \\ N = 2mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$F = 2mg \cos \alpha$$

$$2mg = 2mg \cdot \sin \alpha, \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}, \Rightarrow \alpha = 30^\circ, \Rightarrow$$

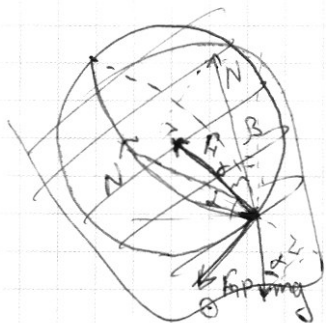
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F = 2mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; \Rightarrow F = \sqrt{3} mg$$

$$a = a_{н} = \frac{F}{m} = \frac{\sqrt{3} mg}{m} = \sqrt{3} g$$

$$a = 1,7 \cdot 10 = 17 \frac{м}{с^2}$$

④ при  $\alpha$  (скоростью) =  $45^\circ$ ;  $a = \frac{v^2}{R}, \Rightarrow v = \sqrt{aR}$



$$mg = N \cdot \cos \beta, \Rightarrow mg = 2mg \cos \beta, \Rightarrow \cos \beta = \frac{1}{2}, \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

$$F = -mg \cdot \sin 45^\circ + N \cdot \cos \gamma$$

$$\gamma = 90^\circ - \alpha - \beta =$$

$$\gamma = \alpha - (90^\circ - \beta) = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$F = -\frac{\sqrt{2}}{2} mg + 2mg \cdot \cos 15^\circ = 0,7 mg + 2mg \cdot 0,25$$

$$F = 1,2 mg, \Rightarrow a = \frac{F}{m} = 1,2 g = 12 \frac{м}{с^2}$$

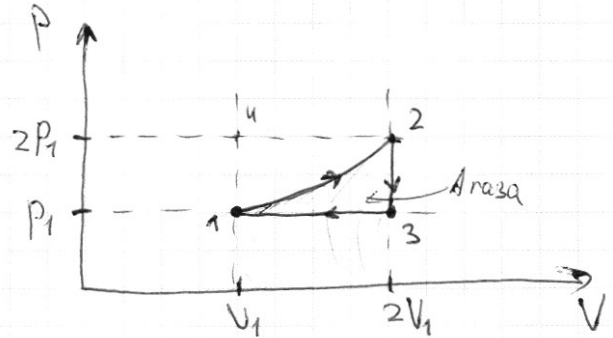
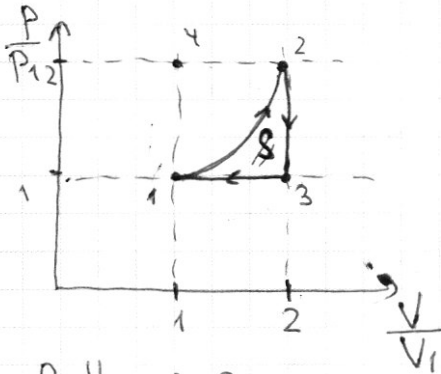
$$v = \sqrt{12 \cdot 1} = 2\sqrt{3} \approx 3,4 \frac{м}{с}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ:  $\alpha = 17 \frac{m}{c^2}$ ;  $V_{min} = 3,4 \frac{m}{c}$ .

Задача №4



$d = 1 \text{ моль}, P_1, V_1, i = 3$

①  $\delta = \frac{V}{V_1} \cdot P$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{газа,12}$

$Q_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 \cdot 4 - \frac{3}{2} P_1 V_1 + A_{газа,12}$

$Q_{12} = \frac{9}{2} P_1 V_1 + A_{газа,12}$

②  $S = 1 - \frac{P_2 \cdot V_2}{P_1 \cdot V_1} \approx 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$A_{газа} = S \cdot P_1 V_1 = \frac{1}{4} P_1 V_1$

$A_{газа,12} = A_{газа} + P_2 V_1 = \frac{5}{4} P_1 V_1, \Rightarrow Q_{12} = \frac{18}{4} P_1 V_1 + \frac{5}{4} P_1 V_1 = \frac{23}{4} P_1 V_1$

③  $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{газа,23} = \frac{3}{2} \cdot 2V_1 \cdot (-P_1) = -3P_1 V_1 = -\frac{12}{4} P_1 V_1$

$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{газа,31} = \frac{3}{2} P_1 \cdot (-V_1) - P_1 V_1 = -\frac{5}{2} P_1 V_1 = -\frac{10}{4} P_1 V_1$

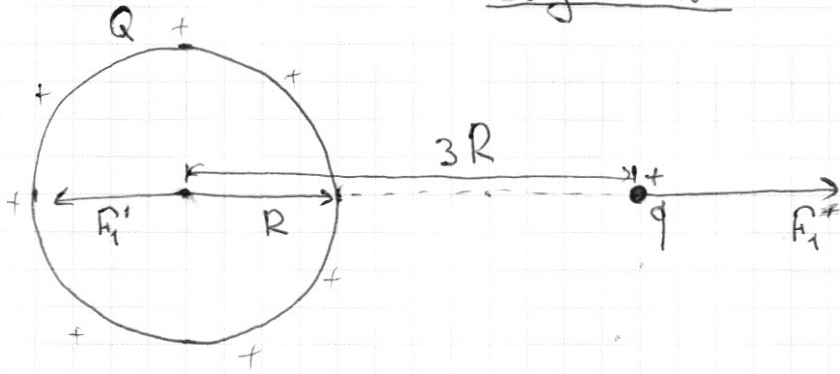
$\eta = \frac{A_{газа}}{Q_H} = \frac{A_{газа}}{Q_{12}} = \frac{\frac{1}{4} P_1 V_1}{\frac{23}{4} P_1 V_1} = \frac{1}{23} = \frac{1}{23} \approx 0,043$

$\eta \approx 4,3 \%$

$(A_{газа} = Q_{12} - |Q_{23}| - |Q_{31}| = \frac{23}{4} P_1 V_1 - \frac{22}{4} P_1 V_1 = \frac{1}{4} P_1 V_1)$

Ответ:  $Q_{12} = \frac{23}{4} P_1 V_1, A_{газа} = \frac{1}{4} P_1 V_1, \eta = 4,3 \%$ .

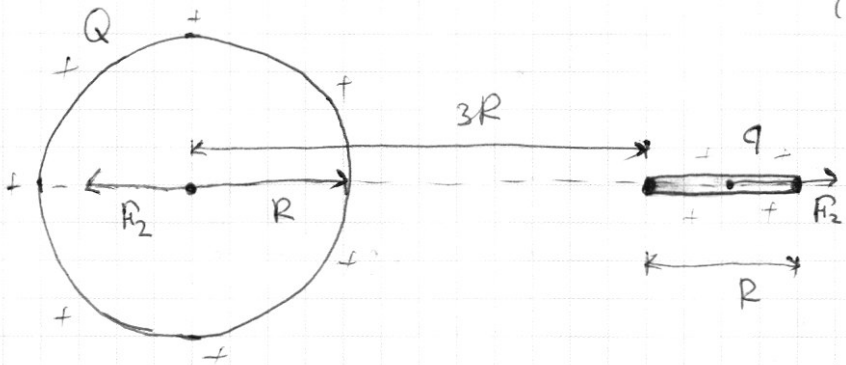
Задача 15



① т.к. заряд  $Q$  распределён однородно, то  
 $F_1 = k \cdot \frac{Qq}{(3R)^2}$

$$F_1 = k \cdot \frac{Qq}{9R^2}$$

(т.к.  $Q > 0$  и  $q > 0$ , то  $\vec{F}_1$  направлена от центра сферы к шарике (тела отталкиваются))



②  $F_1 = F_1'$  (по III з. Ньютона);

$F_2 = F_2'$  (по III з. Ньютона).

$$F_2 = k \cdot \frac{Qq}{(R + 2R + \frac{R}{2})^2} = k \cdot \frac{Qq}{(\frac{7}{2}R)^2} = k \cdot \frac{4Qq}{49R^2} \quad (\text{тела отталкиваются})$$

$$\text{Ответ: } F_1 = k \cdot \frac{Qq}{9R^2}; \quad F_2 = k \cdot \frac{4Qq}{49R^2}.$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

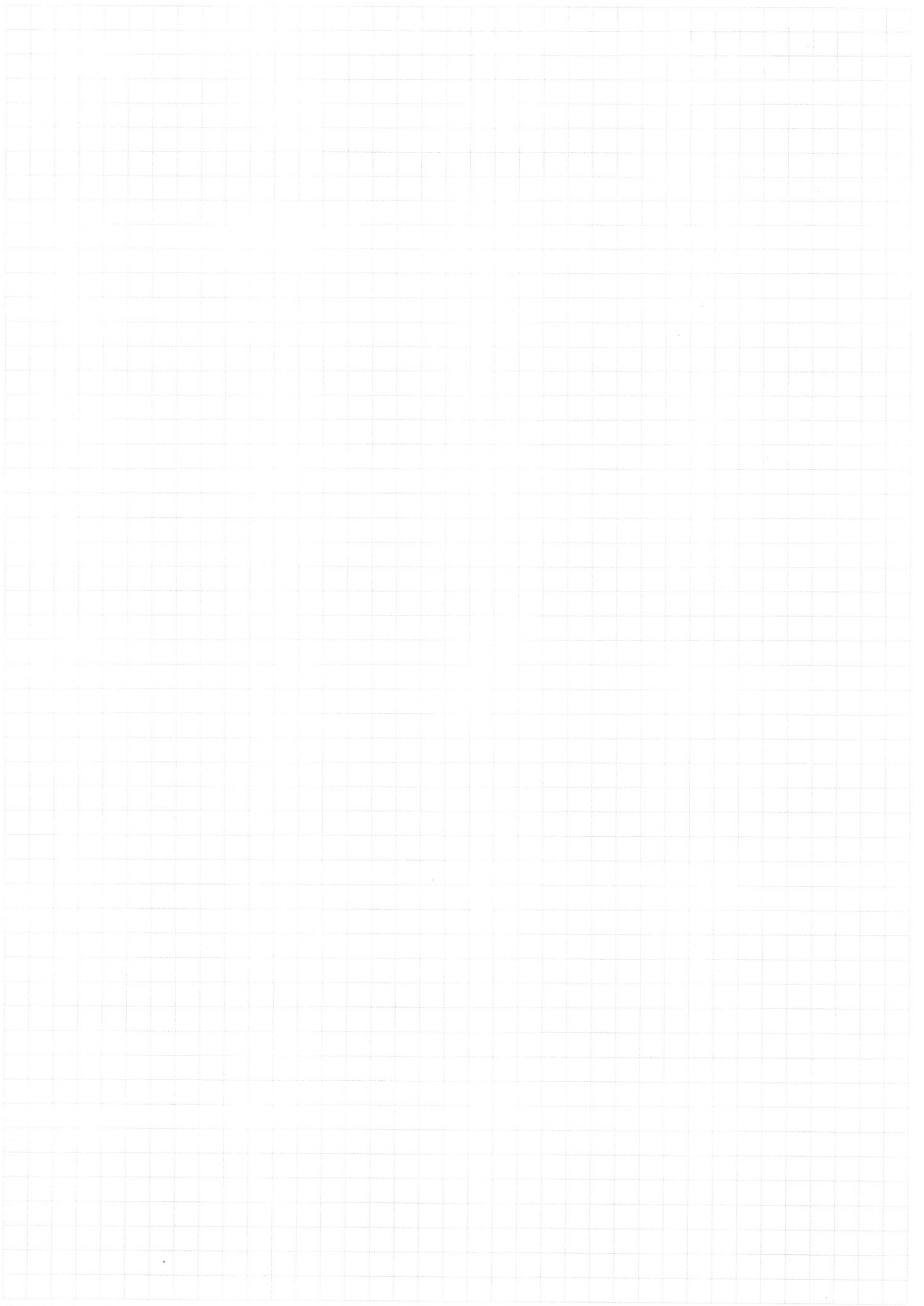
(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

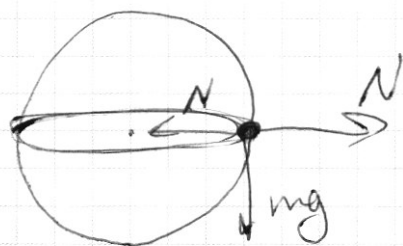
Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



$$N = 2mg$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 1,36 \\ \times 9,1 \\ \hline 1224 \\ + 1224 \\ \hline 12376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 4 \\ \hline 92 \end{array}$$

~~$$24,00$$~~

$$\begin{array}{r} 24000,00 \\ - 12376 \\ \hline 116240 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 12376 \\ 1,90 \end{array} \right.$$

$$M = v b_1 + \frac{g v_1^2}{2}$$

$$45 = 60 b_1 + 5 b_1^2$$

$$g = 12 b_1 + b_1^2$$

$$\begin{array}{r} 1,00000 / 23 \\ - 9200 / 0043 \\ \hline 80 \\ - 69 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2365 \\ 12376 \\ \times 9 \\ \hline 111384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116240 \\ - 111384 \\ \hline 58560 \end{array}$$

$$b_1^2 + 12b_1 - 9 = 0$$

$$b_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{36 + 9}}{2}$$

0,5 c

$$\frac{m v_0^2}{2} =$$

$$1,00 \overline{) 25} \\ \underline{0,04} \\ H =$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 6,5 \\ \hline 325 \\ + 390 \\ \hline 3905 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,6 \\ 6,6 \\ \hline 396 \\ + 396 \\ \hline 3562 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \cos 15^\circ &= 0,25 \\ \cos 45^\circ &= 0,25 \end{aligned}$$

$$k = \frac{m v^2}{2}$$

$$2 \cdot 18 \cdot 1000$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 602 \end{array}$$

$$1800 = \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{0,49}{2} = 0,25$$

$$\frac{1000}{2} - 600 = 120 - 100$$

1,

$$3600 = v^2$$

$$v = 60$$

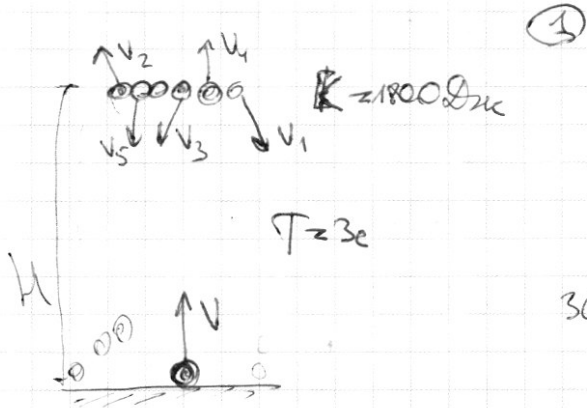
$$\frac{97^2}{2}$$

2,17

$$\cos(15^\circ) = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{1,414 - 0,707}{4} = \frac{0,707}{4} = 0,17675$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{2K}{m}} = v$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

3021, 302

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 94 \\ \hline 26 \end{array}$$

6.01

$$\begin{array}{r} 94 \\ \times 2 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$S_{эл} = \pi R^2 = \pi \cdot R_0 R_m$$

$$S_{эл} = P_1 V_1 - \frac{V_1 P_1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 1 - 0,12$$

$$\begin{array}{r} 9,5 \\ \times 9,5 \\ \hline 475 \\ + 855 \\ \hline 9025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,00 \\ - 0,12 \\ \hline 0,88 \\ \times 9,4 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$20,0$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ - 1880 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 94 \\ \times 2 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,2 \\ \times 9,2 \\ \hline 184 \\ + 828 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 846 \\ \times 9,4 \\ \hline 88,36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ - 1820 \\ \hline 180 \\ - 91 \\ \hline 890 \\ - 819 \\ \hline 91 \end{array} \quad \begin{array}{r} 91 \\ \times 2,19 \\ \hline 1819 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,3 \\ \times 9,3 \\ \hline 249 \\ + 837 \\ \hline 837 \end{array}$$

$$1 - \frac{18}{100} = 1,00 - 0,18 = 0,82$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 9 \\ \hline 819 \end{array} \quad \begin{array}{r} 94 \\ \times 5 \\ \hline 470 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,1 \\ \times 9,1 \\ \hline 191 \\ + 819 \\ \hline 82,81 \end{array}$$

