

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

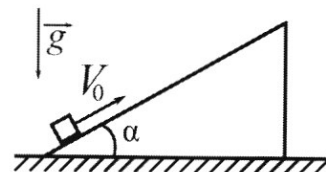
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

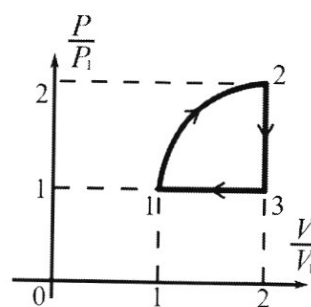
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

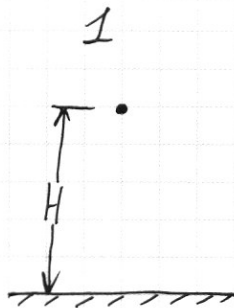
$$m = 2 \text{ кг}$$

$$H = 65 \text{ м}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$V_0 - ?$$

$$K - ?$$



$$H = \frac{v_0^2}{2g} \rightarrow v_0^2 = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13} = 2\sqrt{65} \text{ м/с}$$

$$2\sqrt{65} \approx 2 \cdot 8 = 16 \text{ м/с}$$

τ - разность между временем падения верхнего осколка (t_2) и временем падения нижнего осколка (t_1)

v - скорость каждого осколка сразу после взрыва.

$$\begin{cases} H = vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} \\ H = -vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} \\ \tau = t_2 - t_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2H = 2vt_1 + gt_1^2 \\ 2H = -2vt_2 + gt_2^2 \end{cases}$$

$$2vt_1 + gt_1^2 = -2vt_2 + gt_2^2$$

$$2v(t_1 + t_2) = g(t_2^2 - t_1^2)$$

$$2v(t_1 + t_2) = g(t_2 - t_1)(t_1 + t_2)$$

$$2v = g\tau$$

$$v = \frac{g\tau}{2}$$

$$t_1 + t_2 \neq 0$$

dm - масса 1 осколка

$$dK = \frac{dmv^2}{2}$$

$$dK = \frac{dm g^2 \tau^2}{8}$$

$$\int_0^k dK = \frac{g^2 \tau^2}{8} \int_0^m dm$$

$$K = \frac{mg^2\tau^2}{8} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 100 \text{ с}^2}{8} = \frac{100 \cdot 100}{4} = 25 \cdot 100 = 2500 \text{ Дж}$$

dK - кин. энергия 1 осколка.

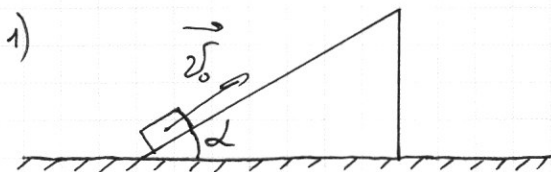
Ответ: $v_0 = 16 \text{ м/с}$; $K = 2500 \text{ Дж}$

Задача 2

$\alpha = 30^\circ$
 $v_0 = 2 \text{ м/с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$H = ?$

$v = ?$



массы шайбы и клина
 одинаковы и равны m .

ЗСУ:

$$m v_0 \cdot \sin \alpha = m v_x + m v_x$$

$$m v_0 \cdot \sin \alpha = 2 m v_x$$

v_x - гор. скорость клина
 и шайбы в момент
 достижения последней
 высоты H .

ЗСЭ: $v_0 \sin \alpha = 2 v_x \Rightarrow v_x = \frac{v_0}{4}$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_x^2}{2} \cdot 2 + m g H$$

$$m v_0^2 = 2 m v_x^2 + 2 m g H$$

$$v_0^2 = 2 v_x^2 + 2 g H \rightarrow 2 g H = v_0^2 - 2 v_x^2$$

$$2 g H = v_0^2 - 2 \cdot \frac{v_0^2}{16}$$

$$2 g H = \frac{7 v_0^2}{8} \Rightarrow H = \frac{7 v_0^2}{16 g}$$

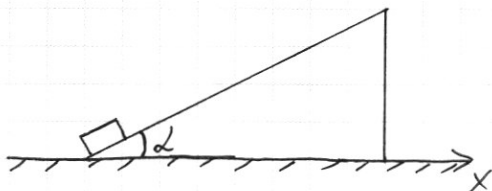
$$H = \frac{7 \cdot 4}{16 \cdot 10} = \frac{7}{40} \text{ м}$$

$$H = \frac{7}{40} \text{ м} \approx 0,175 \text{ м}$$

$$\begin{array}{r} 700 / 40 \\ - 40 \quad 0,107 \\ \hline 300 \\ - 280 \\ \hline 20 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



ЗСЦ:

$$m\sigma_0 \sin \alpha = mV - m\sigma_k \sin \alpha$$

ЗСЭ:

$$\frac{m\sigma_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{m\sigma_k^2}{2}$$

σ_k - конечн. скор.
шайбы

$$\begin{cases} \sigma_0^2 = V^2 + \sigma_k^2 \\ \frac{\sigma_0}{2} = V - \frac{\sigma_k}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_0^2 = V^2 + \sigma_k^2 \\ \sigma_0 = 2V - \sigma_k \end{cases}$$

$$\sigma_k = 2V - \sigma_0$$

$$\sigma_0^2 = V^2 + (2V - \sigma_0)^2$$

$$\sigma_0^2 = V^2 + 4V^2 - 4V\sigma_0 + \sigma_0^2$$

$$5V^2 - 4V\sigma_0 = 0$$

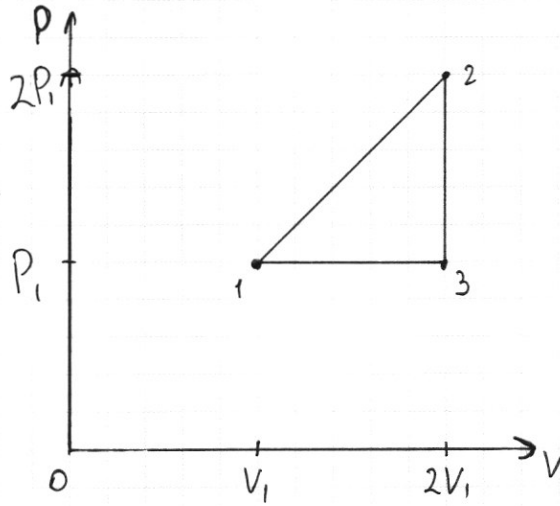
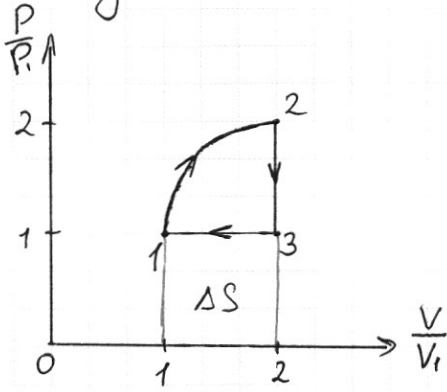
$$V(5V - 4\sigma_0) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} V = 0 \text{ — не подходит т.к. сила на клин не меняет} \\ 5V = 4\sigma_0 \end{array} \right. \text{ направление}$$

$$V = \frac{4\sigma_0}{5} \Rightarrow V = \frac{8}{5} \text{ м/с} = 1,6 \text{ м/с}$$

Ответ: $H = \frac{7}{40} \text{ м}$ $V = 1,6 \text{ м/с}$
0,107 м

Задача 4



$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$i = 3$$

T_1 - темп. в Т. 1

$$Q = A_{12} + \Delta U_{12}$$

Рассмотрим площадь под графиком $\frac{P}{P_1}(\frac{V}{V_1})$:

$$\frac{\pi P^2}{4 P_1^2} + \Delta S = \frac{\pi V^2}{4 V_1^2} + \Delta S$$

$$\frac{P^2}{P_1^2} = \frac{V^2}{V_1^2}$$

$$P^2 V_1^2 = V^2 P_1^2$$

$$P = \frac{P_1}{V_1} V$$

$P = \frac{P_1}{V_1} V \Rightarrow$ график 1-2 на

$P(V)$ графике - прямая из 0.

$$\Rightarrow A_{12} = P_1 V_1 + \frac{P_1 V_1}{2} = \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{9}{2} \nu R T_1 = \frac{12}{2} \nu R T_1$$

$$= \underline{6 \nu R T_1}$$

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ 4 P_1 V_1 = \nu R T_2 \end{cases}$$

График расшир.
это график 1-2.

$$\frac{1}{4} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 4 T_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3 T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Работа газа за цикл равна площади ~~под~~
цикла

$$A = \frac{1}{2} p_1 V_1 = \frac{1}{2} \nu R T_1$$

3) Q_0 - кол-во теплоты подведённой к газу.

Теплота к газу подводится только на участке 1-2
т.к. растёт объём и давление.

$$Q_0 = Q = \nu R T_1$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\nu R T_1}{2 \nu R T_1} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $Q = \nu R T_1$ $A = \frac{1}{2} \nu R T_1$ $\eta = \frac{1}{2}$
 $Q = \nu R T_1$ $A = \frac{1}{2} \nu R T_1$

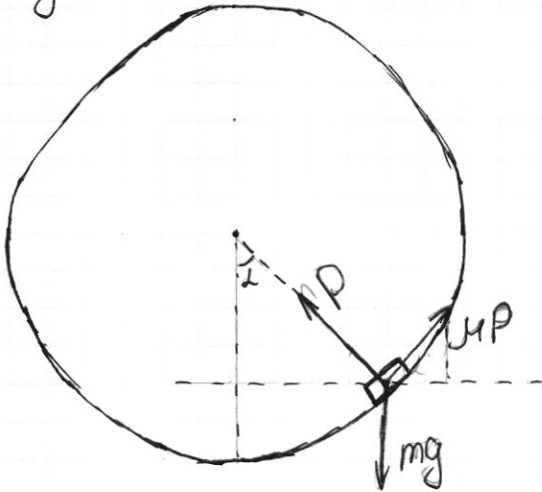
Задача 3:

$$\mu = 0,9$$

$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$V_0 = 3,7 \text{ м/с}$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$



$$dA = 2\pi R \mu P$$

$$N = 2\mu P$$

~~$$P \cos \alpha = \mu P \sin \alpha$$~~

$$P \cdot \sin \alpha = \mu P \cdot \cos \alpha$$

$$\mu = \tan \alpha$$

$$\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \mu \cos \alpha$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\mu^2 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha (\mu^2 + 1) = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\mu^2 + 1}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1,81}}$$

$$mg = P \cos \alpha + \mu P \cdot \sin \alpha$$

$$mg = P \left(\cos \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

$$mg = P \left(\cos \alpha + \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

$$mg = P \left(\cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha \right)$$

$$mg = P \cdot \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

$$P = mg \cos \alpha$$

$$P = \frac{mg}{\sqrt{1,81}} = \frac{mg}{1,35}$$

$\times 3$

$$\begin{array}{r} 13,69 \overline{) 3} \\ \underline{-12} \\ 16 \\ \underline{-15} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,2 \\ \times 1,35 \\ \hline 5,75 \\ 4,05 \\ \hline 1,625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 55 \\ \hline 165 \\ + 3 \\ \hline 168 \\ \times 3,7 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$\boxed{\frac{20\sqrt{3} + 18}{3}} + 6$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1,8 \\ \hline 9,0 \end{array}$$

$$1,8 = \frac{4}{3}$$

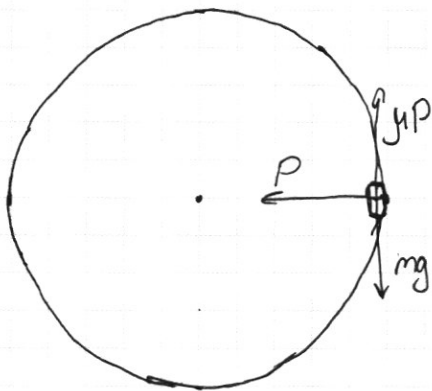
$$1,8 = 3 \cdot 0,6$$

Задача 3

$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$V_0 = 3,7 \text{ м/с}$$

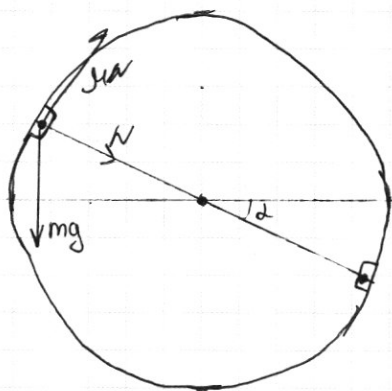
$$m = 0,4 \text{ кг}$$



$$P = m \frac{V_0^2}{R}$$

$$P = 0,4 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} = \frac{3,7^2}{3} = \frac{13,69}{3} = 4,56 \text{ Н}$$

2)



$$\begin{cases} mg \sin \alpha + N = m \frac{V_{\min}^2}{R} \\ \mu N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$mg \sin \alpha + \frac{mg \cos \alpha}{\mu} = m \frac{V_{\min}^2}{R}$$

$$V_{\min}^2 = gR \sin \alpha + \frac{g \cos \alpha R}{\mu}$$

$$V_{\min} = \sqrt{gR \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)}$$

$$V_{\min} = \sqrt{12 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{1,8} \right)} = \sqrt{6 + \frac{3 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 0,6}} = \sqrt{6 + \frac{2\sqrt{3}}{0,3}} = \sqrt{6 + \frac{20\sqrt{3}}{3}} \text{ м/с}$$

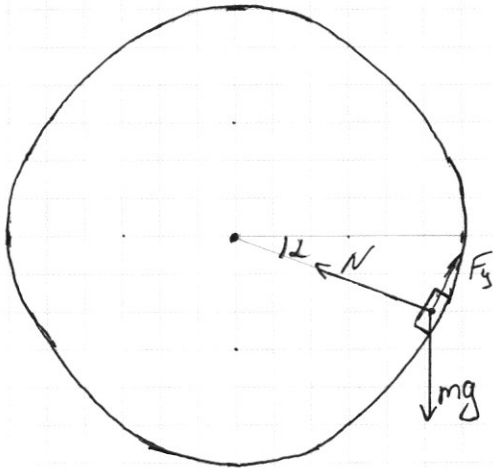
Ответ: $P = 4,56 \text{ Н}$

$$V_{\min} = \sqrt{6 + \frac{20\sqrt{3}}{3}} \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

$\alpha = 30^\circ$ $v_{\min} - ?$



$$N - mg \sin \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$F = \frac{kqQ}{2R^2} + \frac{kqQ}{2(3R)^2}$$

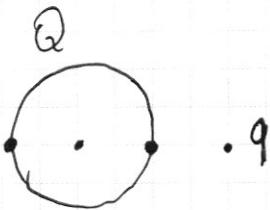
$$F = \frac{kqQ}{4R^2}$$

$$\frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 40} \\ -40 \overline{) 0,107} \\ \hline 300 \end{array}$$

$$F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$$

~~$$\frac{kqQ}{2R^2}$$~~

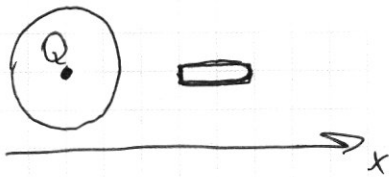


$e = R$

$\rho = \frac{q}{R}$

$dq = \rho dx$

$$\int X^{-2} dx = \frac{X^{-1}}{-1} = -\frac{1}{X}$$



$$dF = \frac{kQdq}{(2R+x)^2} = \frac{kQ\rho dx}{(2R+x)^2}$$

$$\int x dx \rightarrow \frac{x^2}{2}$$

$$\int x^2 dx \rightarrow \frac{x^3}{3}$$

$$\int dF = \int \frac{kQ\rho dx}{x^2}$$

$$F = -\frac{kQ\rho}{x} \Big|_{2R}^{3R} = F = \frac{kQ\rho}{2R} - \frac{kQ\rho}{3R}$$

$$F = \frac{kQ\rho}{6R} = \frac{kQq}{6R^2}$$

$$F = \frac{kQ\rho}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3} \right)$$

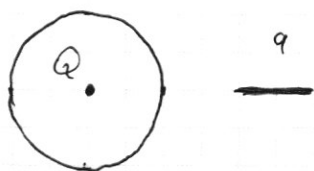
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5 1) Однородно заряженную сферу можно представить в виде точечного заряда в центре этой сферы.



$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$

2)



$\rho = \frac{q}{R}$ — лин. плотность заряда.

$$dq = \rho dx$$

$$dF = \frac{kQ\rho dx}{x^2}$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ\rho dx}{x^2} \Rightarrow F_2 = -\frac{kQ\rho}{x} \Big|_{2R}^{3R} \Rightarrow F_2 = \frac{kQ\rho}{2R} - \frac{kQ\rho}{3R} =$$

$$= \frac{kQ\rho}{6R} = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$ $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)