

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

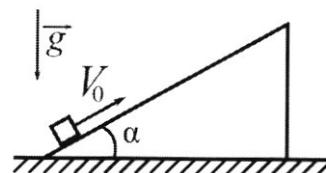
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

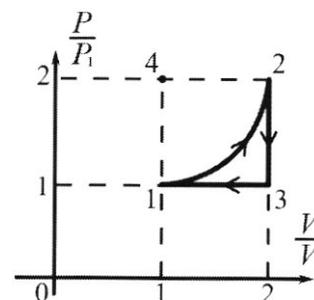
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Пусть v_0 - начальная скорость реперверка, тогда:

$$0 = v_0 - gT$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

Пусть реперверк разлетается на n осколков, тогда кинетическая энергия одного из них равна $\frac{mv^2}{2}$,

где v - начальная скорость осколка. А суммарная кинетическая энергия равна $K = n \cdot \frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$,

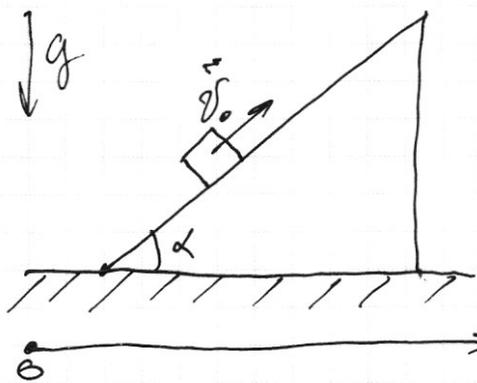
откуда $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$. Быстрее всех прозвонит осколки, направив их вертикально вниз. Из ЗСЭ его

скорость прямо перед падением станет равной $\sqrt{v^2 - 2gH}$,

$$\text{наступит: } t = \frac{\sqrt{v^2 - 2gH} + v}{g} = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m} - 2gH} + \sqrt{\frac{2K}{m}}}{g} \approx$$

$$\approx 11,13 \text{ с}$$

Ответ: 1.) $H = 45 \text{ м}$ 2.) первый осколок упадет через $t \approx 11,13 \text{ с}$.



1.) Заменим ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_1^2}{2}$$

(v_0 - нач. скорость шайбы ($v_0 = v_0$))
 (v_1 - скоростью шайбы и шара)

вдвинет горизонтально шайбы максимальной высоты). Заменим ЗСУ на ось OX (он выталкивает м.к. на эту ось не действуют внеш. силы).

$$m v_0 \cos \alpha = m v_1 + 2m v_1$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

$$m \frac{v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{6}$$

$$v_0^2 = \frac{6 g H}{3 - \cos^2 \alpha}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6 g H}{3 - \cos^2 \alpha}} \approx 2,1 \frac{m}{c}$$

2.) снова заменим ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

$$v_0^2 = v^2 + v^2$$

и ЗСУ на ось OX :

$$m v_0 \cos \alpha = m v_{\cos \alpha} + m v$$

$$v^2 = \frac{(v_0 \cos \alpha - v)^2}{\cos^2 \alpha} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha + v^2 - 2 v_0 v \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$v_0^2 = v^2 + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha + v^2 - 2 v_0 v \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$0 = v^2 \cos^2 \alpha + v^2 - 2 v_0 v \cos \alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 (продолжение)

$$0 = V(V + V \cos^2 \alpha - 2V_0 \cos \alpha)$$

$$V = \frac{2V_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \approx 1,8 \frac{m}{c}$$

($V=0$ соответствует нач. положению, но на каком этапе достигнем бесшумности, поэтому хотим $V \neq 0$)

Ответ: 1.) $V_0 \approx 2,1 \frac{m}{c}$ 2.) $V \approx 1,8 \frac{m}{c}$.

№ 4

Работа газа - площадь под графиком (в PV координатах), поэтому на участке 1-2 газ совершил работу $A_{12} = 2P_1V_1 - \frac{\pi P_1V_1}{4}$. На участке 2-3 работа равна 0.

На участке 3-1 газ совершил работу $-P_1V_1$. Значит суммарная работа равна

$$A = P_1V_1 - \frac{\pi P_1V_1}{4}$$

Плазменная керосин 3-й этап терм.:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} \quad (\Delta U_{12} - \text{изменение внутр. эн. газа})$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (4P_1V_1 - P_1V_1) = \frac{9}{2} P_1V_1$$

($Q = Q_{12}$, т.к. газ расширяется только на участке 1-2)

~~$$= \frac{9}{2} P_1V_1$$~~

~ 4 (прогнозирование)

$$Q_{12} = \frac{q}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 - \frac{\pi P_1 V_1}{4} = P_1 V_1 \cdot \left(\frac{11}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{11}{2} - \frac{\pi}{4}} \approx 0,05 = 5\%$$

материальная точка в м. 2 больше чем в. 3, а в м. 3 больше чем в м. 1, поэтому внут. энергия газа на участках 2-3 и 3-1 увеличивается, а работа мал ≤ 0 , поэтому тепло отбрасывается, поэтому $\eta = \frac{A}{Q_{12}}$

Ответ: $Q = \left(\frac{11}{2} - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$
 $A = \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1$
 $\eta = 5\%$

~ 5

Плоск от равномерно заряженной сферы равнонапряженной заряженной линии (шарика). Поэтому ответом на 1-ый вопрос является $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$.



В Плоск однородная плотность заряда сфериче ребра ρ .

Разобьем сфериче на очень маленькие участки длины dr , которые от находятся от сферы на расстоянии r . Тогда сила взаимодействия на участок $dF_2 = k \cdot \frac{\rho dr \cdot Q}{r^2}$

$$\text{Значит } F_2 = \int_{3R}^{4R} k \rho Q \frac{1}{r^2} dr = \frac{k \rho Q}{12R} = \frac{kqQ}{12R^2}$$

($\rho R = q \Rightarrow \rho = \frac{q}{R}$) (По 3-му закону Ньютона сфериче с толкой все силы взаимодействуют на сферу)

Ответ: 1.) $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$ 2.) $F_2 = \frac{kqQ}{12R^2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

- 1.) ТТК.к. движение равномерное по окружности, то
сумма сил впрямую на ось Ox (вм. O — центр, а
 Ox — касательная) равна 0, поэтому
сила трения (с какой-то скоростью абразива
движения направлена \perp оси Ox и
равна силе тяжести (по аналог. принципам.)
Поэтому $F_{тр} = mg$.

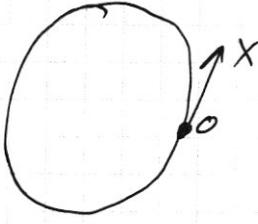
№ 3

Тогда N — сила реакции опоры. Тогда $\frac{N}{m} = g$ —
центрострем. ускорение равно g . А ускор.

№ 3

- 1.) ТТК.к. движение равномерное по окружности, то
сумма сил, действующих на модель впрямую
на касательную и т.п. по окружности равна 0.
Поэтому сила тяги абразива F направлена
перпендикулярно вектору движения и равна силе
тяжести (по аналог. принципам). Сила, с которой
модель действует на сферу равна $\sqrt{F^2 + N^2}$, где
 N — сила реакции опоры. Значит $F^2 + N^2 = 4m^2g^2$ и
 $N = \sqrt{3}mg$, а значит ускорение равно $a = \frac{\sqrt{3}mg}{m} = \sqrt{3}g \approx 19 \frac{m}{c^2}$

№ 3 (продолжение)

2.)  Введем ось Ox (касательная к u точке u u) и Oy (перпендикулярная касательной). Тяга F направлена с осью Oy под α . Тогда $F \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} mg$
 $F \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = mg$

$$F^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = m^2 g^2$$

$$F = mg \text{ и } \text{~~тогда}~~$$

$$N = m \frac{v^2}{R} \text{ (} \nu \text{-скорость } u \text{)}$$

Тогда ~~тогда~~ $\mu \cdot N \geq F = mg$ (т.к. сила трения должна быть не меньше)

$$\mu m \frac{v^2}{R} \geq mg$$

$$v \geq \sqrt{\frac{Rg}{\mu}}$$

$$\text{Значит } v_{\min} = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} \approx 3,5 \frac{m}{c}$$

$$\text{Ответ: } a = 17 \frac{m}{c^2}; v_{\min} = 3,5 \frac{m}{c}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{20.7, 1.0 \cdot 0.2 \cdot g}{1,3 \cdot g} = \frac{4.8}{2.5^2}$$

$$\frac{4,7 \cdot 0,2 \cdot g}{1,3 \cdot g} = \frac{2.5^2}{13 \cdot g}$$

$$\frac{2.5^2}{13 \cdot g} \times 1.3 \cdot g = 2.5^2$$

$$2.5^2 \cos^2 \alpha + 2.5^2 = 1.25^2 - 1.25 \cdot 2.5 \cos \alpha =$$

$$500 \cdot \frac{m \cdot 2.5^2}{2} = m \cdot g \cdot H + \frac{2m \cdot V^2}{2} + \frac{m \cdot V^2}{2} = m \cdot \frac{2.5^2}{2} + \frac{m \cdot 2.5^2}{2}$$

$$m \cdot 2.5^2 = m \cdot g \cdot H + \frac{3}{2} m \cdot \frac{2.5^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$1,8 \cdot \frac{m \cdot 2.5^2}{2} = m \cdot g \cdot H + \frac{3}{2} m \cdot \frac{2.5^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$2.5 = \sqrt{2gh}$$

$$2.5 = gT$$

$$gT = \frac{1}{2} \frac{V^2}{R}$$

$$H = \frac{1}{2} \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{R}{R_1 \left(\frac{R}{R_1} \right)^2} = \frac{R}{\pi \left(\frac{R - R_1}{R_1} \right) \left(\frac{V - V_1}{4} \right)}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}{2}$$

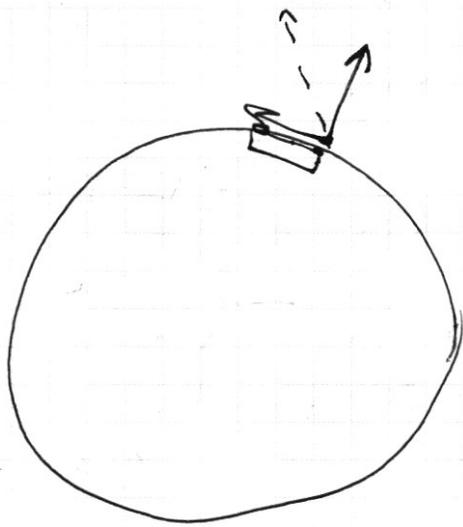
$$F_{\text{тр}} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$N = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$g \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\mu} - \cos^2 \beta \right) = \frac{2.5^2}{R}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\mu} - \sqrt{\frac{1}{2} - \cos^2 \alpha} = \frac{m \cdot g \cdot \cos \alpha}{\mu} - m \cdot g \cdot \cos \beta = m \cdot \frac{2.5^2}{R}$$

$$N = m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{2.5^2}{R} = \frac{16}{2.92}$$

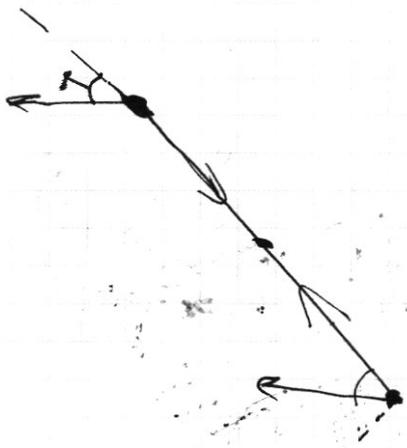


$$\frac{mv^2}{R} = N$$

$$\sqrt{v^2 + \mu^2 v^2} = N \sqrt{\mu^2 + 1} = 2mg$$

$$a_{ac} = \frac{2 \cdot g}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$$

$$v = \frac{2mg}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$$



$$\mu N \left(\left(\frac{2mg}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{2g}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + g^2 \right) =$$

$$= g \sqrt{\frac{4\mu^2 + 4 + \mu^2 + 1}{\mu^2 + 1}}$$

$$= g \sqrt{5}$$

$$N_1 + mg \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$N_2 + mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}$$

μ

$$\frac{v_0^2}{2} (1 - \cos^2 \alpha) = \frac{12}{3 - 0,36}$$

$$3400 - 2 \cdot 10 \cdot 45 = 3600 - \frac{12}{2,64} \cdot 900 = 2700$$

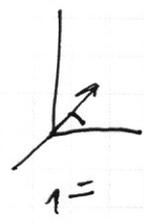
$$30 \sqrt{3} + 60$$

$$= 3 \sqrt{3}$$

$$N \cos \alpha = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$N - mg$$



$$1 - \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \varphi \right)$$

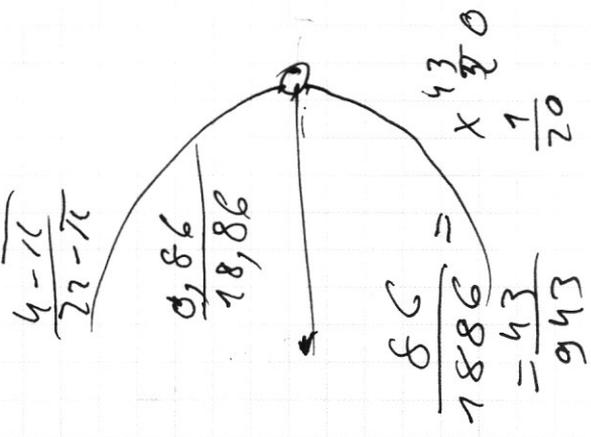
$$\cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \cos^2 \varphi = -\frac{\cos 2\varphi}{2}$$

$$\frac{204}{1050} \times \frac{164}{3} = \frac{2080}{3}$$



$$\frac{1}{10} \cdot 10 = 1$$



$$t^2 g t + v = v_1$$

$$\frac{m v_0^2}{2} + \frac{m g t^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{v^2 + 2gh}$$

$$g t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gh} + v}{2}$$

$$t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gh} + v}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

Пусть N — сила реакции опоры, действующая на модель.

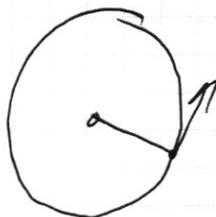
Тогда $N = m \cdot a_{\text{ср}}$, где m — масса модели, а $a_{\text{ср}}$ — центростремительное ускорение. Ускорение, с которым модель едет по окружности равно $\frac{F_{\text{тп}}}{m} = \frac{\mu N}{m}$.

Сила, с которой модель действует на опоры равна $\sqrt{N^2 + F_{\text{тп}}^2} = \sqrt{m^2 + 1} N = 2mg \Leftrightarrow N = \frac{2mg}{\sqrt{m^2 + 1}}$.

Найдем ускорение модели равно:

$$a = \sqrt{\left(\frac{2\mu g}{\sqrt{1+m^2}}\right)^2 + \left(\frac{2g}{\sqrt{1+m^2}}\right)^2 + g^2} = g\sqrt{5} \approx 22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2.)



1,41 · 0,8

$$\begin{array}{r} 470 \\ -405 \\ \hline 65 \end{array} \quad \begin{array}{r} 500 \\ -423 \\ \hline 77 \end{array} \quad \begin{array}{r} 141 \\ \times 3 \\ \hline 423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141,5 \\ \times 405 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{10}{0,8}$$

$$\frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \quad 50 \sqrt{1,41}$$

$$F = \sqrt{2} mg$$

$$F \cdot \cos \alpha = \sqrt{2} mg$$

$$F \cdot \sin \alpha = \sqrt{2} mg$$

$$F = 2mg$$

$$F = \mu mg$$

$$\begin{array}{r} 500 \sqrt{1,41} \\ -423 \sqrt{1,41} \\ \hline 77 \sqrt{1,41} \end{array}$$

μmg
 $N =$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)