



# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

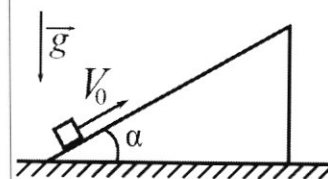
Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту

$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.



3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

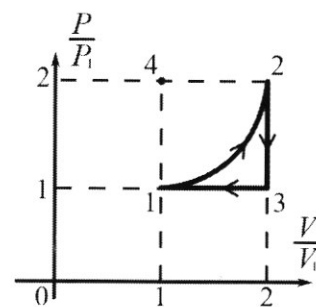
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

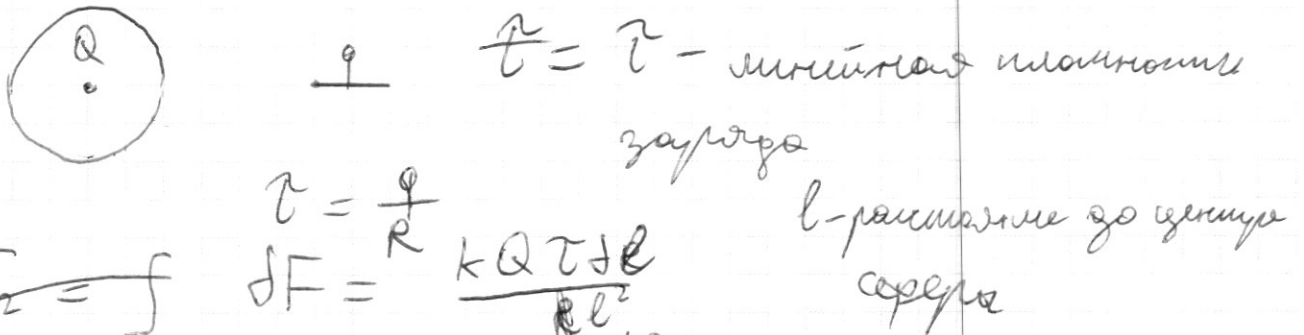
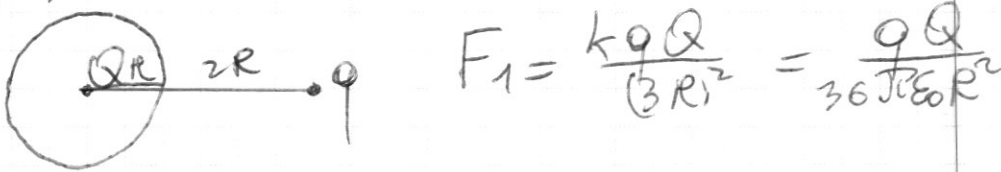
2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Равномерно заряженная сфера действует на заряд находящийся за её пределами, как точечный заряд помещённый в центр сферы



$$F_2 = \int dF = \int_{3R}^{4R} \frac{kQ\tau dl}{r^2} = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_{3R}^{4R} \frac{dl}{r^2} = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{4R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{12} = \frac{Q\tau}{48\pi\epsilon_0 R} = \frac{Qq}{48\pi\epsilon_0 R^2}$$

Ответ:  $F_1 = \frac{qQ}{36\pi\epsilon_0 R^2}$ ;  $F_2 = \frac{qQ}{48\pi\epsilon_0 R^2}$

1. В верхней точке траектории скорость равна нулю.

$v$  - начальная скорость

$$vt - \frac{gt^2}{2} = H$$

$$v = gt$$

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

$$K = 1800 \text{ Дж} = m \frac{v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Осколок, скорость которого направлена вниз, упадёт самым первым, а тот, чья скорость направлена вверх — последним

$$-vt_1 - \frac{g t_1^2}{2} + H = 0 \quad t_1 - \text{время падения первого осколка}$$

$$-60t_1 - 5t_1^2 + 45 = 0$$

$$5t_1^2 + 60t_1 - 45 = 0$$

$$t_1^2 + 12t_1 - 9 = 0$$

$$D = 144 + 36 = 180$$

$$t_1 = \frac{-12 + \sqrt{180}}{2}, \text{ выбираем знак плюс, так как время не может быть отрицательным}$$

$$vt_2 - \frac{g t_2^2}{2} + H = 0 \quad t_2 - \text{время падения последнего осколка}$$

$$-5t_2^2 + 60t_2 + 45 = 0$$

$$t_2^2 - 12t_2 - 9 = 0$$

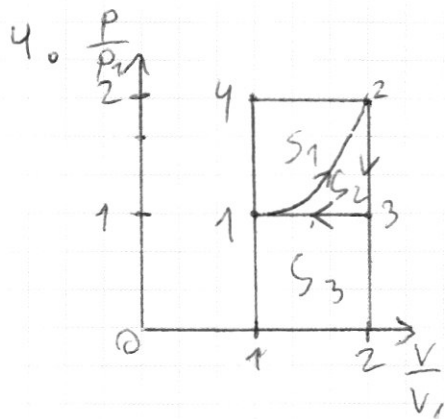
$$D = 144 + 36 = 180$$

$$t_2 = \frac{12 + \sqrt{180}}{2}, \text{ выбираем знак плюс, так как } \sqrt{180} > 12, \text{ а время не может быть отрицательным}$$

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{12 + \sqrt{180}}{2} - \frac{-\sqrt{180} + 12}{2} = 12 \text{ с}$$

Ответ:  $H = 45 \text{ м}; \tau = 12 \text{ с}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Работа газа равна площади  
под графиком  $S_2$ .

$S_2 = 1 - S_1$ ,  $S_1$  — четверть площади

круга  
 $S_1 = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4}$

$$S_2 = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4}$$

$$A = \frac{4 - \pi}{4} \cdot p_1 V_1 \approx \frac{1}{4} p_1 V_1$$

$$Q_+ = A_{12} + \Delta U_{12} = (2 - S_1) \cdot p_1 V_1 + \frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) =$$

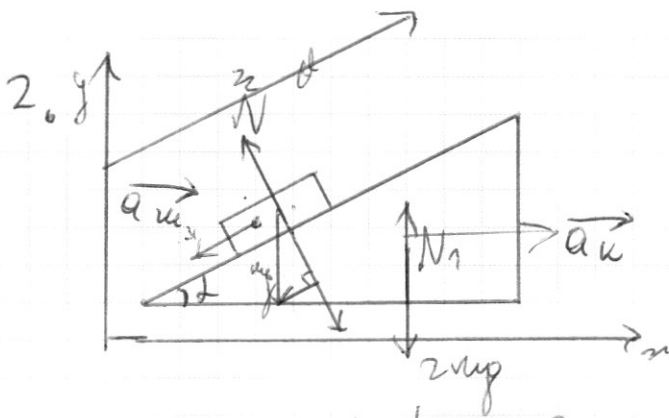
$$= \frac{8 - \pi}{4} p_1 V_1 + \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1 \approx \frac{23}{4} p_1 V_1$$

$$Q_- = A_{13} + \Delta U_{13} + \Delta U_{23} = p_1 V_1 + \frac{3}{2} \cdot p_1 V_1 + 3 p_1 V_1 =$$

$$= \frac{11}{2} p_1 V_1 = \frac{22}{2} p_1 V_1$$

$$\eta = \frac{Q_+ - Q_-}{Q_+} = \frac{\frac{26 - \pi}{4} - \frac{22}{2}}{\frac{26 - \pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx \frac{1}{23}$$

Ответ:  $Q_+ = \frac{23}{4} p_1 V_1$ ,  $A = \frac{1}{4} p_1 V_1$ ,  $\eta = \frac{1}{23}$



$$\cos \alpha = 0,6$$

$$\sin \alpha = 0,8$$

$$m a_m = m g \sin \alpha \quad a_m = g \sin \alpha$$

$$N = m g \cos \alpha$$

$$N \cos \alpha + z m g = N_1$$

$$N_1 = m g (z + \cos^2 \alpha)$$

$$a_m = 0,8g$$

$$z_{\max} = N \sin \alpha$$

$$z_{\max} = m g \sin \alpha \cos \alpha$$

$$a_k = g \cdot \frac{0,8}{2} \cdot 0,6 = 0,24g$$

$$a_k = \frac{g}{2} \sin \alpha \cos \alpha$$

В момент, когда маятник достигнет на максимальной высоте вертикальной скорости будут одинаковы

$$v_0 \sin \alpha - a_m \cos \alpha t = a_k t$$

$$v_0 \cdot 0,6 - 0,8g t = 0,24g t$$

$$v_0 \cdot 0,6 = 1,04g t$$

$$t = \frac{6v_0}{10,4g}$$

$$H = v_0 \sin \alpha t - a_m \sin \alpha \frac{t^2}{2}$$

$$H = \frac{6}{10,4} \frac{v_0^2}{g} \cdot 0,8 - 0,8 \cdot 0,8 \frac{6^2}{(10,4)^2} \frac{v_0^2}{2g} =$$

$= \frac{v_0^2}{g}$  Когда маятник достигнет на максимальной высоте вертикальной скорости маятник обнуится

$$v_0 \sin \alpha - a_m \sin \alpha t = 0$$

$$v_0 - a_m t = 0 \quad t = \frac{v_0}{0,8g}$$

$$H = v_0 \sin \alpha t - a_m \sin \alpha \frac{t^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{0,8g} \cdot 0,8 \cdot 0,8 \frac{v_0^2}{(0,8g)^2 \cdot 2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжите задачу 2  
 $h = \frac{v_0^2}{2g}$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 0,2 \cdot 10} = 2 \frac{m}{c}$$

Шайба вернётся в точку старта, когда её  
высота  $y$  и координата  $x$  обнулятся

$$0 = v_0 \sin \alpha t - a_{ш} \sin \alpha \frac{t^2}{2}$$

$$t (v_0 \sin \alpha - \frac{a_{ш} \sin \alpha}{2} t) = 0$$

$$\sin \alpha t (v_0 - \frac{a_{ш}}{2} t) = 0$$

$$2 - \frac{0,8}{2} g t = 0$$

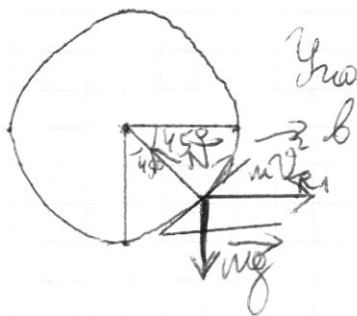
$$2 - 0,4 t = 0$$

$$t = 0,5 c$$

$$v_k = a_k \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 0,24g = 0,12 \cdot 10 = 1,2 \frac{m}{c}$$

Ответ:  $v_0 = 2 \frac{m}{c}$ ;  $v_k = 1,2 \frac{m}{c}$

3.



Угол касательной к окружности  
в середине четверти равен  
 $45^\circ$

$$R_1 = R \sin 45^\circ$$

$$N = mg \sin 45^\circ + m \frac{v^2}{R_1} \sin 45^\circ = mg \sin 45^\circ \left( g + \frac{v^2}{R \sin 45^\circ} \right)$$

$$mg = N \sin 45^\circ + M \cdot N \sin 45^\circ = N \sin 45^\circ (1 + M) =$$

$$= \frac{1}{2} \sin^2 45^\circ (1 + M) \left( g + \frac{v^2}{R \sin 45^\circ} \right) \quad 10 = 0,9 (10 + v^2 \sqrt{2})$$

$$g = \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot \left( 10 + \frac{v^2 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) \quad \frac{100}{9} = \frac{10}{9} + v^2 \sqrt{2}$$



$$\frac{10}{g} = v^2 \sqrt{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{g \sqrt{2}}} = g \sqrt{5 \sqrt{2}}$$

$$N = m \left( g \sin 45^\circ + \frac{v^2}{R} \right)$$

$$mg = N \sin 45^\circ (1 + \mu) = \cancel{m} \sin 45^\circ (1 + \mu) \left( g \sin 45^\circ + \frac{v^2}{R} \right)$$

$$g = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1,8 (5 \sqrt{2} + v^2)$$

$$20 = \sqrt{2} \cdot 1,8 (5 \sqrt{2} + v^2)$$

$$\frac{10 \sqrt{2} \cdot 10}{18} = 5 \sqrt{2} + v^2$$

$$\frac{100 \sqrt{2}}{18} = \frac{90 \sqrt{2}}{18} + v^2$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{10 \sqrt{2}}{18}} = \frac{1}{3} \sqrt{5 \sqrt{2}} \frac{m}{c}$$



$$N = 2mg$$

$$2mg = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{2gR} = 2\sqrt{5} \frac{m}{c}$$

$$\text{Отвѣт: } v_{\min} = \frac{1}{3} \sqrt{5 \sqrt{2}} \frac{m}{c}, v = 2\sqrt{5} \frac{m}{c}$$

1.

$$m \frac{v^2}{2} = K$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{m}{c}$$

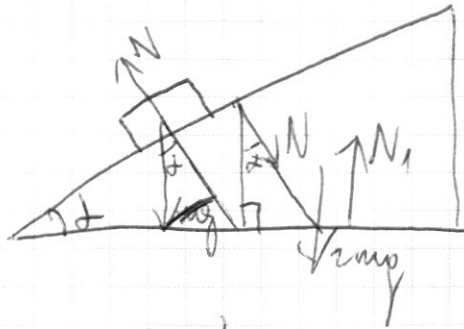
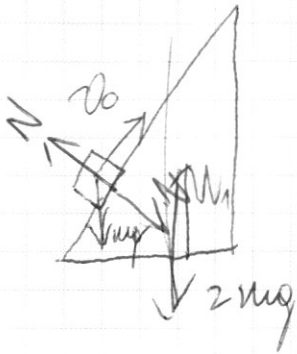
$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 20 \\ \hline 900 \end{array}$$

45m

$$vt - \frac{gt^2}{2} = H = 0$$

$$-5t^2 + 60t + 45 = 0$$

$$D = 3600 + 900 = 4500$$



$$N = mg \cos \alpha$$

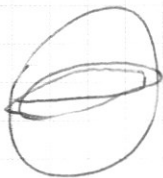
$$N_1 = 2mg + N \cos \alpha = mg(2 + \cos^2 \alpha)$$

$$a_m = mg \sin \alpha$$

$$a_m = g \sin \alpha$$

a of

$$1,2 \frac{m}{c} - 0,2 \cdot 2,4 \frac{m}{c} - \frac{1}{4} =$$



$$\frac{v^2}{R} = 2mg$$

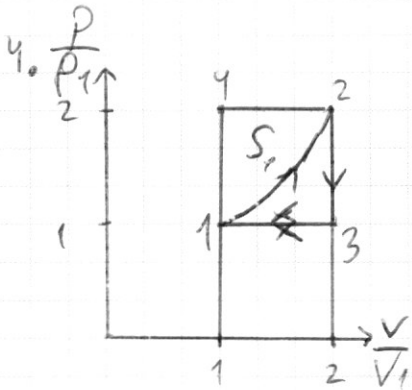
$$t = 0,25c$$

$$= 0,8 \frac{m}{c} - 0,6 \frac{m}{c}$$

$$v = \sqrt{2gR}$$

$$1,2 - 0,8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10 = 1,0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$Q_+ = Q_{12}$$

$$Q_- = Q_{23} + Q_{13} = \int_2^3 \frac{3}{2} (4p_1 V_1 - 2p_1 V_1) dV + \frac{3}{2} (2p_1 V_1 - p_1 V_1) + p_1 V_1 = 3p_1 V_1 + 1,5p_1 V_1 + p_1 V_1 = 5,5p_1 V_1$$

$$(p - 2p_1)^2 + (V - V_1)^2 = p_1^2$$

$$\left(\frac{p}{p_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1^2$$

$$1 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1$$

$$\frac{V}{V_1} = 1$$

$$A_{12} = \int p dV$$

$$0 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1 \quad \left(\frac{p}{p_1} - 2\right)^2 = 1 - \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2$$

$$\frac{V}{V_1} = 2$$

Работа на участке 1-2, равна площади под

графиком

$$S_1 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi}{4} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot p_1 V_1$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$v_1 \quad v_1 t - \frac{g t^2}{2} = H$$

$$v_1 = g t \quad \frac{g t^2}{2} = H$$

$$H = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

$$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1}$$

$$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1}$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

