Олимпиада «Физтех» по физике 2022

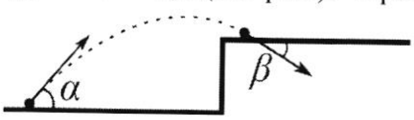
Класс 10

Вариант 10-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом α к горизонту, $\cos\alpha = 0,6$ (см. рис.). Через $\tau = 0,8$ с камень находится на максимальной высоте. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу. В момент падения на крышу вектор скорости образует с горизонтом угол β такой, что $\cos\beta = 0,8$.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта, завершился полет камня? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

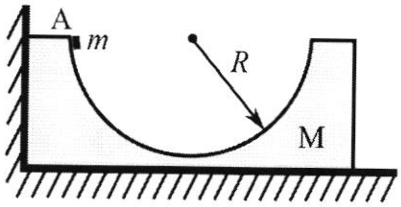
2. Максимальная скорость движения модели автомобиля по окружности радиуса $R = 2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости, равна $V_{MAX} = 4$ м/с. Модель приводится в движение двигателем. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения шин модели по поверхности.

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол α с горизонтом такой, что $\sin\alpha = 0,6$.

2) Найдите наименьшее время T , за которое модель равномерно проедет по окружности радиуса $R = 2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок массой $M = 3m$, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m .

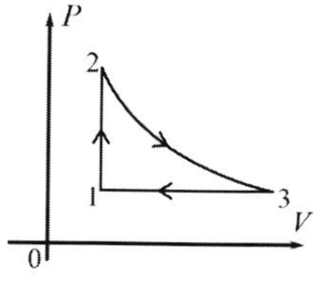


1) На какую максимальную высоту H, отсчитанную от нижней точки полусферы, поднимется шайба при дальнейшем движении системы?

2) Найдите максимальную кинетическую энергию K_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

3) С какой по величине силой N брусок действует на шайбу в тот момент, когда его кинетическая энергия максимальная? Ускорение свободного падения g .

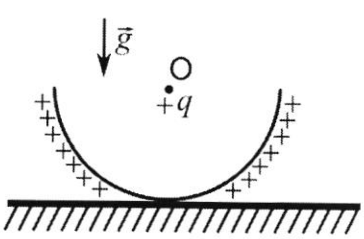
4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изохоры 12, адиабаты 23 и изобары (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа уменьшается в $n = 2\cdot\sqrt{2}$ раз.



1) Найдите КПД такого цикла.

Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.

5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m . Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точке O находится точечный заряд $q > 0$.



1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда q из точки O в бесконечность. Электрическая постоянная ε_0 .

2) Во сколько раз уменьшится сила, с которой полусфера действует на горизонтальную поверхность, после переноса точечного заряда q из точки O в бесконечность? Ускорение свободного падения g.

Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N1

максимальная высота : $H = v_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow$

$\rightarrow v_0 = \frac{H}{\sin\alpha\,\tau} + \frac{g\tau}{2\sin\alpha}$

из основ. тригоном. тождества:

$\sin\alpha = \sqrt{1 - 0{,}36} = 0{,}8$

$\cos\alpha$

$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Отсюда:

$v_0 = \frac{v_0^2 \sin\alpha}{2g\tau} + \frac{g\tau}{2\sin\alpha} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0 g\tau}{\sin\alpha} + \left(\frac{g\tau}{\sin\alpha}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = 0$

$v_0 = \frac{g\tau}{\sin\alpha} + \sqrt{\left(\frac{g\tau}{\sin\alpha}\right)^2 - \left(\frac{g\tau}{\sin\alpha}\right)^2} = \frac{g\tau}{\sin\alpha} = 10\text{ м/с}$

~~Время полета~~ Полная скорость камня в конечной точке:

$v = \frac{v_0 \cos\alpha}{\cos\beta}$

Из закона сохранения энергии:

$$v_0^2 = 2gh + v^2 \to h = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = v_0^2 \frac{1 - \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}}{2g}$$

$$h = \left(\frac{g\tau}{\sin\alpha}\right)^2 \cdot \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{2g\cos\beta} = g\left(\frac{\tau}{\sin\alpha}\right)^2 \cdot \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{2\cos\beta}$$

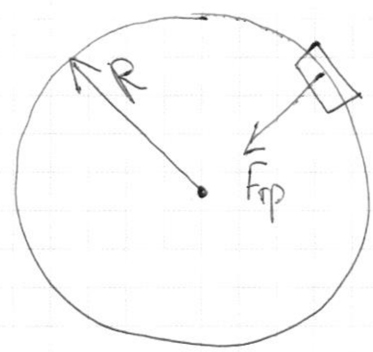
$$h = 10 \cdot \frac{0{,}64}{0{,}64} \cdot \frac{0{,}2}{1{,}6} = 10 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{4}\text{ м} = 1{,}25\text{ м}$$

Ответ: 1) $v_0 = \frac{g\tau}{\sin\alpha} = 10$ м/с 2) $h = g\left(\frac{\tau}{\sin\alpha}\right)^2 \cdot \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{2\cos\beta} = 1{,}25$ м

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N2

1)



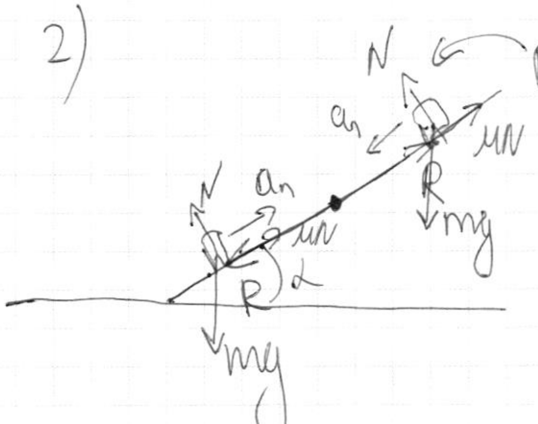
$F_{тр} = \mu N$ когда скорость максимальна

$N = mg$

Запишем 2-ой Закон Ньютона на ось направленную к ~~поверхности~~ центру окружности:

$$m\frac{v_{max}^2}{R} = \mu m g \quad \to \quad \mu = \frac{v_{max}^2}{Rg} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

2)



Вид сбоку

Из рисунка понятно, что нам нужно рассмотреть нижнее положение модели, т.к. в нём сила трения максимальна.

$N = mg\cos\alpha$

$F_{тр} = \mu m g \cos\alpha$

2-ой закон Ньютона на ось направ. к цент. окруж.:

$$m\frac{v_{max}^2}{R} = \mu m g\cos\alpha - mg\sin\alpha \quad \to \quad v_{max}^2 = \mu g R(\cos\alpha - \sin\alpha)$$

Таким образом время движения:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{max}} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\mu g R(\cos\alpha - \sin\alpha)}} \qquad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}8$$

$$T = \frac{2\cdot\pi\cdot 2}{\sqrt{0{,}8\cdot 10\cdot 2\cdot 0{,}2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{0{,}8}} = \frac{\pi}{\sqrt{0{,}2}} \simeq 6{,}8\,\text{с}$$

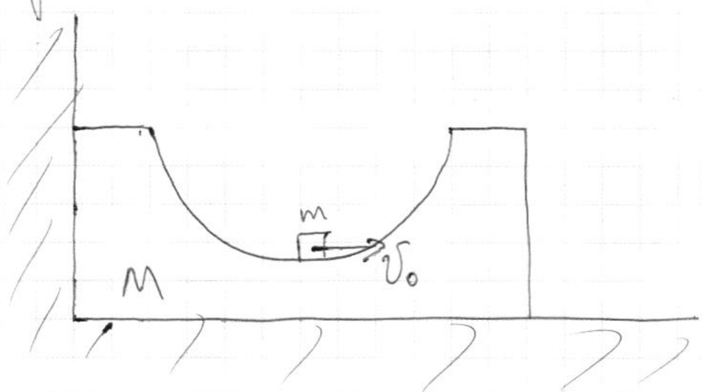
Ответ: 1) $\mu = \frac{v_{max}^2}{Rg} = 0{,}8$

2) $T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\mu g R(\cos\alpha - \sin\alpha)}} \simeq 6{,}8\,\text{с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

После достижение шайбой нижней точки центр масс системы по горизонтальной оси движется с постоянной скоростью:



Из ЗСЭ:

$v_0 = \sqrt{2gR}$

Импульс системы:

$P_0 = m v_0$

1) при достижении максимальной высоты, скорость шайбы по гориз. оси равна скорости бруска:

ЗСИ:

$m v_0 = (m+M)\,u \rightarrow u = v_0 \frac{m}{M+m}$

Из ~~[illegible]~~ ЗСЭ:

$m v_0^2 = u^2(m+M) + 2mgH_{max} \rightarrow$

$\rightarrow m v_0^2 = \frac{v_0^2 m^2}{M+m} + 2mgH_{max} \rightarrow H_{max} = \frac{v_0^2 - v_0^2 \frac{m}{M+m}}{2g}$

$H = R - R\frac{m}{M+m} = R\frac{M}{M+m}$

2) K_{max} будет достигаться, когда скорость ~~бруска~~ шайбы будет направлена к стенке и она будет находится в нижней точке:

ЗСИ:

$$mv_0 = Mu_{max} - mv \to v = u_{max}\frac{M}{m} - v_0$$

ЗСЭ:

$$mv_0^2 = Mu_{max}^2 + mv^2$$

$$mv_0^2 = Mu_{max}^2 + u_{max}^2\frac{M^2}{m} + mv_0^2 - 2u_{max}Mv_0 \to$$

$$\to Mu_{max} + u_{max}\frac{M^2}{m} = 2Mv_0 \to u_{max} = \frac{2v_0}{1+\frac{M}{m}} \to$$

$$\to u_{max} = v_0\frac{2m}{m+M}$$

Т.е. $K_{max} = \frac{Mu_{max}^2}{2} = \frac{2m^2Mv_0^2}{(m+M)^2} = \frac{4gRMm^2}{(M+m)^2}$

3) Найдём скорость шайбы в этот момент:

$$v = u_{max}\frac{M}{m} - v_0 = v_0\frac{2M}{m+M} - v_0 = v_0\frac{M-m}{M+m}$$

её скорость в СО бруска:

$$v_{отн} = v + u_{max} = v_0\frac{M-m}{M+m} + v_0\frac{2m}{m+M} = v_0\frac{M+m}{M+m} = v_0$$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Запишем 2-ой закон Ньютона на ось направленную к центру полусферы:

$$m\frac{v_0^2}{R} = N - mg \rightarrow N = 2mg + mg = 3mg$$

Ответ: 1) $H = R\frac{M}{M+m}$

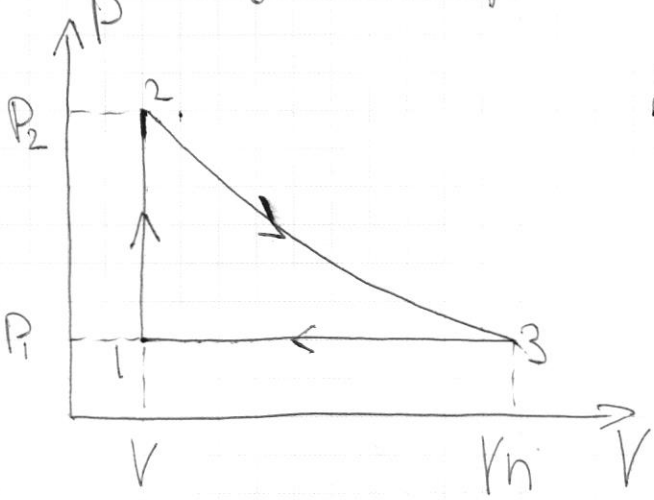
2) $K_{max} = \frac{4gRMm^2}{(M+m)^2}$

3) $N = 3mg$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №4

Изобразим график



Для адиабаты:

$$P_2 V^{5/3} = P_1 (nV)^{5/3} \rightarrow$$

$$\rightarrow P_2 = P_1 n^{5/3}$$

Для 1-2

$A_{12} = 0$ - работа $Q_н = \frac{3}{2}(P_1 n^{5/3} V - P_1 V) = \frac{3}{2} P_1 V (n^{5/3} - 1)$

Для 2-3:

$Q = 0$ $-\Delta U_{23} = A_{23} \rightarrow \frac{3}{2}(P_1 V n^{5/3} - P_1 V n) = A_{23} \rightarrow$

$A_{23} = \frac{3}{2} P_1 V (n^{5/3} - n)$

Для 3-1

$Q < 0$ т.к. изменение температуры и работа газа отрицательны (тепло отводится)

$A_{31} = -P_1(Vn - V) = -P_1 V (n-1)$

КПД:

Ответ

$$\eta = \frac{A_0}{Q_H} = \frac{A_{23} + A_{31}}{Q_H} = \frac{3/2(n^{5/3} - n) - (n-1)}{3/2(n^{5/3} - 1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{6\sqrt{2} - \frac{3}{2}} \simeq 0{,}35$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

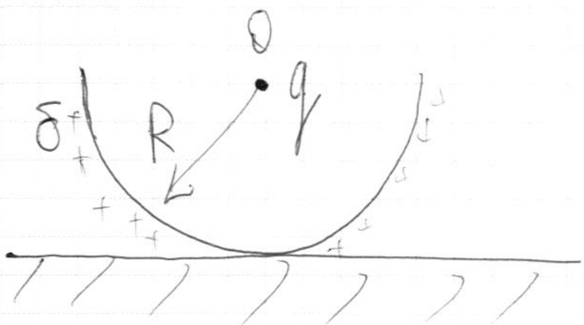
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N5



Потенциал φ_0 ~~поля~~ поля в точке O:

$$\varphi_0 = \frac{2\pi R^2 \sigma}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

т.к. все заряды равноудалены от точки O.

$$g = G\frac{M}{R_п^2}$$ ← рас-е от заряда до ц. планеты

Закон сохранения энергии:

$$-G\frac{Mm}{R_п} + \varphi_0 q + A = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow A = G\frac{Mm}{R_п} - \varphi_0 q \rightarrow A = mgR_п - \varphi_0 q$$

$$A = mgR_п - \frac{q\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

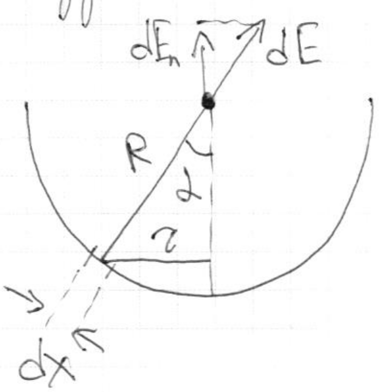
если $mgR_п \ll \frac{q\sigma R}{2\varepsilon_0}$, то:

$$A = -\frac{q\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Найдём напряжённость в точке O поля создаваемого полусферой



(разбили сферу на колечки радиусом r и толщиной dx)

Из геометрии:

$dx = R d\alpha$

$r = R\sin\alpha$

тогда заряд на площадке ~~...~~ dx:

$$dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dx = 2\sigma\pi R^2 \sin\alpha \cdot d\alpha$$

Напряженность поля создаваемого этим зарядом:

$$dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma\sin\alpha \cdot d\alpha}{2\varepsilon_0}$$

Из ~~и~~ симметрии понимаем, что нам нужно рассматривать нормальную ~~...~~ (перпендикулярную) составляющую.

$$dE_n = dE \cdot \cos\alpha = \frac{\sigma \sin\alpha\cos\alpha \cdot d\alpha}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma\sin(2\alpha)\cdot d\alpha}{4\varepsilon_0}$$

Проинтегрируем от 0 до $\pi/2$, и потом домножим на 2:

$$E_{n0} = 2\cdot\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin(2\alpha)\cdot d\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(-\frac{1}{2}\cos(\pi)\right)+\frac{1}{2}\cos(0)\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

сила действующая на заряд:

$F = E_{по} q$ (такая же сила на сферу)

тогда:

$$n = \frac{E_{оп} q + mg}{mg} = \frac{E_{оп} q}{mg} + 1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 mg} + 1$$

Ответ: 1) $A = -\frac{q\sigma R}{2\varepsilon_0}$

2) $n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 mg} + 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{3}{2}\left(2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{8}\right. = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{\frac{3}{2}\left(4\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)-2\sqrt{2}+1}{3/2\left(4\sqrt{2}-1\right)} = 3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1 = \frac{\sqrt{2}+1}{6\sqrt{2}-\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+2}{12\sqrt{2}-3}$$

1,41

$$\frac{2,4}{6\cdot 1,4-1,5} \quad \frac{2,4}{8,4-1,5} = \frac{2,4}{6,9} = \frac{24}{69}$$

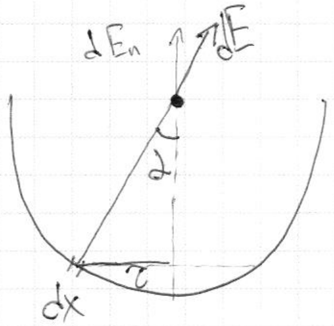
$$\begin{array}{r|l} -24 & 69 \\ \underline{0} & \overline{0,34} \\ -240 & \\ \underline{207} & \\ 330 & \end{array}$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$dx = R d\alpha$

$r = R\sin\alpha$

$dQ = \sigma \cdot 2\pi r\, dx$

$dQ = 2\sigma\pi R^2 \sin\alpha \cdot d\alpha$

$dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma \sin\alpha \cdot d\alpha}{2\varepsilon_0}$

$dE_n = \frac{\sigma \sin\alpha\cos\alpha \cdot d\alpha}{2\varepsilon_0} =$

$= \frac{\sigma \sin(2\alpha)\cdot d\alpha}{4\varepsilon_0}$

$E_n = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2} \sin(2\alpha)\cdot d\alpha =$

$= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{2}\cos(\pi) + \frac{1}{2}\cos(0)\right) =$

$= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

$E_{n0} = 2E_n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\left(-\frac{1}{2}\cos(2\alpha)\right)' =$

$= \sin(2\alpha)\cdot$

$\left(-\frac{1}{2}\cos(2\alpha)\right)' =$

$= \sin(2\alpha)\cdot\frac{1}{2}\cdot 2$

157 | 23
−138 | 6,8
190
−184

$\sqrt{0,2} = \sqrt{0,01\cdot 20} =$

$= 0,1\cdot 2\sqrt{5} =$

$= 0,2\sqrt{5}$

2,4 × 2,4: 96 + 48 = 5,76

1,57

15,7

$\frac{15,7}{\sqrt{3}}$

23 × 23: 69 + 46 = 529

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)