

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

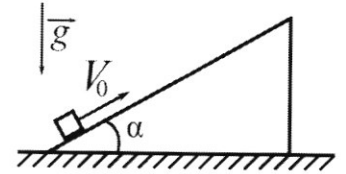
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

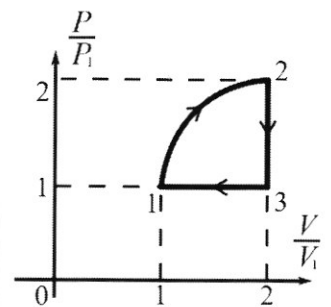
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

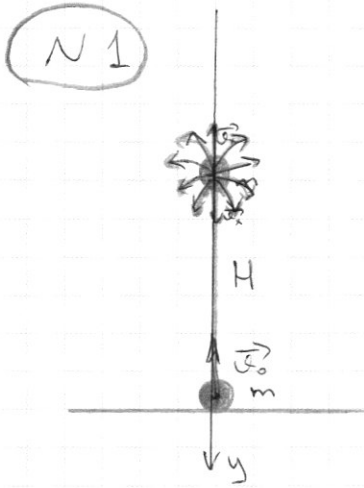
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Запишем закон сохранения энергии для фейерверка:

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H \rightarrow v_0 = \sqrt{2 g H} = 10 \sqrt{13} \text{ м/с}$$

Мы знаем время в течение которого осколки падают на землю и оно равно разности времени падения осколка который полетел ~~вниз~~ ^(вниз) (осколок с наибольшей скоростью по вертикали \Rightarrow прилетит быстрее) и осколка который полетел ровно вверх (осколок с наибольшей скоростью направленной против оси Oy):

$$t_2 - t_1 = \tau$$

Найдём их:

$$\frac{g t_1^2}{2} = H \rightarrow \cancel{t_1 = \sqrt{2 g H}} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 H}{g}} = \sqrt{13} \text{ - время полёта ровно вниз}$$

$$t' = \frac{v_x}{g} \text{ - время полёта осколка до верхней точки траектории}$$

$$t'' = 2 t' = \frac{2 v_x}{g} \text{ - время полёта вверх и вниз до места разрыва}$$

~~Запишем закон сохранения энергии для осколка:~~

$$t_2 = t'' + t_1 \rightarrow t_2 - t_1 = t'' = \tau \rightarrow \frac{2 v_x}{g} = \tau \rightarrow v_x = \frac{g \tau}{2}$$

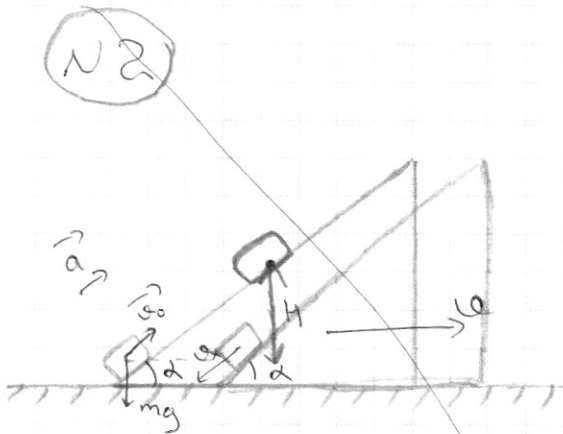
$$v_x = 50 \text{ м/с}$$

Тогда кинетическая:

$$K = \frac{m_1 v_x^2}{2} + \frac{m_2 v_x^2}{2} + \frac{m_3 v_x^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_x^2}{2} = \frac{v_x^2}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n)$$

$$= \frac{m v_x^2}{2} = \frac{2 \cdot 2500}{2} = 2,5 \text{ кДж}$$

Ответ: 10√3 м/с ; 2,5 кДж



Согласно закону сохранения энергии:

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H \rightarrow$$

$$\rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$m v = m v_x \cos \alpha$$

$$\frac{v}{\cos \alpha} = v_x \quad (1)$$

(пусть v_x - скорость шайбы в момент возвращения в точку старта)

Согласно 3-му сохранению энергии;

$$m g H = \frac{m v_x^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

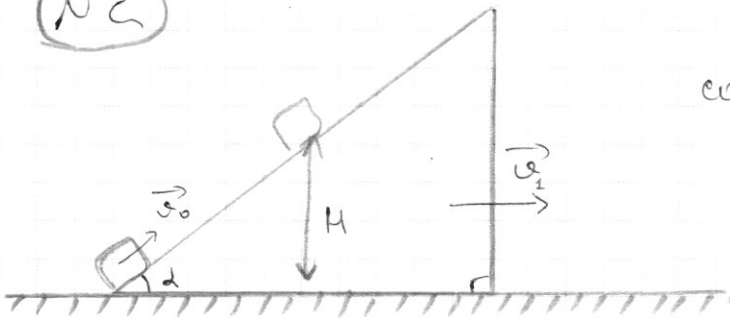
← подставим сюда (1)

$$2gH = \frac{v^2}{\cos^2 \alpha} + v^2 \rightarrow v^2 = \frac{2gH}{\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1\right)} = \frac{4}{\left(\frac{4}{3} + 1\right)}$$

$$= \frac{12}{7} \rightarrow v = \sqrt{\frac{12}{7}} \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



Запишем закон
сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2} \quad (1)$$

v_x - приобретаемая
скорость клина

Запишем закон сохранения импульса:

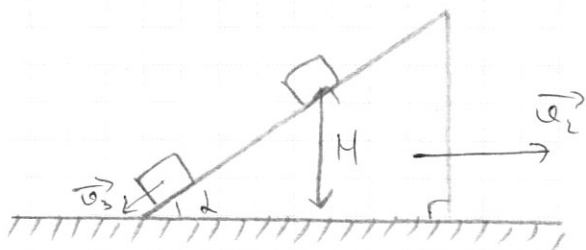
~~$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2}$$~~

$$mv_0 \cos \alpha = mv_1 \quad (2)$$

Подставим (2) → (1)

$$v_0^2 = 2gh + v_0^2 \cos^2 \alpha \rightarrow H = \frac{v_0^2(1 - \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} =$$

$$= 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}$$



Запишем закон
сохранения энергии для
момента возвращения в
точку старта:

$$(3) mgh + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$$

Запишем закон сохранения импульса
для этого же момента:

$$mv_3 \cos \alpha = mv_2 \quad (4)$$

Подставим в (3) \Leftarrow (2)
(4)

$$2gH + \omega_0^2 \cos^2 \alpha = \omega_2^2 + \frac{\omega_2^2}{\cos^2 \alpha}$$

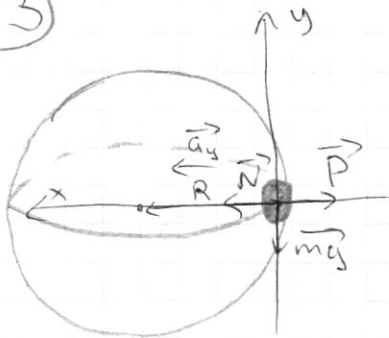
$$\omega_2^2 = \frac{2gH + \omega_0^2 \cos^2 \alpha}{1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 + 4 \cdot \frac{3}{4}}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{4 \cdot 3}{7} = \frac{12}{7} \frac{m^2}{c^2}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{12}{7}} = 2\sqrt{\frac{3}{7}} \text{ м/с}$$

Ответ: 5 см; $2\sqrt{\frac{3}{7}} \text{ м/с}$

(N3)

1)



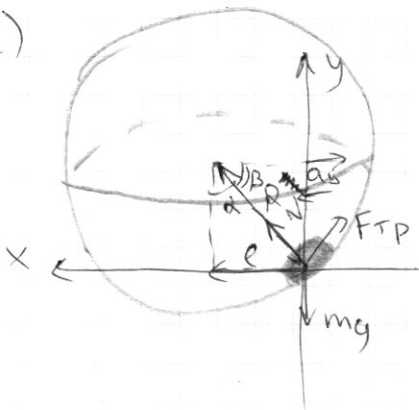
по II закону Ньютона:

$$Ox: ma_y = N; a_y = \frac{\omega_0^2 R}{R}$$

$$N = \frac{m\omega_0^2 R}{R}$$

$$|P| = |N| = \frac{m\omega_0^2 R}{R} \approx 4,53 \text{ Н}$$

2)



по II закону Ньютона

$$Ox: ma = N \sin \alpha - F_{\text{тр}} \cos \alpha$$

$$\left\{ F_{\text{тр}} = \mu N \right\} \left\{ a = \frac{\omega_{\text{min}}^2 R}{R} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 90^\circ - \beta \\ \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \end{array} \right\} \left\{ e = R \sin \alpha \right\}$$

$$(1) m \frac{\omega_{\text{min}}^2 R}{R \sin \alpha} = N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha = N (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$Oy: N \cos \alpha + F_{\text{тр}} \sin \alpha = mg$$

$$N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha = mg$$

$$N (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = mg$$

$$(2) N = \frac{mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подготовим (2) \rightarrow (1)

$$\cancel{\frac{Q_{\min}^2}{R \sin \alpha}} = \frac{\cancel{R} g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

$$Q_{\min}^2 = \frac{R g \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

$$Q_{\min} = \sqrt{\frac{R g \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}} =$$

$$= \sqrt{\frac{R \sin \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \mu)}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha}} = \sqrt{\frac{10,2 (\sqrt{3} - 0,9) \cdot 10,2}{1 + 0,9 \sqrt{3}}} \approx \sqrt{\frac{(1,7 - 0,9) \cdot 10,2}{1 + 0,9 \cdot 1,7}} \approx 1,8 \text{ м/с}$$

Ответ: 4,53 Н ; 1,8 м/с

(24)

~~$$1) Q = \frac{3}{2} \Delta PV + \Delta PV =$$~~

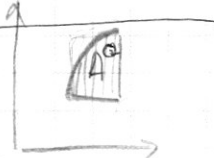
~~$$1) Q^{(4)} = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R (T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \left\{ \begin{array}{l} \nu = 1 \text{ моль} \\ \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{2 P_1 \cdot 2 V_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 4 T_1 \end{array} \right\} =$$~~

~~$$= \frac{5}{2} R (4 T_1 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot 3 R T_1 = \frac{15}{2} R T_1,$$~~

~~2) Работа за цикл является площадью ω~~

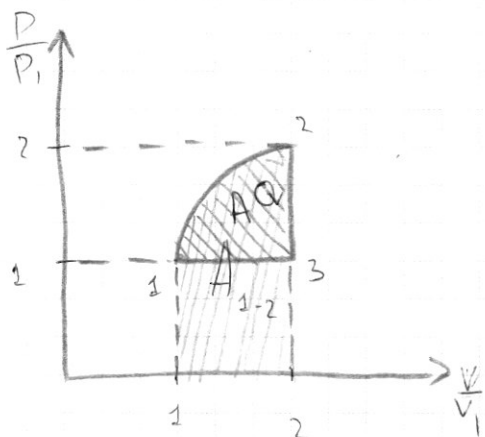
под графиком:



уч

$$1) Q_{1-2}^{(+)} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{1-2} \quad (*)$$

A_{1-2} - площадь под графиком



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{2P_1 \cdot 2V_1}{T_2}$$

$$(1) 4T_1 = T_2$$

$$(2) P_1 V_1 = \nu R T_1 = R T_1$$

$$S_1 = (V_2 - V_1) P_1 = (2V_1 - V_1) P_1 = V_1 P_1 \stackrel{(2)}{=} R T_1$$

$$S_2 = \frac{(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) \pi}{4} = \frac{P_1 V_1 \pi}{4} = \stackrel{(2)}{=} \frac{R T_1 \pi}{4}$$

$$A_{1 \rightarrow 2} = S_1 + S_2 = R T_1 + \frac{R T_1 \pi}{4} = R T_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q_{1-2}^{(+)} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{1-2} = \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 + R T_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = R T_1 \left(\frac{9}{2} + 1 + \frac{\pi}{4}\right) = R T_1 \frac{22 + \pi}{4}$$

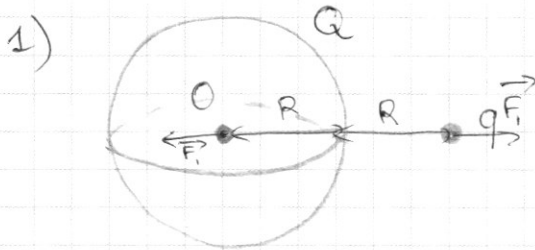
2) Работа газа за цикл является площадью, ограниченной графиком

$$A^Q = S_2 = \frac{R T_1 \pi}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \eta = \frac{A Q}{Q_{(+)}} = \frac{R T, \frac{\pi}{4}}{R T, \frac{22+\pi}{4}} = \frac{\pi}{22+\pi} \approx \frac{3}{22+3} \approx 0,12 = 12\%$$

NS



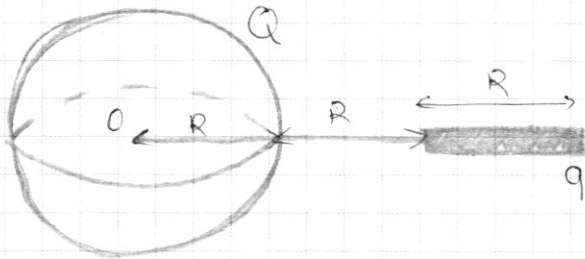
$$E_{\text{сф}}(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

(зависимость поле
возбужденого сферой
от расстояния)

$$F_1 = E_{\text{сф}} q = \frac{Q q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = k \frac{Q q}{4R^2}$$

сила отталкивающая

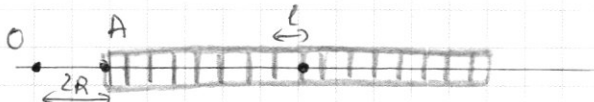
2)



Введём линейную
плотность заряда:

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

и разобьём его на
бесконечно ~~малое~~ количество
n маленьких частей
(точечных зарядов) $l \ll R$



$$l \ll R$$

Каждой из них в точке O будет созда-
вать напряжение!

$$E_n = \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0 (2R+l_n)^2}, \text{ где } n - \text{какой он}$$

по счёту малый с точки A

$$E_0 = \sum_{n=1}^{\infty} E_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0 (2R+l_n)^2} = \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4R^2 + 4Rl_n + l_n^2} =$$

$$= \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4R^2 + 4Rl_n + l_n^2}$$

$$= \frac{2e}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2R+en)^2} \left(\text{надо просуммировать, но у меня нет калькулятора!!!} \right)$$

т.к его нельзя использовать)

$$F_2 = E_0 Q = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2R+en)^2} = \frac{Qq}{N4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2R+n\frac{R}{N})^2} =$$

$$= \frac{Qq}{N4\pi\epsilon_0 R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2+\frac{n}{N})^2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 NR^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N^2}{(2N+n)^2}$$

Ответ: $F_1 = k \frac{Qq}{4R^2}$; $F_2 = k \frac{Qq}{NR^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N^2}{(2N+n)^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$F_i = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{2R+2C+2AR}{(R+C)(2R+2C)}$$

$$= \frac{4R+3C}{R(2R+2C)}$$

$$= \frac{4R+3C}{2R(R+C)}$$

$$= \frac{4R+3C}{2R(R+C)}$$

$$\frac{2R+2C}{2R+2C} + \frac{1}{2R+2C} + \frac{1}{2R+2C} + \frac{1}{2R+3C} + \frac{1}{2R+4C}$$

$$= \frac{15}{14}$$

$$\frac{m\omega_0^2}{2} = mgH + \frac{m\omega_x^2}{2}$$

$$\omega_x = \omega_0 \cos \alpha$$

$$\omega_0^2 = 2gH + \omega_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{4 \cdot 1}{20 \cdot 4} = \frac{5}{100}$$

$$\omega_0^2 = \frac{2gH}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2gH}{\sin^2 \alpha}$$

$$\omega_2^2 + \frac{\omega_2^2}{\cos^2 \alpha} = 2gH + \omega_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$\omega_2^2 = \frac{2gH + \omega_0^2 \cos^2 \alpha}{1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

$$= \frac{1 + 2 \cdot \frac{8}{4}}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{1 + \frac{3}{2}}{1 + \frac{4}{3}} = \omega_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{m\omega_2^2}{2} + \frac{m\omega_2^2}{2} = mgH + \frac{m\omega_0^2}{2}$$

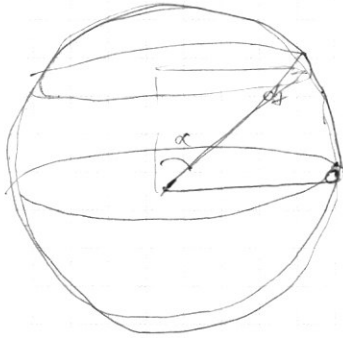
$$\omega_2 = \omega_3 \cos \alpha$$

$$\omega_3^2 + \omega_3^2 \cos^2 \alpha = \dots$$

$$M = \frac{\omega_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 (R+C)^2} \sum_{A=1}^x \frac{x}{(R+AP)}$$

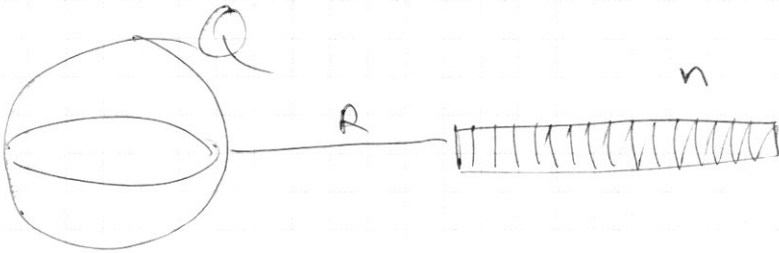
$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{\cos \alpha}$$

$$\omega_2^2 = \frac{\omega_3^2}{\cos^2 \alpha} = 2mgH + \frac{m\omega_0^2}{2}$$



$$E = \dots$$

$$E_{\text{сop}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$



$$\lambda = \frac{q}{R}$$

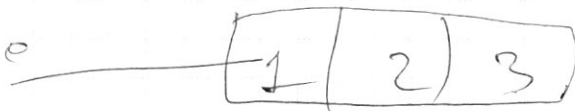
~~н~~

$$\frac{Q \lambda l}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0 (2R + l_n)}$$

~~н~~

$$C = \frac{R}{3}$$



~~н~~

$$k \frac{\lambda l}{(2R + l)^2} +$$



$$+ k \frac{\lambda l}{(2R + 3l)^2} = k \frac{\lambda l}{(2R + 2l)^2}$$

$$2R + 2l = \frac{(2R + 3l)(2R + l)}{2R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 60^\circ = \frac{3}{5}$
 $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$
 $6 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot 1,7 = 10,2$

$\frac{6 \cdot 0,8}{1 + 0,3} = \frac{6 \cdot 0,8}{1,3} = \frac{4,8}{1,3} = 3,7$

$\frac{480}{163} = 2,94$
 $\sqrt{115} < \sqrt{13} < \sqrt{14}$

$\frac{m \omega_0^2}{2} = m g H = \frac{m \omega_0^2}{2}$

$H = \frac{g t_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$H = \frac{v_0^2}{2g} \rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{20 \cdot 6,5} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}$

$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{3}{22+3} = \frac{3}{25} = 0,12$

$H = \frac{v_x + v}{2}$

$\frac{m \omega_x^2}{2} + m g H = \frac{m \omega^2}{2}$

$\frac{v^2}{2g} = g \sin \alpha$
 $v^2 = 2gH - v_x^2 = \sqrt{4 - 4}$
 $2gH = v_2^2 + v_x^2$
 $l = \frac{v^2}{2g \sin \alpha} \rightarrow h = l \sin \alpha = \frac{v^2 \sin \alpha}{2g \sin \alpha}$

$0,2 \text{ m}$

$\frac{m \omega_0^2}{2} = m g H$
 $m a = m g \sin \alpha$

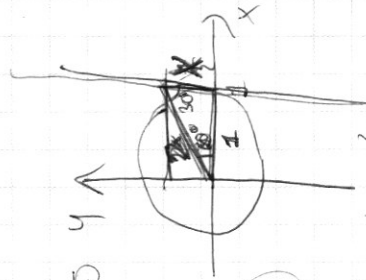
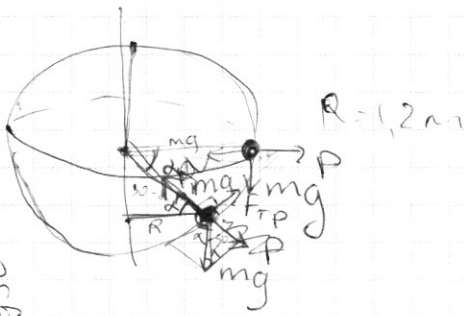
$\frac{v^2}{2g} = g \sin \alpha$
 $v^2 = 2gH - v_x^2 = \sqrt{4 - 4}$
 $2gH = v_2^2 + v_x^2$
 $l = \frac{v^2}{2g \sin \alpha} \rightarrow h = l \sin \alpha = \frac{v^2 \sin \alpha}{2g \sin \alpha}$

23

$\alpha = 30^\circ$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

$\tan 30^\circ$



$ma = P$
 $m \frac{v^2}{R} = P$

$y = 1 + x^2$

$x^2 + 1 = 4x^2$

$1 = 3x^2$

$x^2 = \frac{1}{3}$ $x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$mg \cos \alpha = \mu N$

$N - mg \sin \alpha =$

$= ma = m \frac{v_{min}^2}{R \cos \alpha}$

$\frac{mg \cos \alpha}{m} - mg \sin \alpha = \mu \frac{v_{min}^2}{R \cos \alpha}$

$v = \sqrt{R \cos \alpha \left(\frac{g \cos \alpha}{m} - g \sin \alpha \right)}$

$Q^{(4)} = \Delta U + A = 0 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{9}{10} \right) = \frac{3}{2} (P_1 V_1 - P_2 V_2) + (P_1 V_1 - P_2 V_2) = \frac{5}{2} (P_1 V_1 - P_2 V_2) = \frac{5}{2} \cdot 3 P_1 V_1 = \frac{15}{2} P_1 V_1$

$\frac{P_2 = 2}{P_1} = P_2 = 2P_1$

$\frac{15}{2} P_1 V_1$

$\frac{15}{2} P_1 V_1$

$P_2 = 2P_1$

JRT,

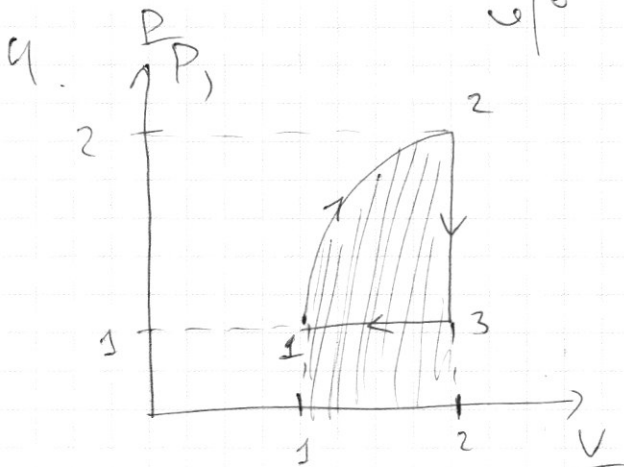
$\beta = \frac{A_{ci}}{Q^{(4)}} = \dots$

6)

122

121

$$\frac{6 \left(\frac{1}{2} - 0,9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\sqrt{3} + 0,9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6 - 5,4\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 0,45\sqrt{3}} = \frac{6(1 - 0,9\sqrt{3})}{1,45\sqrt{3}}$$



$A = \frac{(V_2 - V_1) \cdot P_1 + (P_2 - P_1) \cdot \frac{\pi}{4}}{4}$

$A = 1 + \frac{\pi}{4} = \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$