

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

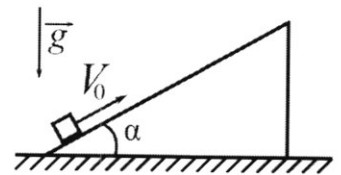
(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$:

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

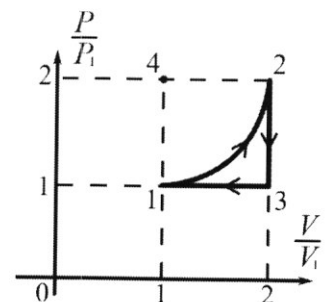
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

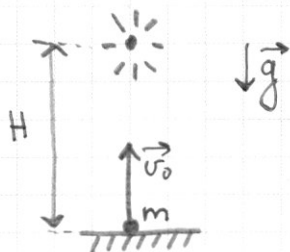
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.



v_0 - начальная
скорость фейерверка

1) Чтобы найти высоту H , найдем
напишем уравнение движения для
фейерверка до момента взрыва.

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = gT \quad (\text{т.к. по условию фейерверк}$$

взорвался в высшей точке траектории, значит,
в этот момент его скорость была равна 0)

$$\Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ (м)}$$

2) Пусть v - скорость каждого из осколков после взрыва.

тогда ΔE_{ki} - кинетическая энергия какого-то осколка,
 Δm_i - его масса

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i \frac{v^2}{2}$$

$$K = \sum \Delta E_{ki} = \frac{v^2}{2} \sum \Delta m_i = \frac{mv^2}{2}$$

(т.к. по закону сохранения массы

сумма масс всех осколков равна массе фейерверка)

$$\text{тогда } v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \text{ (м/с)}$$

Очевидно, что раз по условию осколки разлетелись во
все возможные направления, первым упадет тот, чей вектор
скорости сразу после взрыва будет направлен вертикально
вниз.

продолжение на обороте

Задача 1 (продолжение)

Тогда запишем уравнение его движения:

$$H = v\tau + g\frac{\tau^2}{2}$$

~~$$45 = 60\tau + 5\tau^2 \quad | :5$$~~

~~$$9 = 12\tau + \tau^2$$~~

~~$$\tau = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2} = -6 \pm \sqrt{90} = -6 + 3\sqrt{10} \approx 3,6 \text{ с}$$~~

$$45 = 60\tau + 5\tau^2$$

$$9 = 12\tau + \tau^2$$

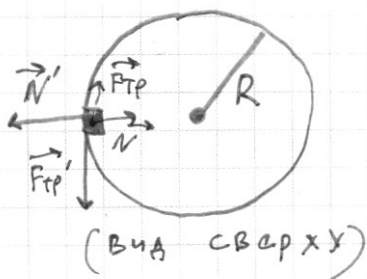
$$\tau = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2} = -6 \pm \sqrt{45} = -6 + 3\sqrt{5} \approx 0,7 \text{ с}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$
2) $\tau = 0,7 \text{ с}$

Задача 3

- 1) Сила, с которой модель действует на сферу складывается из силы нормального давления \vec{N}' и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}'$.

По 3-ему закону Ньютона сила нормального давления \vec{N}' равна ^{по модулю} силе реакции опоры \vec{N} , а сила трения, действующая на сферу $\vec{F}_{\text{тр}}'$ равна силе трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ действующей на модель.



$$N = N'$$

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}'$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow F_{\text{тр}}' = \mu N'$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗАДАЧА 3 (продолжение)

Тогда пусть F - суммарная сила, с которой модель действует на сферу.

$$F = \sqrt{N^2 + F_{TP}^2} = \sqrt{N^2 + N^2 \mu^2} = N\sqrt{1 + \mu^2}$$

$$F = 2mg \quad (\text{по условию})$$

$$\Downarrow 2mg = N\sqrt{1 + \mu^2}$$

$$N = \frac{2mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

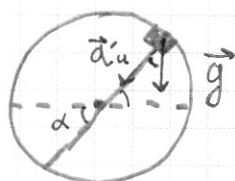
Т.к. модель движется равномерно, то ~~то~~ ее ускорение только центростремительное.

Т.к. проекции всех остальных сил кроме N на ось, соединяющую модель с центром сферы равны 0, то можно записать 2ой закон Ньютона таким образом:

$$N = ma$$

$$\frac{2mg}{\sqrt{1 + \mu^2}} = ma \Rightarrow a = \frac{2g}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \frac{20}{\sqrt{1.64}} \approx \frac{20}{1.3} \approx 15.4 \left(\frac{m}{c^2}\right)$$

2)



(внх сбоку)

~~Если~~ При движении с минимальной допустимой скоростью по такой траектории в высшей точке траектории сила реакции опоры N будет равна 0. Тогда

$$ma_{ц} = mg \sin 45$$

$$v_{min}^2 = Rg \sin 45 \Rightarrow v_{min} = \sqrt{Rg \sin 45} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10}{\sqrt{2}}} \approx \sqrt{7} \approx 2.7 \frac{m}{c}$$

Ответ: 1) $a = 15.4 \frac{m}{c^2}$ 2) $v_{min} = 2.7 \frac{m}{c}$

Задача 4

2) Чтобы найти работу ~~на~~ газом за цикл, найдем площадь фигуры 1-2-3.

$$A' = p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx 0,2 p_1 V_1$$

$$A' = -A \quad \text{, тогда } A = -0,2 p_1 V_1$$

1) По первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A'$$

ΔU - ~~внутренняя~~
изменение внутренней энергии газа.

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \quad \left(\begin{array}{l} i - \text{кол-во степеней свободы, для} \\ \text{одноатомного газа равно 3, } \nu - \\ \text{кол-во вещества, } \Delta T - \text{изменение} \\ \text{температуры, } R - \text{универсальная газовая} \\ \text{постоянная} \end{array} \right)$$

из ~~уравнения состояния идеального газа~~
закона Клапейрона - Менделеева
и уравнения состояния идеал. газа

$$\nu R \Delta T = \Delta(p_1 V_1)$$

$$Q = p_1 V_1 \left(\frac{i}{2} + 0,2 \right) = 1,7 p_1 V_1$$

$$3) \quad \eta = \frac{\Delta U}{Q} = \frac{1,5}{1,7} \approx 0,88$$

Ответ: 1) $Q = 1,7 p_1 V_1$

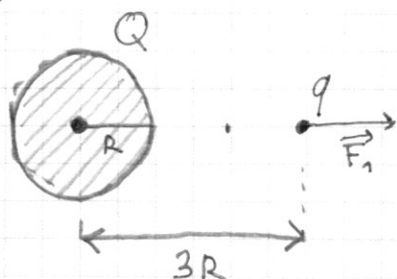
2) $A = -0,2 p_1 V_1$

3) $\eta = 0,88$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗАДАЧА 5

1)

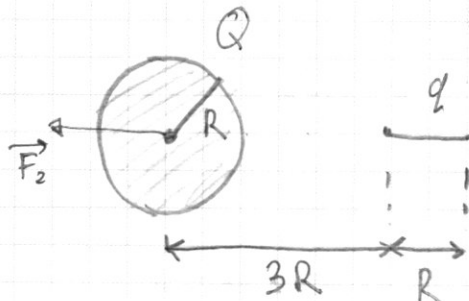


ТАК КАК ЗАРЯД
ОДНОРОДНО РАСПРЕДЕЛЕН ПО
СФЕРЕ, ТО ЕЁ МОЖНО
СЧИТАТЬ ТОЧЕЧНЫМ НОСИТЕЛЕМ
ЗАРЯДА, РАСПОЛОЖЕННОМ
В ЕЁ ЦЕНТРЕ.

ТОГДА, ПРЕНЕБРЕГАЯ И РАЗМЕРАМИ НЕБОЛЬШОГО ШАРИКА
НАЙДЕМ СИЛУ:

$$F_1 = k \frac{qQ}{(3R)^2} = k \frac{qQ}{9R^2} \quad (\text{ИЗ ЗАКОНА КУЛОНА})$$

2)



ВО ВТОРОМ ОПЫТЕ
ТАКЖЕ БУДЕМ СЧИТАТЬ
СФЕРУ ТОЧЕЧНЫМ НОСИТЕЛЕМ
ЗАРЯДА.

КАК РАСТОЯНИЕ ДО СЕРЕДИНЫ
ВОЗЬМЁМ СРЕДНЕЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ
РАСТОЯНИЕ ДО ЕГО КОНЦОВ

$$r = \sqrt{4R \cdot 3R}$$

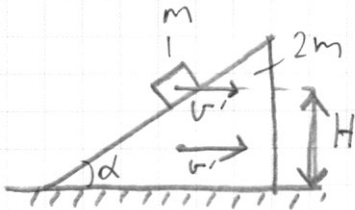
ТОГДА ИЗ ЗАКОНА КУЛОНА

$$F_2 = k \frac{qQ}{(\sqrt{4 \cdot 3} R)^2} = k \frac{qQ}{12R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = k \frac{qQ}{9R^2}$ 2) $F_2 = k \frac{qQ}{12R^2}$

ЗАДАЧА 2

1)



РАССМОТРИМ МОМЕНТ, КОГДА
ШАЙБА ПОДНЯЛАСЬ НА МАКСИМАЛЬНУЮ
ВЫСОТУ. В ЭТОТ МОМЕНТ ВЕРТИКАЛЬНАЯ
СОСТАВЛЯЮЩАЯ ЕЁ СКОРОСТИ, А ЗНАЧИТ,
И СКОРОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО КЛИНА РАВНА 0.

ТОГДА ПУСТЬ В ЭТОТ МОМЕНТ КЛИН
И ШАЙБА ДВИЖУТСЯ СО СКОРОСТЬЮ v'

$$m v_0 \cos \alpha = 3m v' \quad (\text{проекция ЗСЧ на горизонтальную}$$

$$v' = v_0 \frac{\cos \alpha}{3} \quad (\text{из шайбы и клина не действуют внешние силы})$$

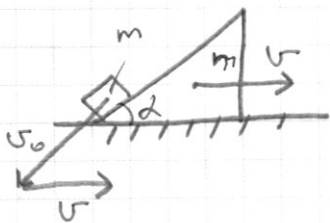
ЗАПИШЕМ ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m}{2} \left(v_0 \frac{\cos \alpha}{3} \right)^2 + m g H$$

$$v_0^2 = v_0^2 \frac{\cos^2 \alpha}{3} + 2 g H$$

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} = \frac{4}{1 - 0,12} \approx 4,55 \Rightarrow v_0 = \sqrt{4,55} \approx 2,1 \text{ м/с}$$

2)



РАССМОТРИМ МОМЕНТ, КОГДА

ШАЙБА ВЕРНЕТСЯ В НАЧАЛЬНУЮ
ТОЧКУ. ТОГДА ЕЁ СКОРОСТЬ
ОТНОСИТЕЛЬНО КЛИНА БУДЕТ РАВНА
НАЧАЛЬНОЙ ПО МОДУЛЮ, НО ИМЕЕТ ПРОТИВОПОЛОЖНОЕ
НАПРАВЛЕНИЕ.

(Т.К. ШАЙБА ~~всё~~ ВСЕ ЕЩЕ ДВИЖЕТСЯ С КЛИНОМ, К ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ
НА РИСУНКЕ ВЕКТОРНО ПРИБАВЛЕНА СКОРОСТЬ
КЛИНА v)

ЗАПИШЕМ ЗСЧ В ПРОЕКЦИИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ОСЬ

$$\cos \alpha m v_0 = m v + m (v - v_0 \cos \alpha)$$

$$v = v_0 \cos \alpha = 2,1 \cdot 0,6 = 1,26 \text{ м/с} \approx 1,3 \text{ м/с}$$

ОТВЕТ: 1) $v_0 = 2,1 \text{ м/с}$ 2) $v = 1,26 \text{ м/с}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--	--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5



7

$$T = \frac{v_0}{g}$$

$$v_0 = Tg = 30$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{900}{20} = 45$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$mv_0 = 3mv'$$

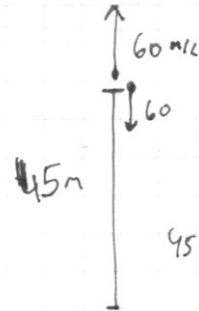
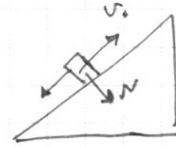
$$v' = \frac{v_0}{3}$$

$$1800 = \frac{1}{2} v'^2$$

$$3600 = v'^2$$

$$v' = 60 \text{ м/с}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0'^2}{18} + mgh$$

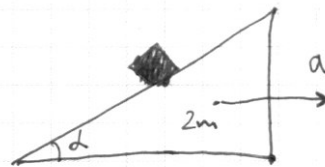


$$45 = 60t + \frac{1}{2} 5t^2$$

$$g = 12t + t^2$$

$$-45 = 60t - \frac{1}{2} t^2$$

$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2}$$



$$t^2 - 12t - 9 = 0$$

12 с.

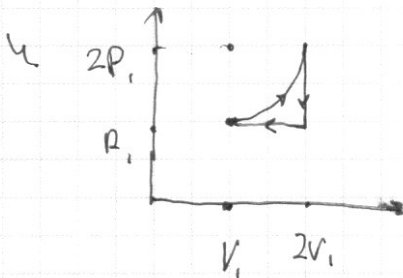
$$t = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2}$$

$$6 \pm \frac{\sqrt{180}}{2}$$

$$6 \pm \sqrt{45}$$

$$\frac{180}{4} =$$

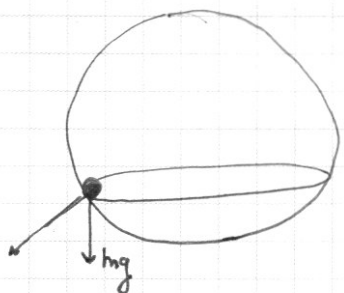
$$\left(\frac{50-4}{4}\right) P.u.$$



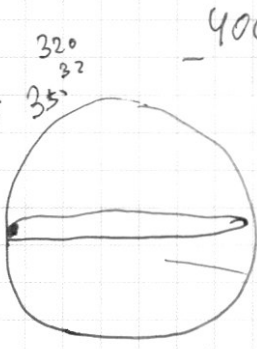
$$A = P_1 V_1 + \frac{1}{2} P_1 V_1$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} P V_1$$



$400 \overline{) 88}$
 $352 \overline{) 4,5}$
 480
 990
 400



$400 \overline{) 88}$
 $0,4 \overline{) 10}$

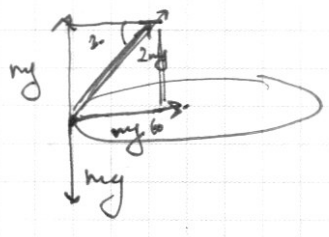
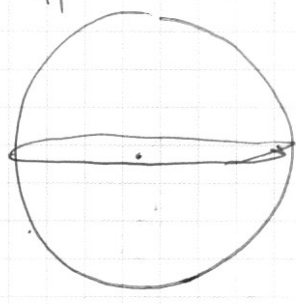
0,36
 0,12

2,2
 22
 46
 44
 484

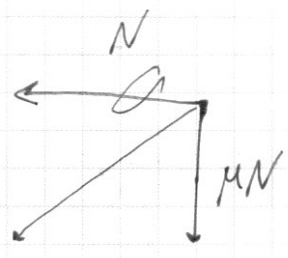
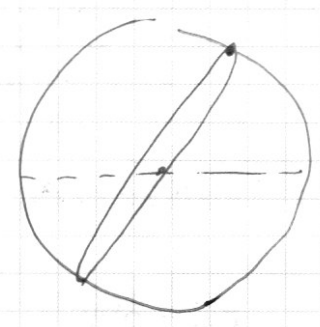
2,1
 21
 21
 42
 441

4,545

3. 0,88



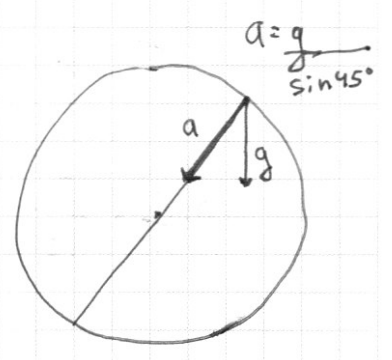
$mg \cos 60$
 $a = g \cos 60^\circ$



$$N \sqrt{1 + \mu^2} = 2mg$$

$$m_{acc} = N = \frac{2mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

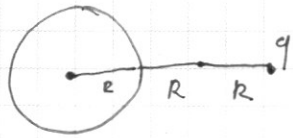
$$a_{acc} = \frac{2g}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$



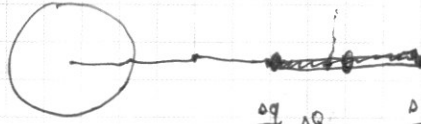
$$v^2 = \frac{Rg}{\sin 45}$$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\sin 45}}$$

5



$$\frac{qQ}{9R^2}$$



$$\frac{qQ}{9R^2}$$

$$12R^2$$

$$\sqrt{17}$$

$$v = v \cos \alpha$$

$$2.65$$

$$6.7$$

$$5.2$$

$$1.5$$

$$2.6$$

$$Mv \cos \alpha = 2mv - mv_0$$

$$7.2$$

$$6.25$$

$$5.0$$

$$1.25$$

$$2.5$$

$$2.5$$

$$5.5 \cdot 3.5$$

$$3.5$$

$$3.5$$

$$5.75$$

$$5.0$$

$$1.225$$

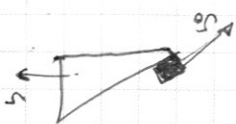
$$= Mv + m(v - v_0 \cos \alpha)$$

$$1.85$$

$$2.7$$

$$2.3$$

$$mv_0 - mv$$



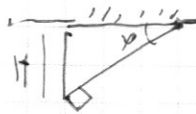
$$\begin{array}{r} 150 \\ 17 \\ \hline 136 \\ 0.88 \\ \hline 140 \\ 136 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$= \frac{2}{Mv_0^2}$$

$$0.2$$

$$\begin{array}{r} 3.14 \\ 14 \\ \hline 2.8 \\ 0.78 \\ \hline 3.9 \end{array}$$

$$Mv_0^2 = \frac{2}{Hv_0}$$



$$Mv_0 \cos \alpha = 2mv$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



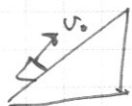
$$A = -P \cdot V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta V = \frac{1}{2} P \cdot V_1$$

$$Q = \Delta V + A' =$$

$$\frac{1}{2} P \cdot V_1 - P \cdot V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = P \cdot V_1 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{array}{r} 57251 \\ 944 \\ 944 \\ \hline 59966 \\ 222 \\ \hline 222 \end{array}$$

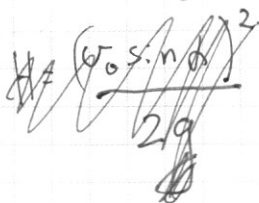


$$\frac{59}{141}$$

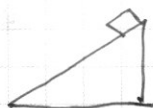
$$\frac{164}{141}$$

$$\begin{array}{r} 8254 \\ 444 \\ 444 \\ \hline 222 \\ 222 \\ \hline 222 \end{array}$$

$$V_0 \sin \alpha = gt$$



$$\begin{array}{r} 20013 \\ 131134 \\ -70 \\ \hline 6550 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 92 \\ 22 \\ \hline 96 \\ 1024 \end{array}$$

$$3.2$$

$$9.6$$



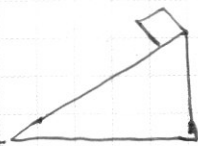
$$2.23$$

$$m V_0 \cos \alpha = 3m v'$$

$$v' = \frac{V_0 \cos \alpha}{3}$$

$$-12 + 54 = \frac{2}{-12 + 54} = 2$$

$$\begin{array}{r} 2.25 \\ 2.25 \\ \hline 4.5 \end{array}$$



$$2 = \frac{2}{95 + 14 + 36}$$

$$2^2 + 2^2 = 0$$

$$9 = 12 + 22 = 9$$

$$2 \cdot 2.5 + 2 \cdot 0.9 = 9.5 = 6.0 + 2.2 = 9$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ 44 \\ 44 \\ 44 \\ 44 \\ 22 \\ 22 \\ \hline 2.1 \end{array}$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = mgh + \frac{3m}{2} \left(\frac{V_0 \cos \alpha}{3}\right)^2$$

$$V_0^2 = 4 + V_0^2 \frac{\cos^2 \alpha}{3}$$

$$V_0^2 (1 - 0.2 \cdot 0.6) = 4$$

$$V_0^2 =$$