

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

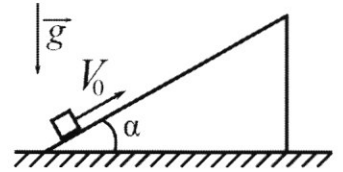
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

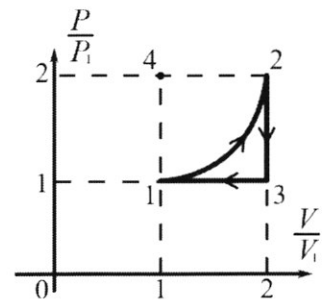
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

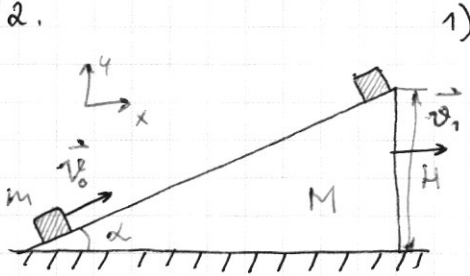
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.



Найдём v_1 .

По ЗСИ:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2$$

$$m v_0 \cos \alpha = (m+M) v_1$$

$$M v_0 \cos \alpha = 3M v_1$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{3} \Rightarrow v_0^2 = 2gH + 3 \cdot \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{9} \quad | \cdot 3$$

$$3v_0^2 = 6gH + v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{12}{3 - 0,36}} = \sqrt{\frac{50}{11}} \text{ (м/с)} = 5 \sqrt{\frac{2}{11}} \text{ (м/с)} \approx 2,1 \text{ (м/с)}$$

2)

По ЗСИ:

$$\frac{M v_0^2}{2} = M g H + \frac{2M v_2^2}{2}, \text{ где}$$

$$v_0^2 = 2gH + 2v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{v_0^2}{2} - gH}$$

По ЗСИ:

$$m v_0 \cos \alpha = 2m v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \quad (1)$$

Рассмотрим теперь обратное:

По ЗСИ:

$$(m+M) v_2 = (m+M) v - m v_k \cos \alpha$$

$$2M v_2 = 2M v + (-M v_k \cos \alpha)$$

$$v_k = \frac{2(v - v_2)}{\cos \alpha}$$

По ЗСИ:

$$m g H + \frac{(m+M) v_2^2}{2} = \frac{m v_k^2}{2} + \frac{(m+M) v^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2M g H + 2M v_2^2 = M v_k^2 + 2M v^2$$

$$\frac{4(v - v_2)^2}{\cos^2 \alpha} + 2v_2^2 = 2v^2 + 2gH$$

1) По ЗСИ:

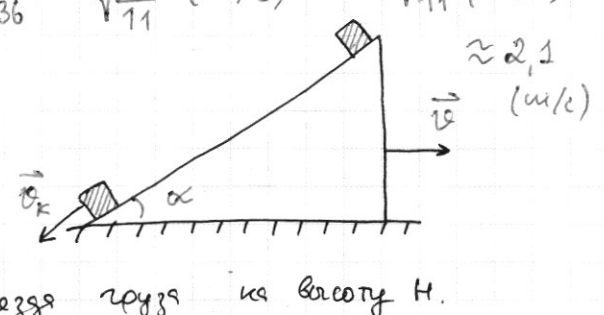
$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{(m+M) v_1^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$M v_0^2 = 2M g H + (2M + M) v_1^2$$

$$v_0^2 = 2gH + 3v_1^2$$

Энергия переходит в потенциальную энергию груза $m g H$ и кинетическую энергию катка с грузом $\frac{(m+M) v_1^2}{2}$ (это скорость катка в момент времени, когда груз остановился)

$\cos \alpha = 0,6$ $H = 0,2 \text{ м}$ #1) $M = 2m$ #2) $M = m + m$ а) $M = m$
1) $v_0 = ?$ 2) $v = ?$



По ЗСИ:

$$\frac{M v_0^2}{2} = M g H + \frac{2M v_0^2 \cos^2 \alpha}{2 \cdot 4}$$

$$2v_0^2 = 4gH + v_0^2 \cos^2 \alpha$$

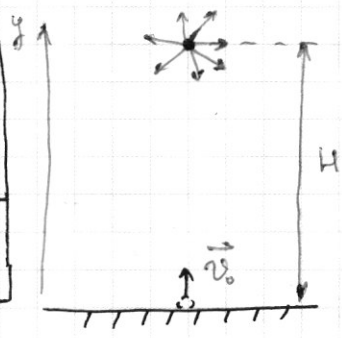
$$v_0 = \sqrt{\frac{4gH}{2 - \cos^2 \alpha}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gH \cos^2 \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}} \quad (1)$$

$$\frac{2v^2 - 4vv_2 + 2v_2^2}{\cos^2 \alpha} + 2v^2 = 2v_2^2 + 2gh \quad *$$

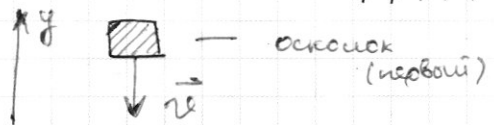
(проецируем на ось y)

- д 1. $m = 1 \text{ кг}$
 $T = 3 \text{ с}$
 $k = 1800 \text{ Дж}$
 $v_0 = 10 \text{ м/с}$
- 1) $H = ?$
 - 2) $t = ?$



$$k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \text{ где}$$

Первоначально v - скорость, с которой разлетаются осколки, который телу будет лететь вертикально вверх, т.к. нет горизонтальной составляющей (он движется не по параболе, а вертикально)



$$0 = H - vt - \frac{gt^2}{2}$$

Найдём H .

$$\begin{cases} v_0 T - \frac{gT^2}{2} = H \\ 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT \\ H = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ (м)} \end{cases}$$

$$H - \sqrt{\frac{2k}{m}} t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$\frac{gt^2}{2} + \sqrt{\frac{2k}{m}} t - H = 0$$

$$D = \frac{2k}{m} + 2gH$$

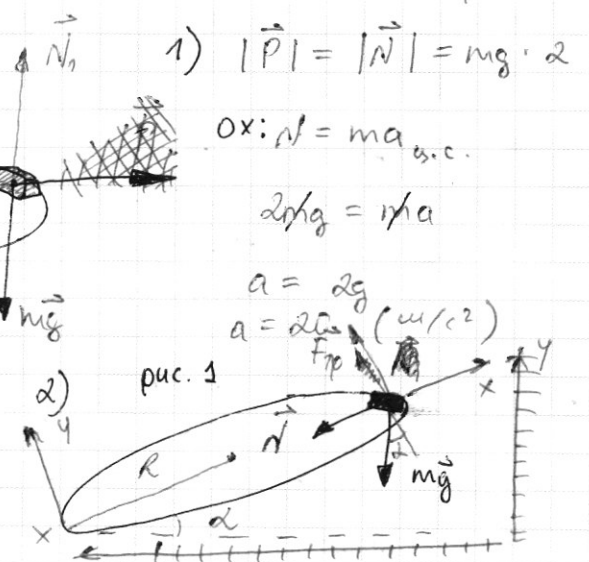
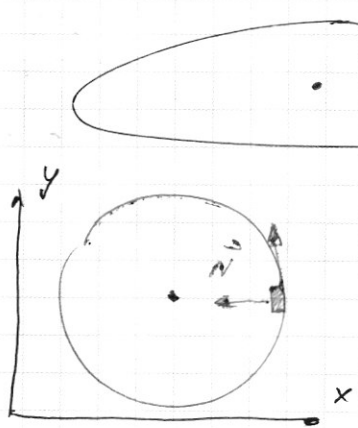
$$t = \frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}}{g} \Rightarrow t = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 900}}{10} = -6 + 3\sqrt{5} \approx 3\sqrt{5} - 6 \text{ (с)} \approx 0,45 \text{ (с)}$$

(второй корень не подходит, т.к. < 0)

Ответ: 45 м; 0,45 с.

д 3. $P = 2mg$

- 1) $a = ?$
- 2) $v_{\min} = ?$
 $\alpha = 45^\circ$
 $\mu = 0,8$
 $R = 1 \text{ м}$



1) $|\vec{P}| = |\vec{N}| = mg \cdot 2$

0x: $N = ma_{\text{ос.}}$

$2mg = \mu a$

$a = 2g$
 $a = 2g = 20 \text{ (м/с}^2\text{)}$

рис. 1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$OY: mg \cos \alpha = F_{\text{тр.}}$ (где $F_{\text{тр.}}$ рис. 1)
 $Ox: N + mg \sin \alpha = ma$

Для рис. 2.

$Ox: F_{\text{тр.}} = 0 \Rightarrow$ в этой плоскости сила трения нет.

$$\begin{cases} mg \cos \alpha = N \mu \\ N + mg \sin \alpha = ma \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} \\ \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha = ma \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha \\ a = \frac{V_{\text{min}}^2}{R} \end{cases} \end{cases}$$

$V_{\text{min}}^2 = Rg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)$

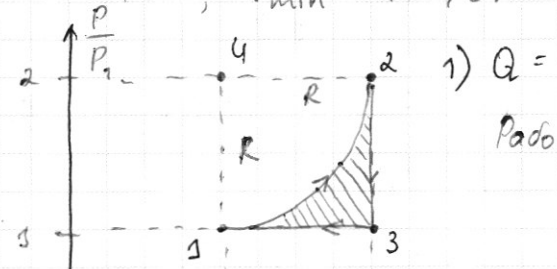
$V_{\text{min}} = \sqrt{Rg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{10 \left(\frac{\sqrt{2}}{1,6} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \sqrt{10 \sqrt{2} \left(\frac{1,5}{8} + \frac{1}{2} \right)}$

$= \sqrt{10 \sqrt{2} \cdot \frac{9}{8}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{10 \sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{5 \sqrt{2}} \approx 4 \text{ (м/с)}$

Ответ: $a = 20 \text{ м/с}^2$; $V_{\text{min}} = 4 \text{ м/с}$.

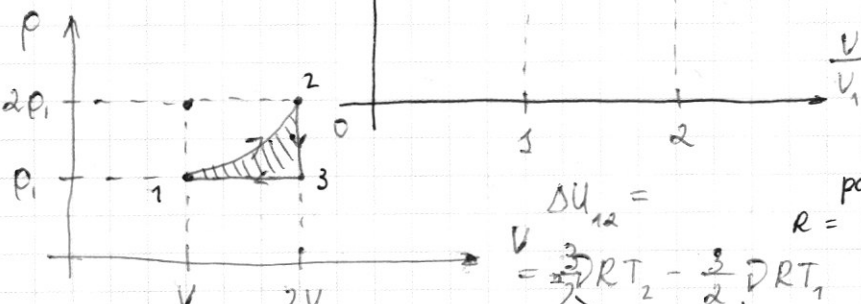
№4.

- $\dot{D} = 1 \text{ моль}$
 P_1, V_1
 1) $a_{12} = ?$
 2) $A_{12} = ?$
 3) $\eta = ?$



1) $Q = A + \Delta U \Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

Работа газа за цикл - это площадь под графиком. И её заштриховали у окружности. Центр расположен в точке с координатами (1; 2).



$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} RT_2 - \frac{3}{2} RT_1 = \frac{3}{2} \cdot 3 P_1 V_1 = \frac{9}{2} P_1 V_1 \text{ (Дж)}$
 (по закону Менделеева-Клапейрона)

Найдём площадь под графиком процесса 1-2, то есть A_{12} газа:

$$A_{12} = 1 \cdot 1 + (1 \cdot 1 - \frac{\pi R^2}{4}) = 1 + 1 - \frac{3,14}{4} \approx 2 - 0,785 = 1,215$$

это работа газа в относительных единицах, т.к. "вырезание" сектора из графика

Далее переводим работу в нужные единицы измерения и пишем $p_1 V_1$:

$$A_{12} = 1,25 p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{5}{4} p_1 V_1 + \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{23}{4} p_1 V_1 = 5,75 p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

2) Число циклов работы газа за A_{12} во время A_{31} :

$$A_{12} - A_{31} = A \text{ , т.к. при 2-3 работе не совершается}$$

$$A_{31} = (2V_1 - V_1) \cdot p_1 = p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$A = \frac{5}{4} p_1 V_1 - p_1 V_1 = 0,25 p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

3) $\eta = \frac{A}{Q}$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2} \underbrace{2 p_1 V_1}_{2 p_1 V_1} - \frac{3}{2} \underbrace{4 p_1 V_1}_{4 p_1 V_1} = -3 p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \underbrace{p_1 V_1}_{p_1 V_1} - \frac{3}{2} \underbrace{2 p_1 V_1}_{2 p_1 V_1} = -\frac{3}{2} p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$Q_{31} = p_1 V_1 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = -\frac{1}{2} p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = \frac{23}{4} p_1 V_1 - 3 p_1 V_1 - \frac{1}{2} p_1 V_1 = 2,75 p_1 V_1 - 0,5 p_1 V_1 = 2,25 p_1 V_1 \text{ (Дж)}$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1 \cdot p_1 V_1 \cdot 4}{4 \cdot 9 \cdot p_1 V_1} = \frac{1}{9} \approx 11\%$$

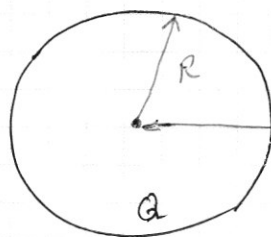
Ответ: $Q_{12} = 5,75 p_1 V_1 \text{ Дж}$; $A = 0,25 p_1 V_1 \text{ Дж}$; $\eta = \frac{1}{9} \approx 11\%$

15. 1) $Q > 0$
 R
 $r = 3R$
 $q > 0$

2) $l = \sqrt{R}$
 $r = 3R$

1) $F_1 = ?$
 2) $F_2 = ?$

1)



по закону Кулона

или

это квадрат радиуса сферы плюс расстояние, на которое шарик уда-лен от центра

$$F_1 = F_k = k \frac{|G|q}{(R+3R-R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

$F_{k1} = k \frac{|q|q|}{(3R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$ по закону Кулона (где $q = q_1 = q_2$)
 $F_{k2} = k \frac{|q|q|}{2(4R - R)} = \frac{kQq}{9R^2}$
 $F_2 = F_{k1} + F_{k2} = \frac{kQq}{9R^2} + \frac{kQq}{9R^2} = \frac{2kQq}{9R^2}$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$; $F_2 = \frac{2kQq}{9R^2}$

№2 (продолжение)

Вычислим приближенное значение v_2 .
По ранее найденным значениям v_1 и известным параметрам.

$$v_2 = \sqrt{\frac{gH \cos^2 \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,36}{2 - 0,36}} = \sqrt{\frac{2}{1,64}} \cdot 0,2 \approx 0,22 \text{ (м/с)}$$

Вернёмся к решению последнего уравнения *

$$2v^2 - 4v \cdot v_2 + 2v_2^2 + 2v^2 = 2v_2^2 + 2gH \cdot \cos^2 \alpha$$

$$v^2 \cdot 2(1 - \cos^2 \alpha) - v \cdot 4v_2 + 2v_2^2(1 - \cos^2 \alpha) - 2gH \cos^2 \alpha = 0$$

Подставим числа где $\cos^2 \alpha \approx 0,05$

$$v^2 \cdot 2 \cdot 0,64 - v \cdot 4 \cdot 0,22 + 2 \cdot 0,22^2 \cdot 0,64 - 4 \cdot 0,36 = 0 \quad | \cdot 100$$

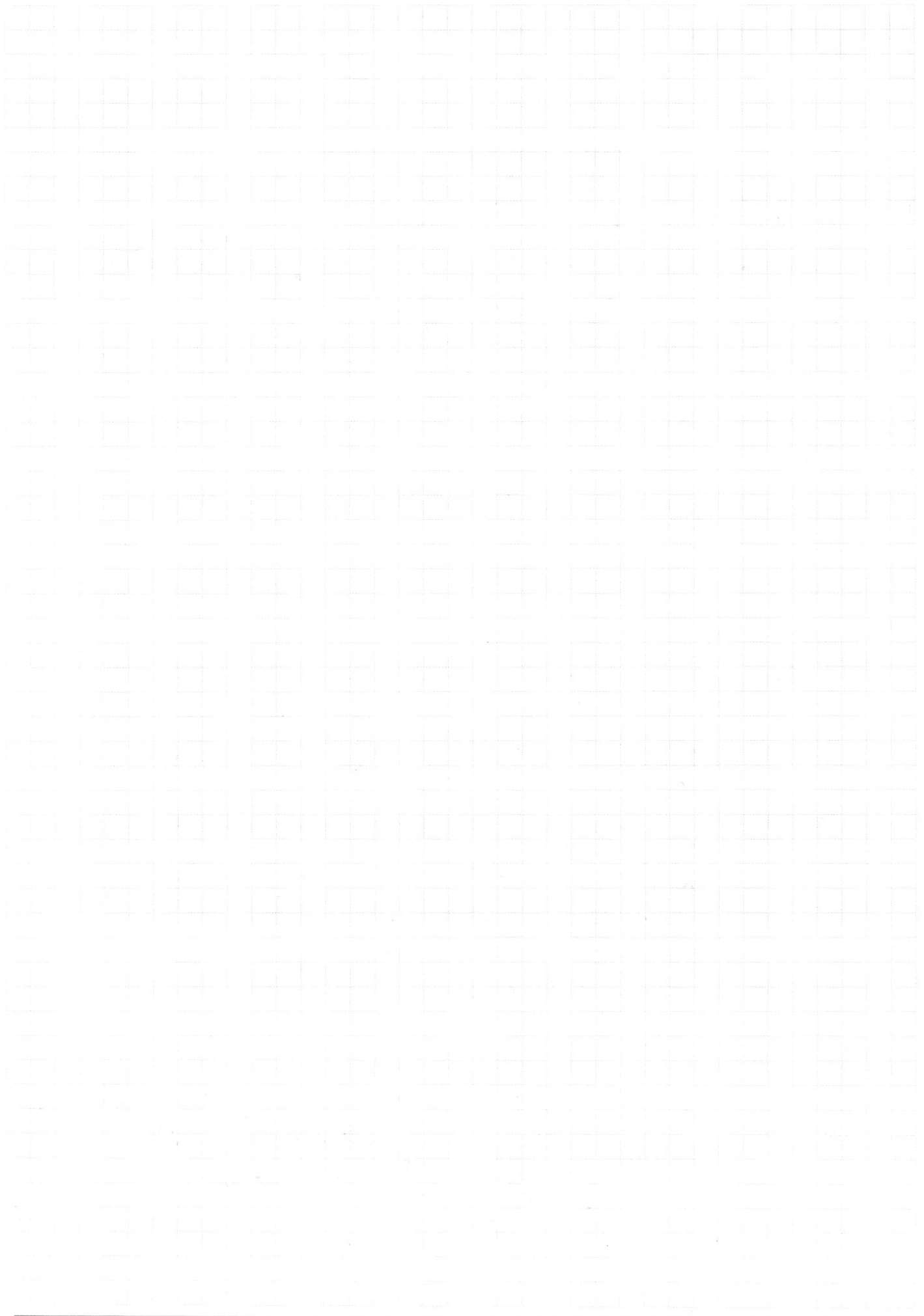
$$128v^2 - 88v - 138 = 0$$

$$D = 88^2 + 4 \cdot 138 \cdot 128 = 48300$$

$$v = \frac{88 + \sqrt{48300}}{4 \cdot 128} = \frac{88 + 10\sqrt{483}}{4 \cdot 128} = \frac{44 + 5\sqrt{483}}{256} \approx$$

$$\approx \frac{44 + 140}{256} = \frac{184}{256} = \frac{46}{64} = \frac{23}{32} \approx 0,72 \text{ (м/с)}$$

Ответ: $v_0 \approx 2,1 \text{ м/с}$; $v \approx 0,72 \text{ м/с}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

д1. $m = 1 \text{ кг}$
 $T = 3 \text{ с}$
 $K = 1800 \text{ Дж}$
 $t = 10 \text{ с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $H = ?$

$E_p = mgH$
 $E_p + K = E_n ; E_n = \frac{mv^2}{2}$

$K = \frac{mv^2}{2}$, т.к. у всех одинаков скорость одна и та же масса = m

$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ через какое время первый выстрел угадём?

$0 = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$
 $H = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$

$\sqrt{4500} = 10\sqrt{45} = 30\sqrt{5}$
 $v_0 T - \frac{gT^2}{2} = H$
 $\frac{100}{9} - \frac{30}{11} = \sqrt{960}$
 $v_0 = \sqrt{\frac{400}{88}} = \sqrt{\frac{50}{11}}$
 $\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$

д2. $v_0^2 \cdot 0,88 = 4$

$\cos \alpha = 0,6$
 $H = 0,2 \text{ м}$
 $M = 2 \text{ м}$
 $V_0 = ?$

$\cos \alpha = \frac{H}{M} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8$
 $\sin \alpha = 0,6$
 $v_0 \cos \alpha = \frac{(M+m)v_1}{m}$
 $v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{3} = 0,2 \cdot v_0$
 $v_0^2 = 4 + 3 \cdot 0,04 \cdot v_0^2$
 $\frac{24}{10} \cdot \frac{3}{2} = \frac{m v_0}{m v_1} = \frac{(M+m)v_1}{m v_0}$
 $\frac{36}{20} = \frac{3m v_0}{m v_1} = \frac{3m v_0}{m \cdot \frac{v_0 \cos \alpha}{3}}$
 $\frac{36}{20} = \frac{9m v_0}{m v_0 \cos \alpha} = \frac{9}{\cos \alpha}$
 $\frac{36}{20} = \frac{9}{0,8}$
 $\frac{36}{20} = 1,125$
 $\frac{36}{1,125} = 32$
 $v_0^2 = 32$
 $v_0 = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$\frac{3v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = gh$
 $\frac{3 \cdot 32 - 32 \cdot 0,64}{2} = 10 \cdot 0,2$
 $\frac{96 - 20,48}{2} = 2$
 $\frac{75,52}{2} = 2$
 $37,76 = 2$
 $\frac{1200}{264} = \frac{600}{132} = 12,00,0$
 $\frac{300}{66} = \frac{50}{11}$
 $\frac{3}{1,64} = \frac{m v_0^2}{2}$
 $\frac{2}{0,41} = \frac{200}{41}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 28 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 24 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 429 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 256 \\ \hline 725 \\ 50 \\ \hline 625000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 138 \\ \times 728 \\ \hline 7104 \\ 276 \\ 3738 \\ \hline 17664 \\ 4 \\ \hline 78300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 0,484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 128 \\ \hline 5936 \end{array}$$

$$0,42 + 0,42 = 1,44$$

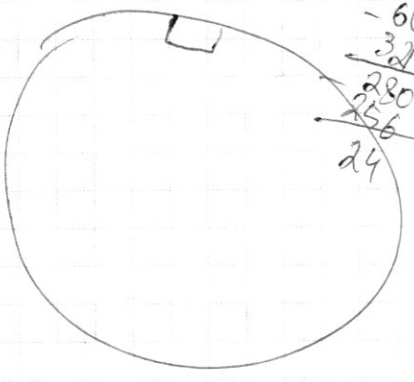
$$\begin{array}{r} \times 484 \\ \hline 2 \\ \hline 0,0968 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 21 \\ \hline 42 \\ 441 \end{array}$$

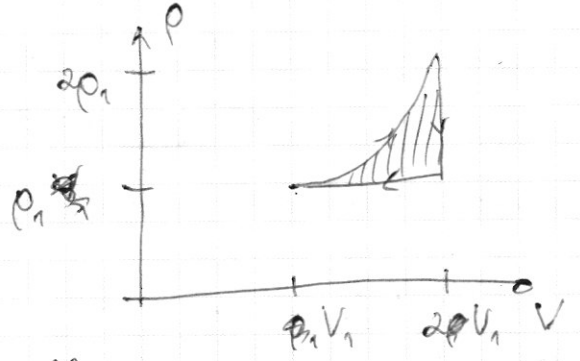
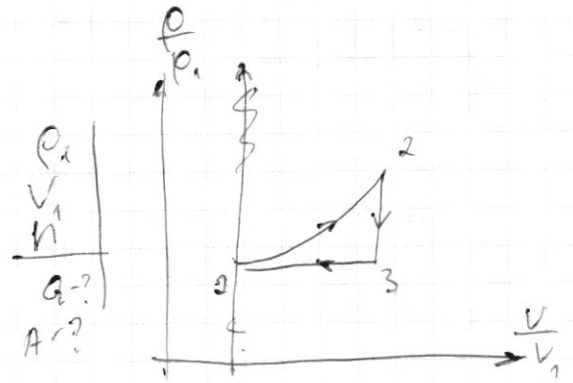
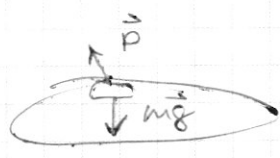
$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 44 \\ 484 \end{array}$$

$$\frac{200}{164} = \frac{50}{41}$$

$$\begin{array}{r} 50,0 \overline{) 41} \\ 41 \\ \hline 90 \\ - 82 \\ \hline 80 \\ - 41 \\ \hline 390 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 32} \\ 22 \\ \hline 60 \\ - 32 \\ \hline 280 \\ - 256 \\ \hline 24 \end{array}$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--	--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)