Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

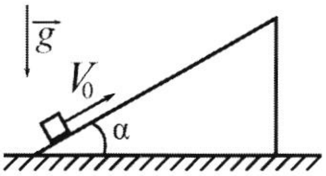
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

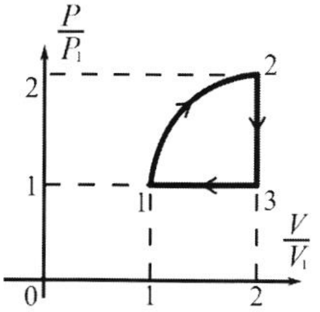
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.



5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

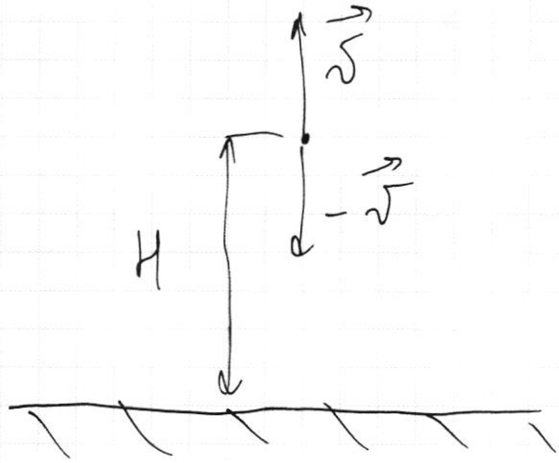
Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



В высшей точке траектории скорость петарды $= 0$ => из ЗСЭ

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} \approx 36 \text{ м/с}$$

Первым на землю упадёт осколок скорость которого направлена вертикально вниз, а последним со скоростью вертикально вверх. Пусть скорость осколков v

$$\begin{cases} H = -vt_2 + \frac{gt_2^2}{2} \\ H = vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} \\ t_2 - t_1 = \tau \end{cases}$$

Когда второй осколок пройдёт точку наивысшей траектории и опустится до начальной высоты H его скорость => тоже будет $= v$ и он с этого момента опустится до земли за время t_1, то есть $t_2 - t_1 = \tau = \frac{2v}{g}$

$\upsilon = \frac{g\tau}{2} = \frac{10\cdot 10}{2} = 50$ м/с

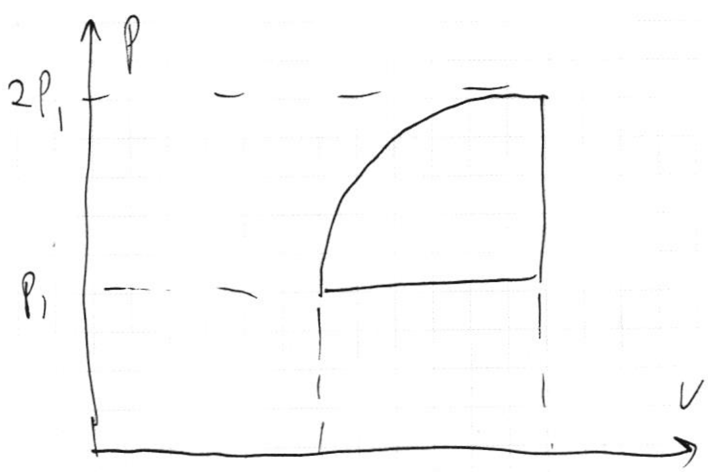
Найдём кинетическую энергию осколка массой Δm $\quad \Delta K = \frac{\Delta m\, \upsilon^2}{2}$ просуммировав энергии всех осколков мы получим общую кинетическую энергию K и т.к. $\sum \Delta m = M$

$$K = \frac{M \upsilon^2}{2} = \frac{2\cdot 50^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: $V_0 \simeq 36$ м/с

$K = 2{,}5$ кДж

№ 4



Перенесём график в координаты $P(V)$. Площадь фигуры образованная циклом это $\frac{1}{4}\pi R^2$ но мы нужно соблюсти размерность то $A = \frac{1}{4}\pi P_1 V_1$ т.к. „радиусы" по соответствующим осям равны P_1 и V_1 соответственно. Ну то есть площадь фигуры в координатах $\frac{P}{P_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$ нужно домножить на $P_1 V_1$. Далее составим таблицу.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Q	ΔU	A
$\frac{11}{2}RT_1 + \frac{1}{4}\pi RT_1$	$\frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1)$	$\frac{1}{4}\pi P_1V_1 + P_1V_1$
$-\frac{6}{2}RT_1$	$-\frac{3}{2}(4P_1V_1 - 2P_1V_1)$	0
$-\frac{5}{2}RT_1$	$-\frac{3}{2}(2P_1V_1 - P_1V_1)$	$-P_1V_1$

$P_1V_1 = \nu RT_1$

$\nu = 1$ моль

$\Rightarrow$

$P_1V_1 = RT_1$

Для расчёта η примем $\pi = \frac{22}{7}$

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{1}{4}\pi RT_1}{\frac{11}{2}RT_1 + \frac{1}{4}\pi RT_1} =$$

$$= \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}} = \frac{22}{7\cdot 4\left(\frac{11}{2} + \frac{22}{7\cdot 4}\right)} = \frac{22}{22 + 11\cdot 7\cdot 2}$$

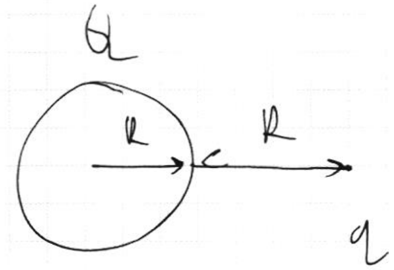
$$= \frac{11\cdot 2}{11\cdot 2 + 11\cdot 14} = \frac{2}{2+14} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Ответ: $Q = \frac{11}{2}RT_1 + \frac{1}{4}\pi RT_1$

$A = \frac{1}{4}\pi RT_1$

$\eta = \frac{1}{8}$

№ 5



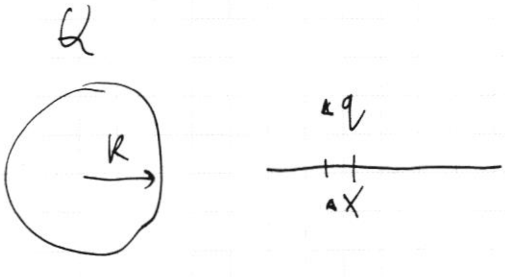
$$F_1 = E_Q \cdot q$$

$$E_Q = \frac{kQ}{(2R)^2}$$

Т.к сказано, что поляризацией можно пренебречь => можно не учитывать перераспределение зарядов сферы и стержня.

$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$

Для ответа на второй вопрос рассмотрим кусочек стержня Δx с зарядом Δq. Т.к сказано, что заряд распределён однородно => $\Delta q = \frac{\Delta x}{R} q$



$$\Delta F = E_Q \Delta q = \frac{kQq\,\Delta x}{x^2 R}$$

Т.к стержень лежит на прямой проходящей через центр сферы => $x \in [2R; 3R]$

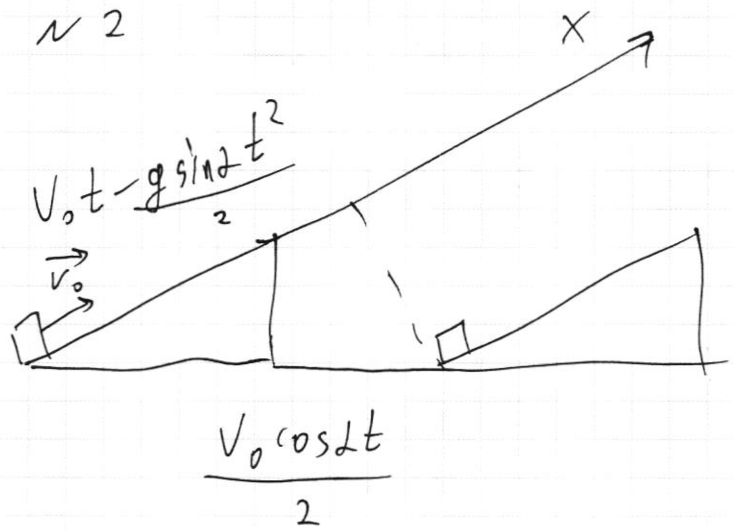
$$F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dx}{x^2} =$$

$$= -\frac{kQq}{Rx}\Bigg|_{2R}^{3R} = -\frac{kQq}{3R^2} + \frac{kQq}{2R^2} = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2



Когда шайба поднимется на макс высоту и её скорость отн-но клина $= 0$. На гор. ось на систему клин шайба не действуют внешние силы => выполнены ЗСИ и ЗСЭ

$$\begin{cases} \frac{mV_0^2}{2} = \frac{2Mu^2}{2} + mgH \\ mV_0 \cos\alpha = 2Mu \end{cases}$$

$$V_0^2 = \frac{V_0^2 \cos^2\alpha}{2} + 2gH$$

$$2gH = V_0^2\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = V_0^2\left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{5}{8} V_0^2$$

$$H = \frac{5V_0^2}{16g} = \frac{5 \cdot 2^2}{16 \cdot g} = \frac{1}{8} \text{ м}$$

Из 2-го з-на Ньютона ввиду отсутствия трения ускорение шайбы на наклонную ось $= g \sin\alpha$ всегда скорость движения центра масс по горизонтали равна $\frac{v_0 \cos\alpha}{2}$. Как видно из рисунка при возвращении шайбы пути шайбы и центра масс относятся как $\cos\alpha$ то есть

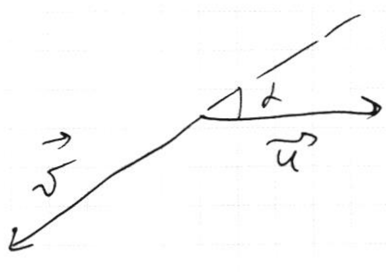
$$v_0 t - \frac{g \sin\alpha \, t^2}{2} = \frac{v_0 \cos\alpha}{2} \cdot t \cdot \cos\alpha$$

$$v_0 \left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = \frac{g \sin\alpha \, t}{2}$$

$$\frac{5}{8} v_0 = \frac{g \sin\alpha \, t}{2} \qquad t = \frac{5}{4} \frac{v_0}{g \sin\alpha}$$

Вычислим проекцию скорости шайбы на эту ось в момент возвращения $v_x = v_0 - \frac{5}{4} v_0 = -\frac{1}{4} v_0$

Скорость шайбы отн-но клина направлена по наклонной



$$v_x = u \cos\alpha - v$$

$$v_{пол}^2 = v^2 + u^2 - 2vu \cos\alpha$$

(здесь u уже другая с-ть не из 1-го случая)

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{m v_{пол}^2}{2}$$

$$v_0^2 = u^2 + v^2 + u^2 - 2vu\cos\alpha$$

$$v_0^2 = 2u^2 + (u\cos\alpha - v_x)^2 - 2(u\cos\alpha - v_x) u \cos\alpha$$

$$v_0^2 = 2u^2 + u^2\cos^2\alpha + v_x^2 - 2u\cos\alpha \, v_x - 2u^2\cos^2\alpha + 2 v_x u \cos\alpha$$

$$v_0^2 = 2u^2 + v_x^2 - u^2 \cos^2\alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_0^2 = 2u^2 - \frac{3}{4}u^2 + \frac{1}{16}V_0^2$$

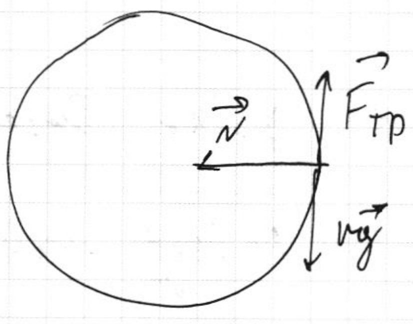
$$\frac{15}{16}V_0^2 = \frac{5}{4}u^2 \Rightarrow u^2 = \frac{3}{4}V_0^2$$

$$u = \frac{\sqrt{3}}{2}V_0$$

Ответ: $H = 0,125$ м

$V = \frac{\sqrt{3}}{2}V_0$

№ 3



Из 2-го з-на Ньютона

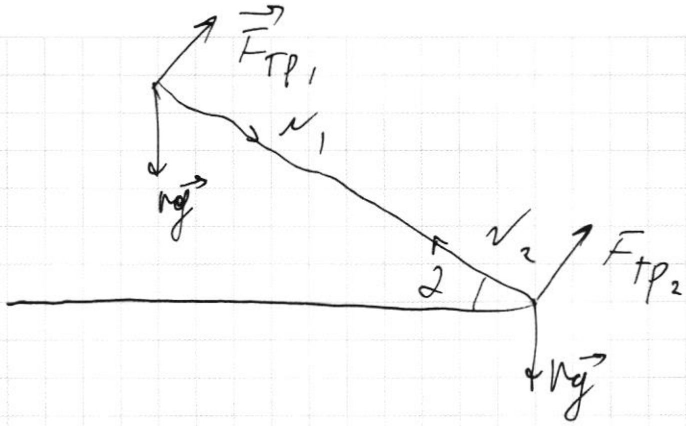
$F_{тр} = mg$

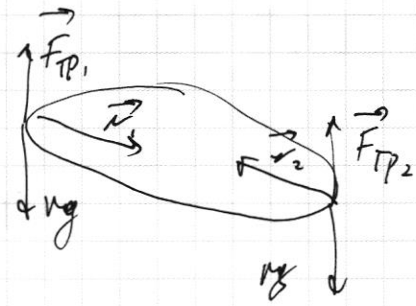
$N = m\frac{V_0^2}{R}$

$$P = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2} = m\sqrt{g^2 + \frac{V_0^4}{R^2}} = 0,4\sqrt{10^2 + 11,4^2}$$

$$\approx 0,4 \cdot 15 = 6 \text{ Н}$$

Различии 2 крайних положений во 2м случае





Т.к. случай предельный и нам нужно найти V_{min} то будем считать $F_{тр} = \mu N$

$$mg\cos\alpha = F_{тр_1}$$

$$mg\sin\alpha + N_1 = \frac{mV_{min}^2}{R}$$

$$mg\cos\alpha = \mu m\left(\frac{V_{min}^2}{R} - g\sin\alpha\right)$$

$$\frac{g\cos\alpha}{\mu} = \frac{V_{min}^2}{R} - g\sin\alpha \qquad V_{min} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\mu}\right)}$$

Во 2-м случае слагаемое $mg\sin\alpha$ будет со знаком „$-$" $\Rightarrow$ $V_{min} = \sqrt{gR\left(\frac{\cos\alpha}{\mu} - \sin\alpha\right)}$ что меньше чем в 1-ом случае $\Rightarrow$

$$V_{min} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\mu}\right)} = \sqrt{12\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{1,8}\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{12\left(\frac{1}{2} + 1\right)} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} = 3\cdot 1,42 \approx$$

$$\approx 4,26 \text{ м/с}$$

Ответ: $P \approx 6$ Н $\quad V_{min} \approx 4,26$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3 \cdot 1{,}42$ $\quad 3 \quad 1{,}2 + 0{,}06 \quad 4{,}26$

$1{,}73$

173

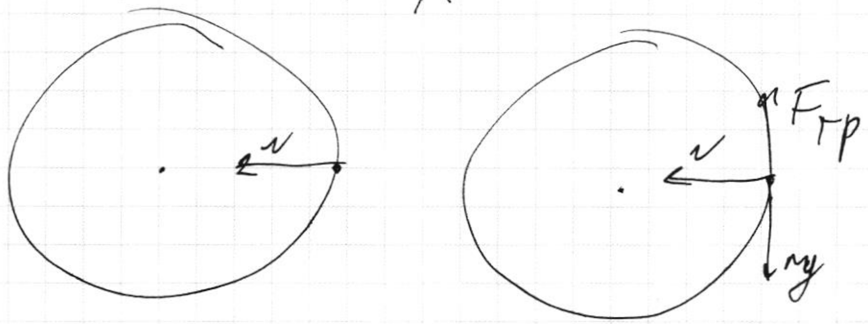
4

17^2

17

$11 \quad 9$

17



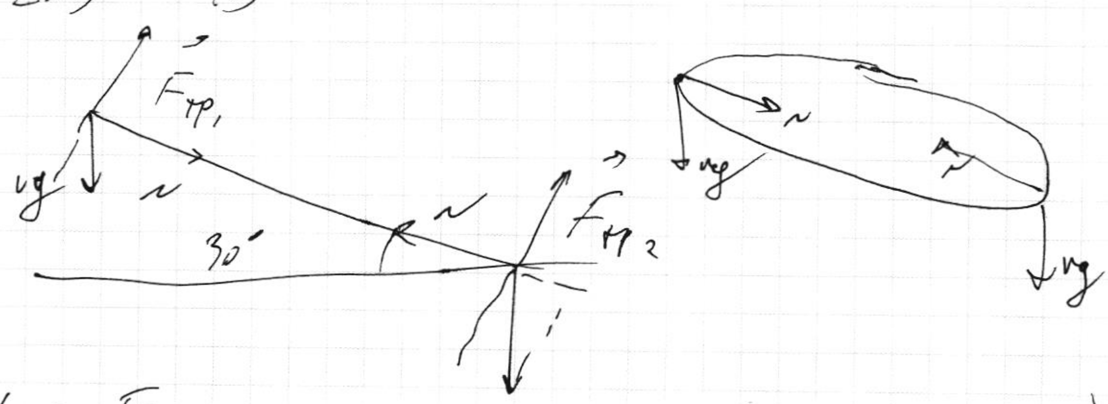
$\frac{mv_0^2}{R} = N$ $\qquad P = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2}$ $\quad 2{,}89$

$F_{тр} = mg$ $\qquad P = m\sqrt{g^2 + \frac{V_0^4}{R^2}} =$

$12 \cdot 1{,}5 = 18$ $\qquad = 0{,}4\sqrt{100 +}$

$100 \quad 121$ $\qquad \frac{g\cos\alpha}{\mu} = \frac{v_{min}^2}{R} \pm g\sin\alpha$

$225 \quad 15$



$mg\cos\alpha = F_{тр\,2} = \mu N = \mu m\left(g\sin\alpha \pm \frac{v_{min}^2}{R}\right)$

$\frac{m v_{min}^2}{R} = N - mg\sin\alpha$ $\qquad \mu m\left(\frac{v_{min}^2}{R} \pm g\sin\alpha\right)$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

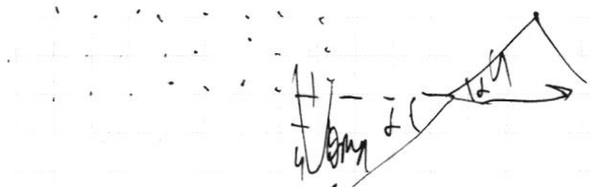
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{g\sin\alpha\, t}{2} = v_0\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right)$$

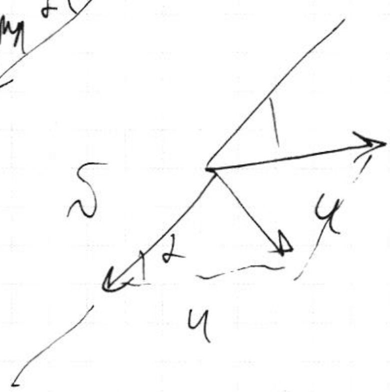
$$\frac{g\sin\alpha\, t}{2} = v_0\left(1 - \frac{3}{8}\right) = v_0\cdot\frac{5}{8}$$

$$t = \frac{v_0\cdot 5}{4 g\sin\alpha}$$

$$v = v_0 - g\sin\alpha\cdot\frac{5}{4}\frac{v_0}{g\sin\alpha} = -\frac{1}{4}v_0$$



$u\cos\alpha$



$\frac{3{,}7^2}{1{,}2}$

24
37
37
259
111
13.69 | 12
12 11,40
16
12
49
48
10

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{m(v^2 + u^2 - 2vu\cos\alpha)}{2}$$

$$v_0^2 = u^2 + v^2 + u^2 - 2vu\cos\alpha$$

$$v = v_x + u\cos\alpha$$

$$v_0^2 = 2u^2 + (v_x + u\cos\alpha)^2 - 2(v_x + u\cos\alpha)u\cos\alpha$$

$$v_0^2 = 11{,}4^2$$

$$\frac{3{,}7^2}{1{,}2} = 11{,}4 \qquad |2| \qquad |2\cancel{5}$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

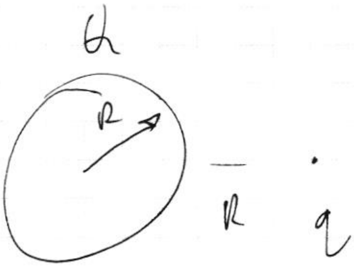
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F_1 = Eq = \frac{kQ}{4R^2}\cdot q$$

$$\frac{3\cdot X}{4\times 6\cdot 10_2} = \frac{1}{8}$$

$$\Delta q = \frac{\Delta x}{R}q$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R}\frac{kQ\Delta q}{x^2}$$

$$\Delta F = \frac{kQ\Delta q}{x^2} = \frac{kQ\Delta x q}{Rx^2}$$

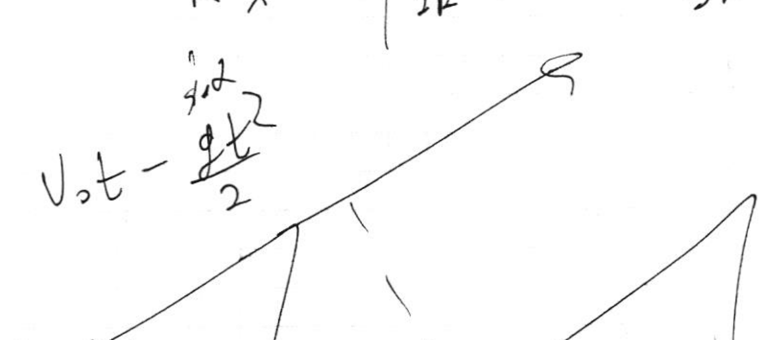
$x \in [2R; 3R]$

$$\frac{\Delta x}{x^2} = x^{-2} \qquad -2x^{-1} \qquad x\cdot dx = \frac{x^2}{2}$$

$$x^{-2}\cdot dx = \frac{x^{-1}}{-1} = -x^{-1} \qquad x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$F = -\frac{kQq}{Rx}\Bigg|_{2R}^{3R} \qquad -\frac{kQq}{3R^2} + \frac{kQq}{2R^2} = \frac{kQq}{6R^2}$$

$$V_0 t - \frac{g\sin\alpha\, t^2}{2}$$



$$\frac{V_0\cos\alpha\, t}{2}$$

$$mV_0\cos\alpha = 2mu$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + mgH$$

$$V_0 t - \frac{g\sin\alpha\, t^2}{2} = \frac{V_0\cos^2\alpha}{2}t$$

$$V_0 - \frac{g\sin\alpha\, t}{2} = \frac{V_0\cos^2\alpha}{2}$$

$$\frac{g\sin\alpha}{2} =$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$mgH \quad \frac{2mu^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} +$ $\qquad V_0\cos\alpha = 2u$

$4u^2 = v_0^2\cos^2\alpha$

$2u^2 = \frac{V_0^2\cos^2\alpha}{2}$

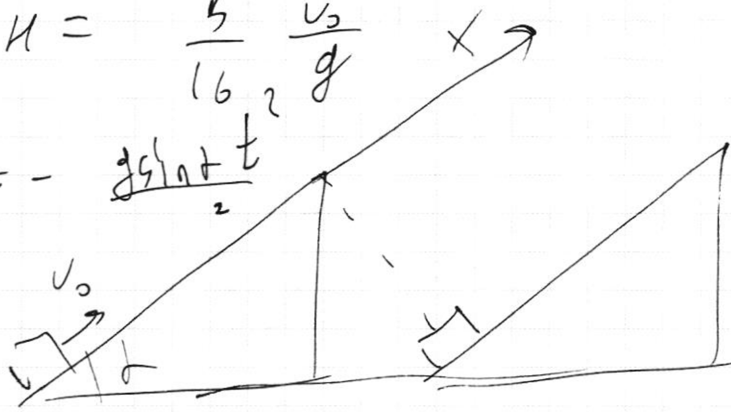
$2gH + 2u^2 = V_0^2$

$2gH + \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2} = v_0^2$

$2gH = V_0^2\left(1-\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{8}v_0^2$

$H = \frac{5}{16}\frac{v_0^2}{g}$

$v_0 t - \frac{g\sin\alpha\, t^2}{2}$

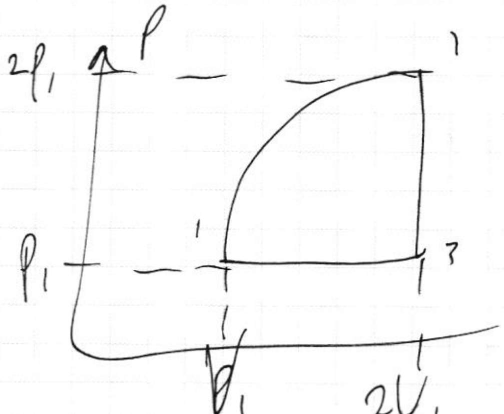


22

$7\cdot4\left(\frac{11}{2}+\frac{22}{7\cdot4}\right)$

$= \frac{22}{22+11\cdot2\cdot7} =$

$= \frac{22}{22+11\cdot14} = \frac{\cancel{11}\cdot2}{\cancel{11}\cdot2+\cancel{11}\cdot14} = \frac{2}{}$



Q	ΔU	A
	$\frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1)$	$\frac{1}{4}\pi p_1V_1 + p_1V_1$
	$-\frac{3}{2}(4p_1V_1 - 2p_1V_1)$	0
	$-\frac{3}{2}(2p_1V_1 - p_1V_1)$	$-p_1V_1$

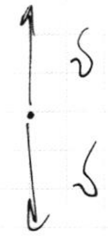
$Q_1 \quad \frac{11}{2}p_1V_1 + \frac{1}{4}\pi p_1V_1 \qquad p_1V_1 = \nu RT_1 \quad \nu = 1$

RT_1

$\frac{11}{2}RT_1 \quad \frac{1\pi RT_1}{4}$

$\frac{1}{4}\pi\frac{p_1V_1}{p_1V_1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \cancel{m}gH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 65}$$

$$= \sqrt{1300} \approx$$

20·65   65·2 = 1300

$$H = -vt_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

$$H = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$$

$t_1 - t_2 = \tau = 10$ с

$t_1 = t_2 + 10$

$$-vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$$

13
36
36
216
108
1296

$$1 = -\frac{t_1}{t_2} + \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \qquad \frac{t_1}{t_2} = k$$

$$1 = -k + k^2 \qquad k^2 - k - 1 = 0$$

$$k = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$1 = \frac{t_2+10}{-t_2} + \left(\frac{t_2+10}{t_2}\right)^2$$

$$1 = -1 \cancel{+} \frac{10}{t_2} + \frac{t_2^2 + 2t_2 + 100}{t_2^2}$$

$$1 = -1 - \frac{10}{t_2} + 1 + \frac{2}{t_2^2} + \frac{100}{t_2^2}$$