

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

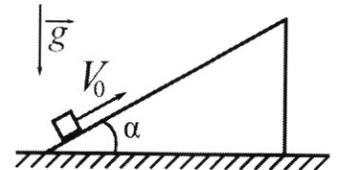
1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

Через 10 секунд

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

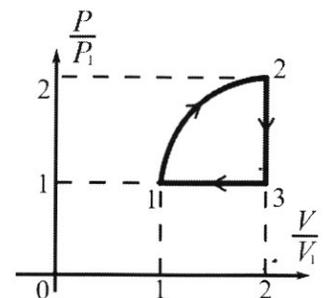
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

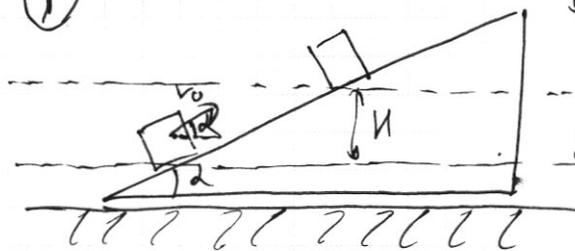
2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

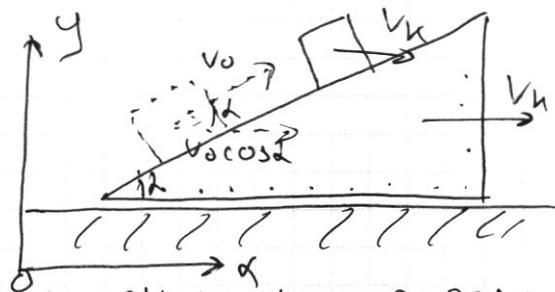
N 2 $\alpha = 30^\circ$; $V_0 = 2 \text{ м/с}$

1)



Обозначим уровень нулевой потенциальной энергии на начальной высоте шайбы. После того, как она поднимется на ~~на~~ максимальную высоту H , её потенциальная энергия будет mgH , а также она будет двигаться вправо с кинематическим вправо с горизонтальной скоростью V_k . Также

масса кинематической шайбы $= m$
Запишем З.С.Э: $\frac{mV_0^2}{2} = mgH + \frac{2mV_k^2}{2}$
 $\Rightarrow V_0^2 = 2gH + 2V_k^2$ * Поскольку все сопротивления нет!



Также запишем З.С.И. в проекции на горизонтальную плоскость ОК: $mV_0 \cos \alpha = 2mV_k$

Поскольку в самом начале скорость была только у шайбы! Решаем сист. уравнений * и *:

$$\begin{cases} V_0^2 = 2gH + 2V_k^2 \\ V_0 \cos \alpha = 2V_k \end{cases}$$

$$\cos \alpha = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

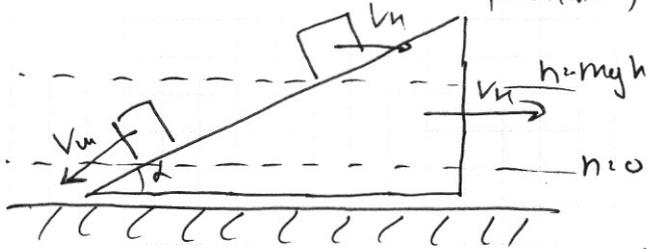
$$V_k = V_0 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}$$

$$V_0^2 = 2gH + 2V_0^2 \frac{3}{16} = 2gH + \frac{3}{8} V_0^2$$

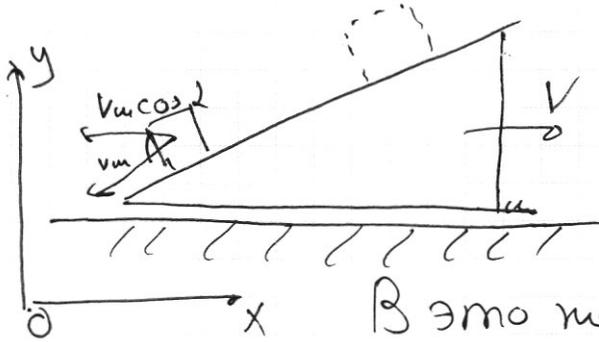
~~$$\frac{1}{4} V_0^2 = 2gH; H = \frac{V_0^2}{8g} = \frac{2^2}{8 \cdot 10} = 0,5 \text{ м}$$~~

$$\frac{5}{8} V_0^2 = 2gH; H = \frac{V_0^2 \cdot 5}{8 \cdot 2 \cdot g} = \frac{2^2 \cdot 5}{8 \cdot 2 \cdot 10} = \frac{1}{2} \text{ м}$$

② Массы шайбы и клина равны m . Теперь шайба катится обратно вниз. В начале ее потенциальная энергия была mgh , а станет 0 т.к мы возвращаемся на тот же уровень нулевой пот энергии.



При этом она приобретает новую скор $v_{ш}$, кот будет направлена вниз по склону



В это же время у клина будет тоже свое скор v , так же направленные вправо. З.С.Э:

$$mgh + \frac{2mv_{ш}^2}{2} = \frac{mv_{ш}^2}{2} + \frac{mv^2}{2}; \quad 2gh + 2v_{ш}^2 = v_{ш}^2 + v^2 \quad (*)$$

З.С.И так же распишем в проекции по ОХ:

$$2mv_{ш} = mv - mv_{ш} \cos \alpha; \quad 2v_{ш} = v - v_{ш} \cos \alpha \quad (**)$$

Решаем сист урав (*) и (**):

$$\begin{cases} 2gh + 2v_{ш}^2 = v_{ш}^2 + v^2 \\ 2v_{ш} = v - v_{ш} \cos \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{ш} = \frac{v - 2v_{ш}}{\cos \alpha} \\ 2gh + 2v_{ш}^2 = \frac{4(v - 2v_{ш})^2}{3} + v^2 \end{cases}$$

$$2gh + 2v_{ш}^2 = \frac{4}{3}(v^2 - 4vv_{ш} + 4v_{ш}^2) + v^2 \quad | \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2}gh + \frac{3}{2}v_{ш}^2 = v^2 - 4vv_{ш} + 4v_{ш}^2 + \frac{3}{4}v^2; \quad \frac{4}{4}v^2 - 4vv_{ш} + \frac{5}{2}v_{ш}^2 - \frac{3}{2}gh = 0$$

$$D = 16v_{ш}^2 - 4\left(\frac{4}{4}\right)\left(\frac{5}{2}v_{ш}^2 - \frac{3}{2}gh\right) = 16v_{ш}^2 - \frac{35}{2}v_{ш}^2 + \frac{21}{2}gh = \frac{21}{2}gh - \frac{3}{2}v_{ш}^2$$

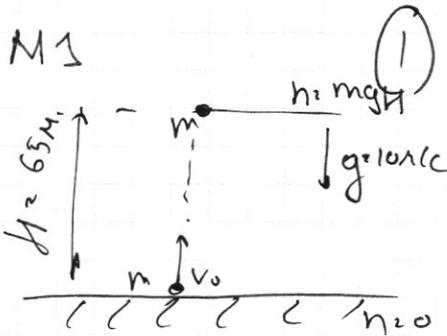
$$v_{ш} = \frac{4v_{ш} \pm \sqrt{\frac{21}{2}gh - \frac{3}{2}v_{ш}^2}}{\frac{4}{2}} = \frac{4 \cdot \frac{v}{2} \pm \sqrt{\frac{21}{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}}}{\frac{4}{2}} = \frac{2\sqrt{3} \pm 2\sqrt{3}}{\frac{4}{2}}$$

выбираем \oplus , поскольку клин точно не остановится

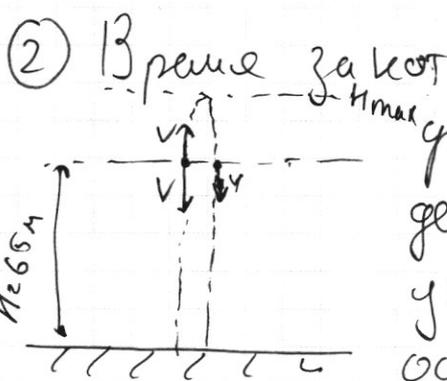
$$v = \frac{4\sqrt{3} \cdot 2}{4} = \frac{8}{4}\sqrt{3} \text{ м/с}$$

Ответ: $h = 1 \text{ м}; v = \frac{8}{4}\sqrt{3} \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



① Пускаем ~~на~~ высота H - максимальная, на кот фрейзерщик был поднят с начальной скоростью v_0 , и friction сил сопротивления нет \Rightarrow запишем З.С.Э: ~~$\frac{mv_0^2}{2} = mgh$~~ ; $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} \approx 36 \frac{m}{c}$



② Время за кот упадут все осколки из фрейзерщика $\approx t = 10c$ т.е после падения 1го осколка придет 4 секунду и упадет последний. После взрыва осколки имеют одинаковую скор V .

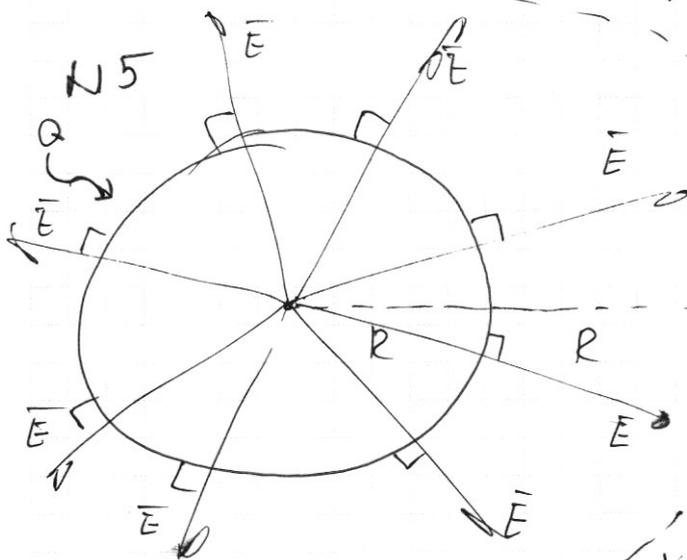
Быстрее всего падает осколок, скор кот направлен ровно вниз, пусть это будет за t' . Дальше все будет лететь осколки, скор кот направлен ровно вверх. Он летит до максимальной высоты H_{max} , где его скор $= 0$, т.е $0 = V - g \cdot t'$, где t' - время за кот этот осколок летит до H_{max} , потом вернется на высоту H и стай те скор V за то же время t' и будет падать вниз, как самый "быстрый осколок". С высоты H он летит до земли за t' . Итого он будет лететь $2t'$; Теперь $2t' = t_{total} - t_{fastest} = 2(2t') - t' = 2t' = 10c$; $t' = 5c$, а значит $V = g \cdot t' = 10 \cdot 5 = 50 \frac{m}{c}$

Предположим, что фреймверк размещается на M осциллографов, каждый из которых получает скорость V , а его

$E_{кин} = \frac{m}{2} V^2$, Тогда суммарная кин энергия K осциллографов

$E_{кин} = \frac{m \cdot K}{2} V^2 = \frac{K \cdot M}{2} V^2 = \frac{K \cdot 2 \cdot 50^2}{2} = 2500 \frac{K}{N} \text{ Н}$

Ответ: ~~$V_0 = 36 \text{ м/с}$~~ ; $V_0 = 36 \text{ м/с}$; $E_{кин} = 2500 \frac{K}{N} \text{ Н}$, где M - количество осциллографов в фреймверке



① Поскольку Q и $q > 0$, то эти заряды одноименные и отталкиваются \Rightarrow шарик будет отталкиваться от сферы. Сначала посчитаем напряженность сферы E . Для этого считаем поток напряженности Φ

~~через~~ через сферу радиуса $2R$ (т.к. нам интересенный заряд шарика q расположен на таком расстоянии) 2-мя способами:

а) по т. Гаусса: $\Phi = \frac{q_{внут}}{\epsilon_0}$ (заряд, находящийся внутри поверхности, через которую проходит поток; ϵ_0 - константа)

Внутри сферы радиуса $2R$ находится весь заряд $Q \Rightarrow \Phi_1 = \frac{Q}{\epsilon_0}$

б) По определению потока: $\Phi = E \cdot S \cdot \cos \alpha$, где E - напряженность поле заряда Q , S - площадь, через которую проходит поток, α - угол между E и нормалью к S .

Напряженность сферы радиуса $R \perp$ сфере и радиусов из центра во все стороны $\Rightarrow \cos(0^\circ) = 1 \Rightarrow \Phi_2 = E \cdot 4\pi(2R)^2$
 Теперь $\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi(2R)^2; E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(2R)^2}$

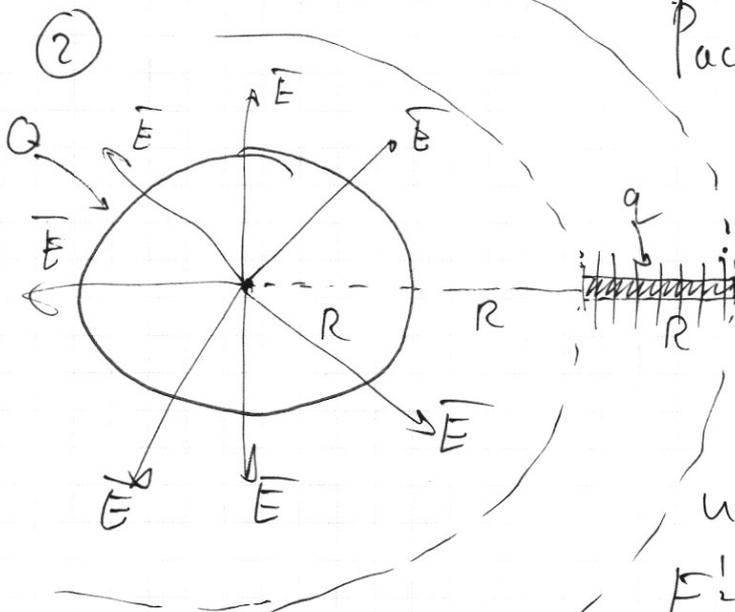
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (Продолжение)

коэф. пропорциональности $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{kQ}{4R^2}$

Итого сила F_1 , действующая со стороны сферы на шарик

$$F_1 = E \cdot q = \frac{kQq}{4R^2}$$



Расширим нашу формулу напряженности. Заметим, что её можно посчитать для шарика q на расстоянии от центра сферы (не только $2R$) поэтому можно заменить $2R$ на x и получим: $F_1 = F_2$; $\frac{Q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi \cdot x^2$
 $E = \frac{kQ}{x^2}$. ~~И~~ диаметр, чтобы посчитать

силу, с кот сфера действует на шарик F_2 .

Сначала посчитаем какой силой F' она действует на Δ маленький кусочек этой сферы; его заряд будет равен $\frac{q}{R}$ т.к заряд q распределен равномерно по сфере.

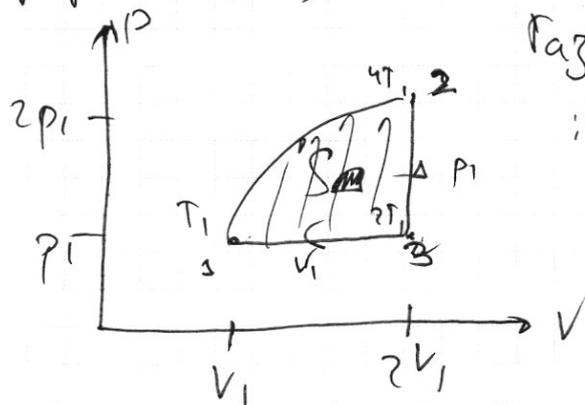
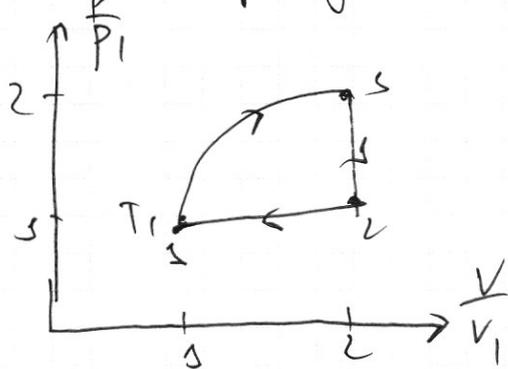
$$\Rightarrow F' = E \cdot q' = \frac{kQq'}{x^2}, \text{ где } x \text{ меняется от } 2R \text{ до } 3R$$

$$\text{Суммируем все такие } F' \text{ и получим } F_2 = \int F' dx = \int \frac{kQq'}{x^2} dx$$

$$= kQ \frac{q}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{1}{x^2} dx = kQ \frac{q}{R} \left[-\frac{1}{x} \right]_{2R}^{3R} = -\frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{2R} \right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

№ 4 ① Переведем этот график $\frac{P}{P_1} \left(\frac{V}{V_1} \right)$ к $P(V)$



Газ 1-мольный
1-2; ↓ - изохор

Точка 1: $P_1; V_1; T_1$; По объему газовой записи
 Точка 2: $2P_1; 2V_1; T_2$
 Точка 3: $P_1; 2V_1; T_3$

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{2P_1 \cdot 2V_1}{T_2} ; T_2 = 4T_1$
 $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_1 \cdot 2V_1}{T_3} ; T_3 = 2T_1$

Пот. мену клан
 в точках
 $P_1 V_1 = RT_1$
 $T_1 = \frac{P_1 V_1}{R}$
 $P_1 V_1 = RT_1$

Посчитаем все $Q = \Delta U + A$:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{1}{2} \downarrow R \Delta T_{23} = \frac{3}{2} R(T_3 - T_2) = -\frac{3}{2} R \cdot 2T_1 = -3RT_1$$

т.к. $\Delta V = 0$

↑
газ отдает тепло

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{1}{2} \downarrow R \Delta T_{31} + P_1 V_1 = \frac{3}{2} R(T_1 - T_3) - P_1 V_1 = -\frac{5}{2} RT_1$$

↑
газ отдает тепло

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{1}{2} \downarrow R \Delta T_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} R(4T_1 - T_1) + P_1 V_1 + S_{\text{ш}} =$$

$$= \frac{9}{2} RT_1 + RT_1 + S_{\text{ш}} > 0 \text{ т.к. } \Delta V > 0 \Rightarrow \text{газ получает тепло}$$

↑
 $\frac{11}{2} RT_1 + S_{\text{ш}}$

↑
используем четвертую окружность в координатах $\frac{P}{P_1}$ и $\frac{V}{V_1}$ или эллипс в координатах P и V

В первом приближении $S_{\text{ш}} = S_{\text{ш}} = P_1 V_1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{RT_1}{2}$

$\Rightarrow Q_{12} = \frac{11}{2} RT_1 + \frac{1}{2} RT_1 = 12RT_1$

$Q = Q_{12} = 12RT_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ИЧ (Продолжение)

② Мы уже считали, что

$$A_{23} = 0$$

$$A_{31} = -p_1 V_1$$

$$A_{13} = p_1 V_1 + S_{\text{ш}} \Delta l$$

$$\rightarrow A_{\text{гума}} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = S_{\text{ш}} \Delta l = \frac{1}{2} RT_1$$

③ КПД гумма равно $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{S_{\text{ш}} \Delta l}{\frac{1}{2} RT_1 + S_{\text{ш}} \Delta l} = \frac{\frac{1}{2} RT_1}{12 RT_1} = \frac{1}{24}$

Ответ: $Q \approx 12 RT_1$; $A \approx \frac{1}{2} RT_1$; $\eta \approx \frac{1}{24}$

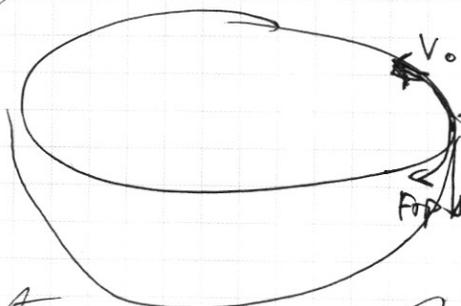
ИЗ ① $R = 1.2 \text{ м}$; $v_0 = 3.2 \text{ м/с}$; $m = 0.4 \text{ кг}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$

$$\mu = 0.9$$

Машина едет по окружности со скоростью $v_0 \rightarrow$ создается центростремительное ускорение $a = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow$ генерируется сила $F_y = m a = \frac{m v_0^2}{R}$

$$F_y = m a = \frac{m v_0^2}{R} \approx \frac{3 \cdot 3.2^2}{30} \approx 4.563$$

~~Ответ~~
~~ИЗ~~

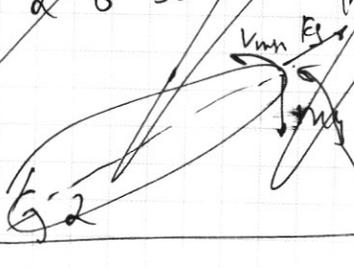


Сила P , с которой действует машинка на опоры

$$P = mg + F_y = |P| = \sqrt{m^2 g^2 + F_y^2} = \sqrt{16 + (4.563)^2} \approx 6 \text{ Н}$$

② $\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

Чтобы машинка удерживалась на тали канате, при скорости достигавшей равновесие в верней точке траектории



~~Также $F_y = m \frac{v_{min}^2}{R}$~~

добавим $F_{трение} = \mu \cdot N = \mu P = 0.9P$

$$P = \sqrt{F_{тр}^2 + m^2 g^2 + F_y^2}$$

$$|P| = \sqrt{0.81P^2 + 16 + 20.82}; \quad P = \sqrt{194} \approx 14 \text{ Н}$$

② $\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

Чтобы машина держалась

на этом наклоне, нулевой скорости
было равновесие в вершине
точки



Также $F_y = m \frac{v_{min}^2}{R}$; $F_{тр} = \mu N = 0.9P$

$$P = \sqrt{0.81P^2 + m^2 g^2 + (F_y \cdot \cos \alpha)^2}$$

$$P^2 = 0.81P^2 + 16 + \frac{m^2 v_{min}^4}{R^2} \cdot \frac{3}{4}$$

$$0.19P^2 =$$

$u \cdot g$

Ответ: $P = 14 \text{ Н}$; v_{min}

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

↓ - площадь
 $i \approx 3 \quad (x-l)^2 + (y-l)^2 = S$
 $x^2 + y^2 = S$

$(p-p_1)^2 = S - (v-2v_1)^2$
 $(p-p_1) = \sqrt{S - (v-2v_1)^2}$

$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{2 p_1 2v_1}{T_2} ; T_2 = 4T_1$
 $\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_1 2v_1}{T_3} = 2T_1$

$(\frac{p}{p_1})^2 + (\frac{v}{v_1})^2 = S$
 $p_1 v_1 = \frac{1}{2} R T_1$

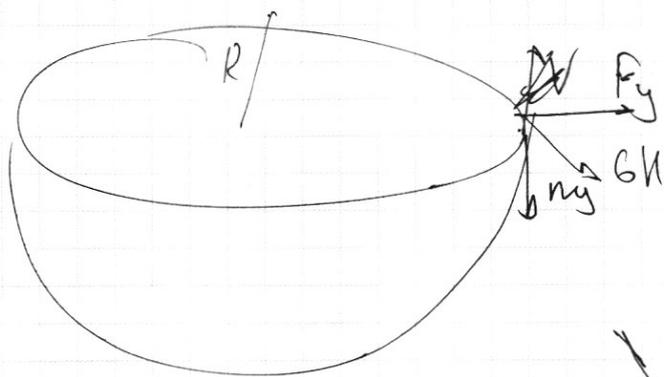
$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \int R(3T_1) + p_1 v_1 + S$
 $\frac{1}{2} \int R \Delta T \quad p_1 v_1 + \frac{1}{2} \Delta U S$

$A = S$

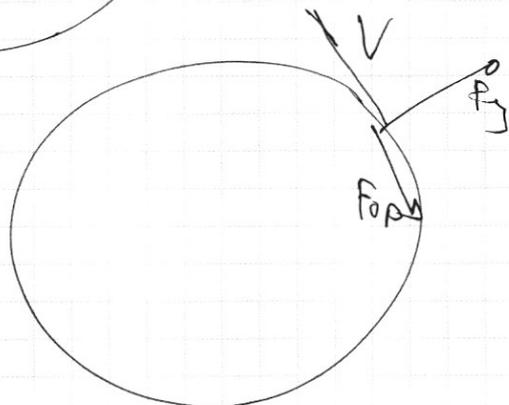
$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{S}{\frac{3}{2} \int R(3T_1) + p_1 v_1 + S}$

$\int p dv = \int (\sqrt{S - (v-2v_1)^2} + p_1) dv$
 $p^2 - 2pp_1 + p_1^2 + v^2 - 4vv_1 + 4v_1^2 = S$

$p = \sqrt{S - (v-2v_1)^2} + p_1$
 $-\frac{3}{2} R T_1 - R T_1$



$$F_y = m \frac{v_0^2}{R} = \frac{14 \cdot 6 \cdot 35^2}{300}$$

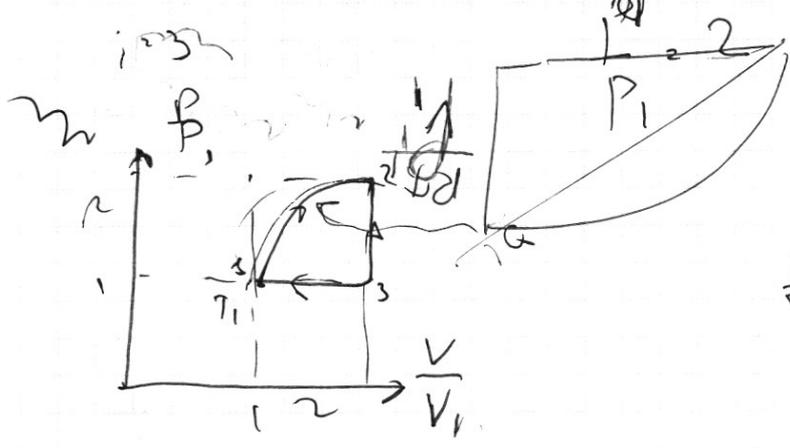


$$F_{\text{ц}} = F_y \cdot 0.9 \approx \frac{35 \cdot 9}{300 \cdot 10}$$

$$36,28 + 20,82 \cdot \frac{81}{100}$$

$$\begin{array}{r} 20,82 \\ 6 \cdot \\ \cdot 20,82 \\ \hline 81 \\ \hline 2082 \\ 2406 \\ \hline 366,42 \end{array}$$

J-инвары



$q_{12} = \frac{q}{R}$ $\times \frac{2R}{3R}$
 $F = \frac{kQq_i}{x^2}$

$E = \frac{kQ}{x^2}$

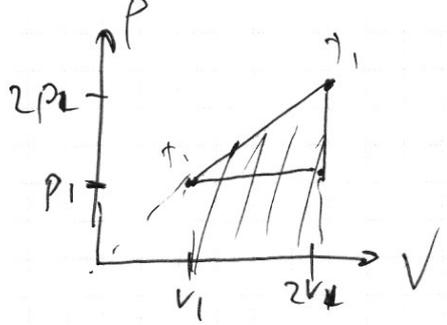
$Q = \int U + A$
 $\dot{E} = J R \sigma T$

$\int F dx = \int \frac{kQq_i}{x^2} dx$
 $\frac{kQq}{R} \int \frac{dx}{x^2}$

1: P_1, V_1, T

2: $2P_1, 2V_1$

$\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)(V_2 - V_1) = \frac{3P_1}{2}(V_1)$



Гauss

$\varphi = \frac{q_{вн}}{\epsilon_0}$

SpV

ноопреу

$\varphi = E \cdot S \cdot \cos \alpha$

$\frac{kqQ}{R} \left| -\frac{1}{x} \right|_{3R}^{2R}$

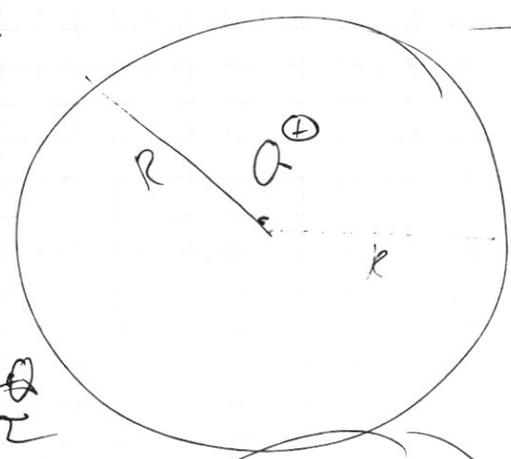
$-\frac{kqQ}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{2R} \right)$

$-\frac{kqQ}{R} \left(\frac{2-3}{6R} \right)$

$\frac{kqQ}{6R^2}$

$\frac{Q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi R^2$

$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{kQ}{R^2}$



~~$F_1 = \frac{kQq}{R^2}$~~

$\frac{1}{2} (2^{1/2} - 1) - 1$

$E = \frac{kQ}{x^2}$

$F_1 = E \cdot q = \frac{kQq}{R^2}$

