

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

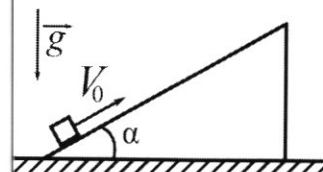
Шифр

(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

- 1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.
- 2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопrotивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

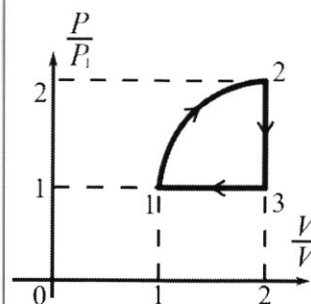
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?
- 2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. 1) То формуле расстояния без времени при
равномерн. двиге:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с}$$

2) осколок, упавший первым изначально имел
скорость, направ. вниз; последний осколок
изначально летел вверх $\Rightarrow \tau$ - промежуток
времени между падением нижнего и верхнего
осколков.

(v - скорости осколков
после разрыва;
 m_i - масса i -го осколка);

верхний осколок падает вверх,
развернется и при движении вниз
на высоте H будет иметь ^{скорости} v

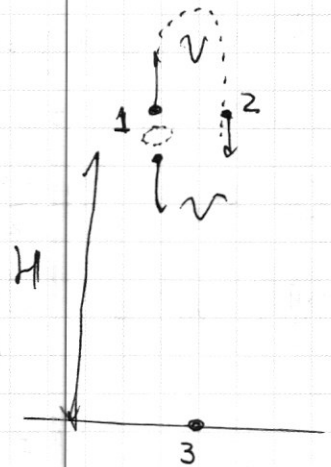
вниз $\Rightarrow \tau = \frac{2v}{g}$ м. после прохождения

высоты H осколком затратит одинаковое время
для достижения пов-сти.

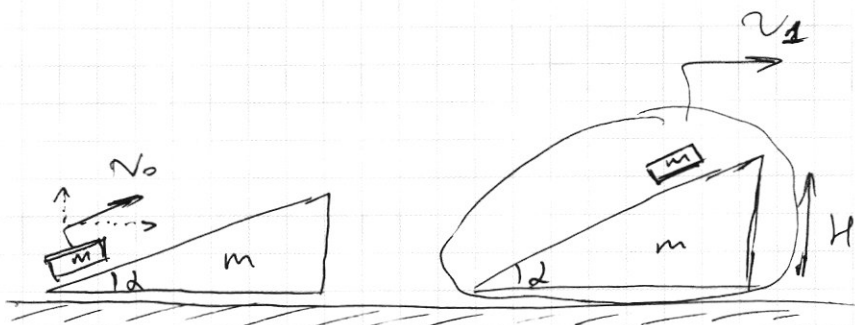
$$\text{Отсюда } v = \frac{g \cdot \tau}{2}; K = \sum_i \frac{m_i \cdot v^2}{2} = \frac{m v^2}{2} =$$

$$= \frac{m \tau^2}{8} g^2 = 2,5 \text{ кДж}$$

Ответ: 1) 36 м/с; 2) 2,5 кДж



N2



- 1) Обозначим массу шайбы и клина за m ;
 скорость системы, когда шайба на высоте H за
 v_1 (т.к. скорость шайбы или клина в верхней
 точке $\Rightarrow 0$)

Запишем 3-и сокр. энергии:

$$\textcircled{1} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + mgH$$

Заметим, что ~~вдоль~~^{по} горизонтальной x -му
 клин - шайба не действует внеш. сил \Rightarrow

Запишем 3-и сокр. импульса по гориз.

$$mv_0 \cos \alpha = 2mv_1$$

$$\textcircled{2} v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2};$$

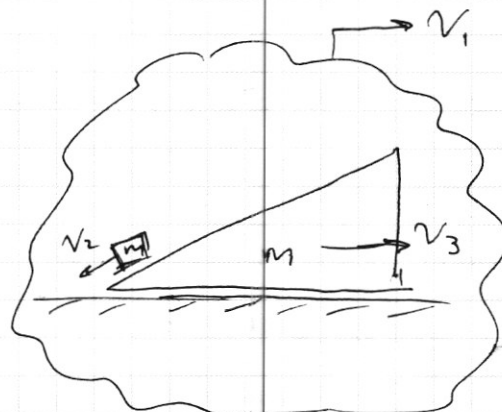
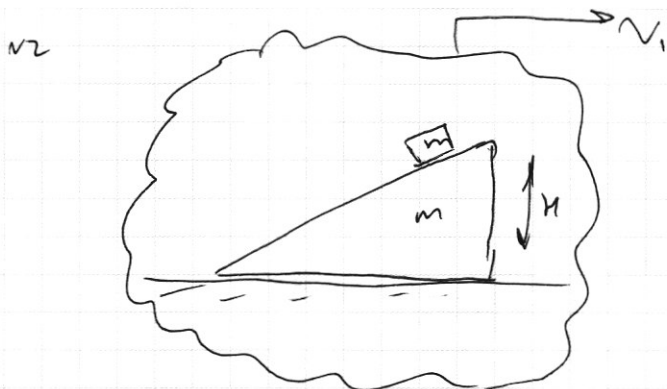
$$\textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{1}: v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + 2gH$$

$$H = \frac{2v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{4g} = \frac{8 - 4 \cdot \frac{3}{4}}{40} \text{ м} = \frac{1}{8} \text{ м} =$$

$$= \underline{12,5 \text{ см}}$$

- 2) Рассмотрим ИСО, двигающуюся со скоростью v_1
 влево. В ней ~~знают~~ в момент, когда
 шайба на той высоте скорость шайбы и клина
 равны 0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Запишем ЗСЭ и ЗСИ поперёк для такой системы
скорости и любого и кинка в конет. помоги обозначим же
 v_2 и v_3 .

$$\begin{cases} mgh = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} \\ 0 = mv_2 \cos \alpha + (-mv_3) \end{cases}$$

$$v_3 = v_2 \cos \alpha$$

$$2gh = v_2^2 + v_2^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \cos^2 \alpha}} = v_0 \sqrt{\frac{2 - \cos^2 \alpha}{2 + 2\cos^2 \alpha}} = 2\sqrt{2}$$



$$v = v_1 + v_3 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} + v_2 \cos \alpha = \cos \alpha \left(\frac{v_0}{2} + \sqrt{\frac{2gh}{1 + \cos^2 \alpha}} \right) =$$

$$= \cos \alpha v_0 \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2 - \cos^2 \alpha}{2 + 2\cos^2 \alpha}} \right) = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{14}} \right) \text{ м/с}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{\frac{15}{14}} \right) \approx 1,9 \text{ м/с}$$

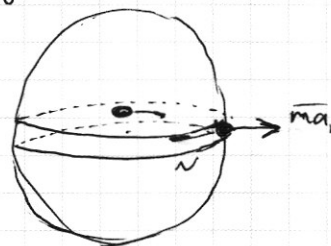
Ответ: а) 12,5 см б) 1,9 м/с

№3. Обозн ускорение можем в 1-ом случае за a_1 .

1) по II 3-му закону по горизонтали:

$$N = ma_1 = m \frac{v_0^2}{R} = 0,4 \cdot \frac{13,69}{1,2} = \frac{13,69}{3} =$$

$$\approx 4,5 \text{ Н} \Rightarrow P = N = \underline{4,5 \text{ Н}}$$



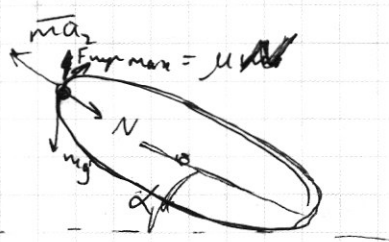
$$a_1 = \frac{v_0^2}{R}$$

2) Три движения по кругу:

$$\exists \text{ ускорение} = a_2 = \frac{v_{\min}^2}{R}$$

по II 3-му закону \perp по с-ти

сферы в верхней точке:



$$\begin{cases} N = ma_2 - mg \sin \alpha \\ F_{\text{уп}} \cos \alpha = mg \end{cases}$$

$$\mu (ma_2 - mg \sin \alpha) \cos \alpha = mg$$

$$\mu a_2 \cos \alpha - \mu g \sin \alpha \cos \alpha = \frac{mg}{\mu}$$

$$a_2 = g \sin \alpha + \frac{g}{\mu \cos \alpha}$$

$$v_{\min}^2 = \sqrt{gR \left(\sin \alpha + \frac{1}{\mu \cos \alpha} \right)} = \sqrt{12 \left(\frac{1}{2} + \frac{20}{9\sqrt{3}} \right)} =$$

$$\approx \sqrt{12 \cdot 1,81} \approx 4,65 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 4,5 Н; 2) 4,65 м/с.

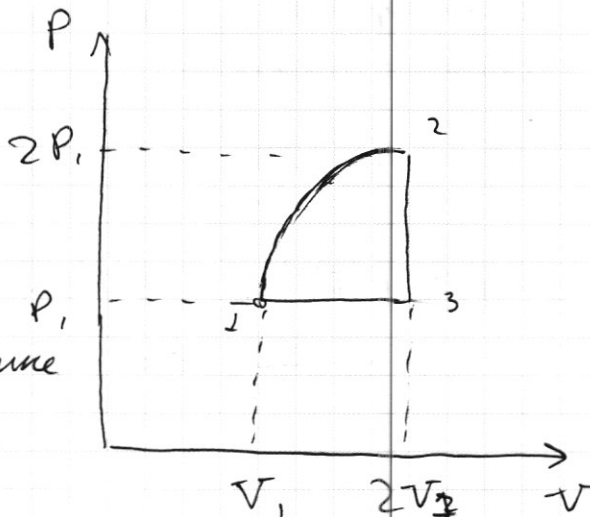
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

$$P_1 V_1 = RT_1$$

проводимось только
в процессе 1-2, при этом

на всем участке,
т.к. в любой промежуток
на 1-2 и давление и объем
растут.



$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{4} \pi V_1 P_1 + P_1 V_1 + \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) =$$

$$= P_1 V_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) RT_1 \approx \frac{25}{4} RT_1 = \underline{6,25 RT_1}$$

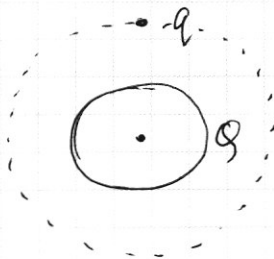
$$A_{цикла} = \frac{1}{4} \pi V_1 P_1 \approx \frac{3}{4} RT_1 = \underline{0,75 RT_1}$$

$$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{12}} = \frac{3}{25} = \underline{0,12}$$

Ответ: $6,25 RT_1$; $0,75 RT_1$; $\underline{0,12}$.

N 5

- 1) По Гауссу:
рассмотрим замкнутую
пов-сть сферы с радиусом
 $2R$, с центром в центре
заряда сферы.



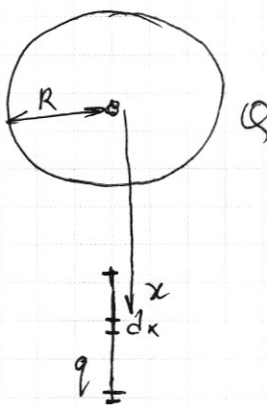
$$Q = \overline{E} \cdot \overline{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$4\pi (2R)^2 \cdot E = 4\pi k Q$$

$$E = \frac{kQ}{4R^2} \Rightarrow F_1 = q \cdot E = \frac{kqQ}{4R^2}$$

- 2) Если расстояние до центра заряда ~~с~~ сферы x ,
то $E(x) = \frac{kQ}{x^2}$ (из 1)) \Rightarrow

для маленького кусочка
сферки длиной dx на расстоянии
 x от центра $F(x) = \frac{kQq}{x^2} \cdot \frac{dx}{R} \Rightarrow$



$$F_2 = \sum_i F(x_i) = \sum_i \frac{kQq}{x^2} \frac{dx_i}{R} \Rightarrow$$

$$= \frac{kQq}{R} \sum \frac{dx_i}{x^2} =$$

$$F_2 = kqQ \int_{2R}^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \frac{kqQ}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$.

$$f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$$

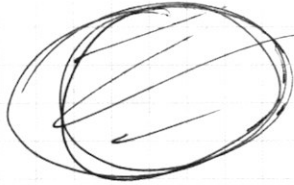
$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\ln' x = \frac{1}{x}$$

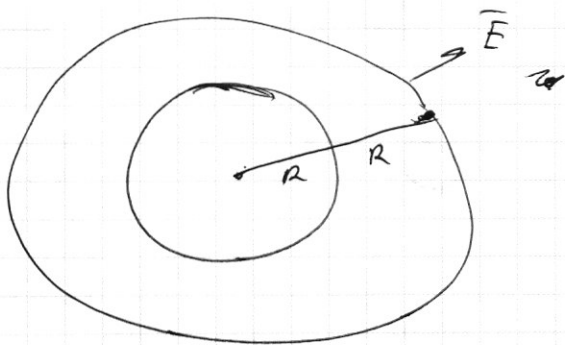
$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$-\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{10000}$$



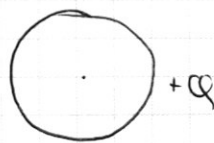
$$\frac{1}{n^2}$$



$$4 \cdot 4\pi R^2 \cdot E = \frac{Q}{\epsilon_0} = 4\pi k q$$

$$E = \frac{kq}{4R^2} \Rightarrow$$

$$F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$$



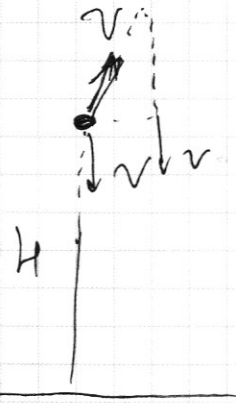
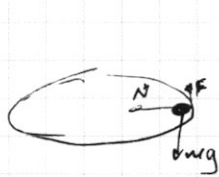
$$\Delta x(x)$$

$$F_2 = \sum F_i = \sum_{x \in [2R; 3R]} F(x) = \frac{kqQ}{x^2} \cdot \frac{dx}{R} =$$

$$= kqQ \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \quad v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с}$$



$$12 \cdot 1,81 =$$

$$= \frac{2m \frac{v^2}{2} + \dots}{2}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 37 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ \times 3,6 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mV^2 + m((v_2 \cos \alpha - v_1)^2 + v_2^2 \sin^2 \alpha)$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 12 \\ \hline 362 \\ 181 \\ \hline 2172 \end{array}$$

$$\frac{2V}{g} = t$$

$$9 \cdot 1,7 = 15,3$$

$$4,5^2$$

$$V = \frac{\sqrt{g}}{2} = 50 \text{ м/с}$$

$$1,73$$

$$0,85 + 1,1 = 1,95$$

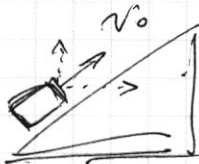
$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$k = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{mV^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

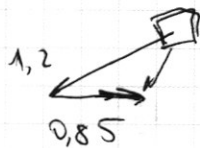
$$v_2 = \sqrt{\frac{10 \cdot 7}{1 + \frac{3}{4}}} = \sqrt{\frac{10}{7}} = 1,2$$

$$\frac{2mgh}{mv_0^2} = \frac{\frac{5}{2}}{4} = \frac{2,5}{4}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{8}{7}}{1 + \frac{3}{4}}} = \sqrt{\frac{10}{7}} \approx 1,2$$



$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh$$



$$v_2^2 = \frac{8}{7} gh$$

$$v_0^2 - \frac{3}{8} v_0^2 = 2gh$$

$$v_0^2 = \frac{16}{5} gh$$

$$\begin{array}{r} 20000 \quad | \quad 15,3 \\ \hline 153 \quad | \quad 1,30 \\ \hline 4700 \\ \hline 459 \\ \hline 110 \end{array}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)