

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

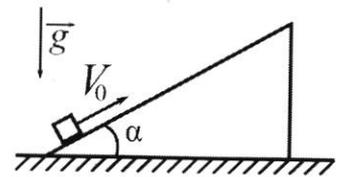
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

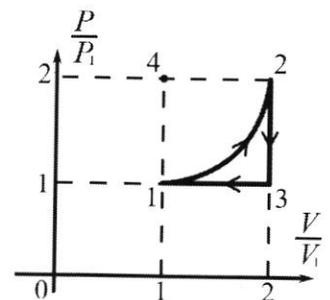
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



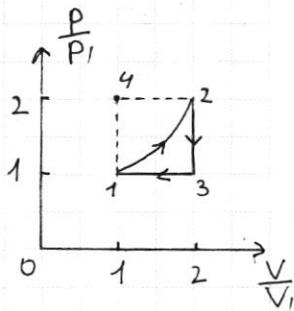
5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4



$$1) A_{21} = p_1 V_1 \left(1 + 1 - \frac{\pi}{4}\right) = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta U_{21} = \frac{3}{2} (2p_1 \cdot 2V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$Q = A_{21} + \Delta U_{21} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} + \frac{9}{2}\right) =$$

$$= p_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = p_1 V_1 \frac{26 - \pi}{4} \approx p_1 V_1 \frac{22.86}{4} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{5.72 p_1 V_1}}$$

$$2) A = A_{21} + A_{32} + A_{13} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) + 0 + (-p_1 V_1) = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= p_1 V_1 \cdot \frac{4 - \pi}{4} \approx p_1 V_1 \cdot \frac{0.86}{4} \approx \underline{\underline{0.22 p_1 V_1}}$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}} = \frac{A}{Q} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \approx \frac{0.86}{22.86} = \frac{43}{1143} \approx 0.0376 \approx \underline{\underline{3.76\%}}$$

Ответ: 1) $Q = 5.72 p_1 V_1$;

2) $A = 0.22 p_1 V_1$;

3) $\eta = 3.76\%$.

N1

$$1) K = \frac{m v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} \quad - \text{ скорость осколков}$$

2) $H = V = gT$ - нач. скорость фейерверка

ЗСЭ для фейерверка:

$$mgH = \frac{mv^2}{2} \rightarrow H = \frac{v^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = \underline{\underline{45 \text{ м}}}$$

3) Первым на землю упадет осколок, падавший вертикально вниз:

(продолжение на ст. 2)

N1 (продолжение)

$$H = v\tau + \frac{g\tau^2}{2}$$

$$g\tau^2 + 2v\tau - 2H = 0$$

$$\tau = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH}}{g} = \frac{-\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1} + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10}$$

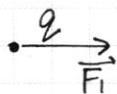
$$= \frac{\sqrt{3600 + 900} - 60}{10} = \sqrt{45} - 6 = \cancel{3\sqrt{5} - 6} \approx \cancel{3 \cdot 2.2 - 6} = \cancel{6.6 - 6} = \underline{\underline{0.6c}}$$

$$= 3\sqrt{5} - 6 \approx 3 \cdot 2.24 - 6 = 6.72 - 6 = \underline{\underline{0.72c}}$$

Ответ: 1) $H = 45 \text{ м}$;

2) $\tau = 0.72 \text{ с}$.

N5



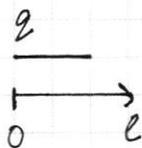
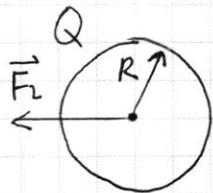
$$1) F_1 = k \frac{Qq}{(3R)^2} = \underline{\underline{k \frac{Qq}{9R^2}}}$$

$$2) dq = \frac{dl}{R} \cdot q$$

$$F_2 = \int_0^R k \frac{Q \frac{dl}{R} q}{(3R+l)^2} dl =$$

$$= \frac{kQq}{R} \cdot \int_0^R \frac{1}{(3R+l)^2} \cdot dl =$$

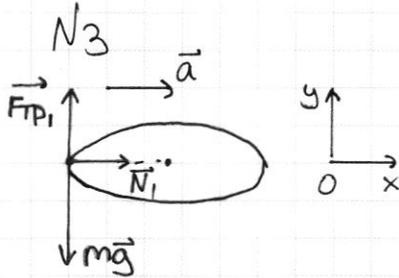
$$= \frac{kQq}{R} \cdot \left(-\frac{1}{3R+l} \Big|_0^R \right) = k \frac{Qq}{4R^2}$$



Ответ: 1) $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$;

2) $F_2 = k \frac{Qq}{4R^2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) В 1-м случае:

2-й и 3-й законы Ньютона для модели:

$$Oy: F_{тр1} = mg$$

$$Ox: N_1 = m \cdot a$$

2) План по усу.

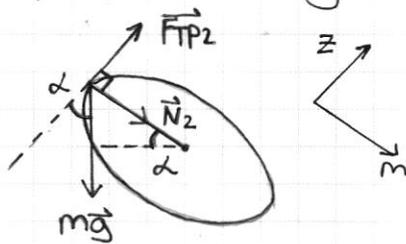
$P_1 = 2mg$, тогда

$$P_1^2 = F_{тр1}^2 + N_1^2$$

$$4m^2g^2 = m^2g^2 + m^2a^2$$

$$3g^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{3} \cdot g \approx 17.2 \frac{M}{C^2}$$



3) Во 2-м случае:

2-й и 3-й законы Ньютона для модели

$$Oz: F_{тр2} = mg \cos \alpha$$

$$Om: N_2 + mg \sin \alpha = m \cdot a_z = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$F_{тр2} \leq \mu N_2 \rightarrow \mu N_2 \geq mg \cos \alpha$$

$$N_2 \geq \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$V = V_{min} \text{ при } N_2 = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

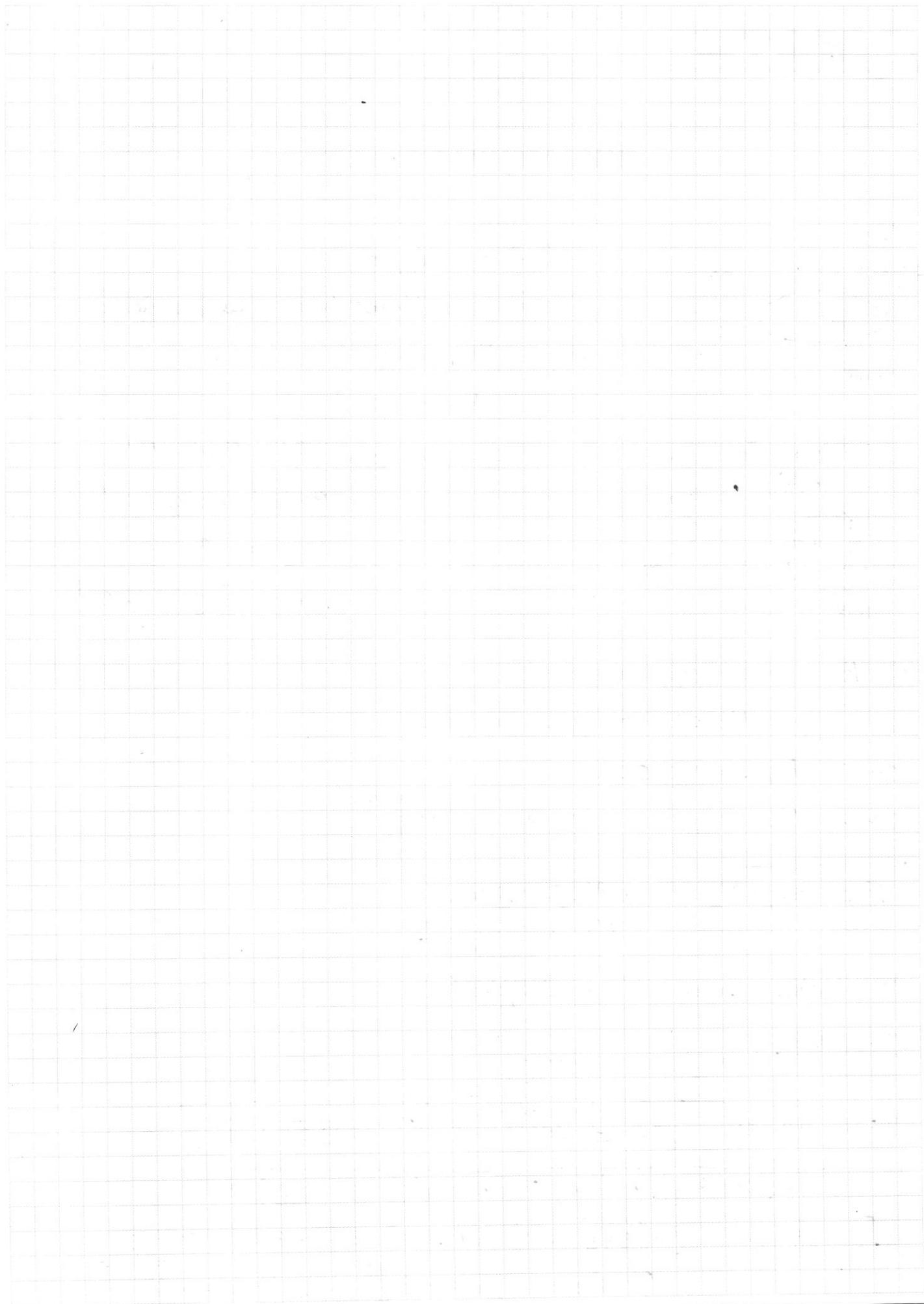
$$\frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha = m \frac{V^2}{R}$$

$$V = \sqrt{gR \left(\cos \alpha \cdot \frac{1}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0.8 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)}$$

$$V = \sqrt{gR \left(\cos \alpha \cdot \frac{1}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0.8 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} =$$

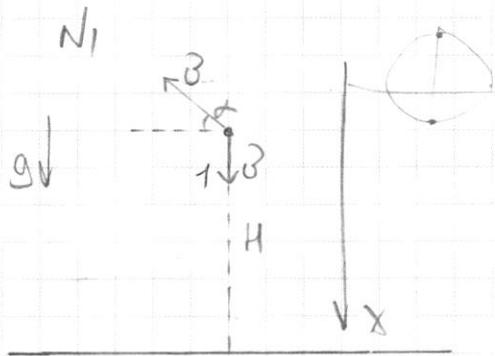
$$= \sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{5\sqrt{2}} \approx \frac{3}{2} \cdot \sqrt{7} \approx \frac{3}{2} \cdot 2.66 = 3 \cdot 1.33 \approx 4 \frac{M}{C}$$

Ответ: 1) $a = 17.2 \frac{M}{C^2}$; 2) $V_{min} = 4 \frac{M}{C}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$-H = -\frac{gt^2}{2}$$

$$H = \beta t + \frac{gt^2}{2}$$

$$-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}$$

$$1) k = \sum \frac{\Delta m \cdot v^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{max. CR-76}$$

$$2) H = \beta v_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

$$gt_1^2 + 2\beta v_1 - 2H = 0$$

$$v_1 = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 2gH}}{g}$$

$$H = 0 \cdot T + \frac{gT^2}{2}$$

$$v = gT$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$gh = \frac{g^2 T^2}{2}$$

$$H = -\beta \sin \alpha \tau_2 + \frac{g\tau_2^2}{2}$$

$$g\tau_2^2 - 2\beta \sin \alpha \tau_2 - 2H = 0$$

$$\tau_2 = \frac{\beta \sin \alpha \pm \sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$$3) H = -\beta \tau_2 + \frac{g\tau_2^2}{2}$$

$$(l^2 + R)$$

$$2l(3R+l) - l^2$$

$$g\tau_2^2 - 2\beta \tau_2 - 2H = 0$$

$$\tau_2 = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 + 2gH}}{g}$$

$$\beta \cos \alpha + \frac{1}{2} \sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha + 2gH} \cdot \beta^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha \cdot \left(1 + \frac{\beta \sin \alpha}{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha + 2gH}} \right) = 0$$

$$\tau = \tau_2 - \tau_1 = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 + 2gH}}{g} - \frac{\beta - \sqrt{\beta^2 + 2gH}}{g}$$

$$\cos \alpha \frac{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha + 2gH} + \beta \sin \alpha}{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}$$

$$H = \beta v_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

$$H = \frac{2(l^2 - g\tau^2)}{3R+l}$$

$$gt_1^2 + 2\beta v_1 - 2H = 0$$

$$v_1 = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 2gH}}{g}$$

$$(l - 3R)(3R+l) - (l - 3R)(3R+l)$$

$$\tau_2 - \tau_1 = \frac{2\beta}{g} = \frac{2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$(l - 3R)(3R+l) - (l - 3R)(3R+l)$$

$$6Rl +$$

$$6Rl + 2l^2 - l^2$$

$$(3R+l)^2$$

$$F$$

$$\frac{1}{2} \frac{-l + 3R}{3R+l}$$

$$R$$

$$-3R - l - (1-l)$$

$$(3R+l)$$

$$\frac{1}{2} \frac{(l+3R)(3R+l) - (l-3R)(3R+l)}{(3R+l)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{-3R - l + l - 3R}{(3R+l)^2}$$

$$\frac{1}{6R} \frac{3Rl - l^2}{(3R+l)} = \frac{1}{6R} \frac{(3R+l)(3R-2l) - (3Rl - l^2)}{(3R+l)^2}$$

$$gR^2 - 6Rl + 3Rl - 2l^2 - 3Rl + l^2$$

$$gR^2 - 6Rl - l^2$$

$$1) F_1 = k \frac{Qq}{3Rl}$$

$$2) dq = q \cdot \frac{l}{R}$$

$$3) F_i = k \frac{Q \cdot dq}{(3R+de)^2} = k \frac{Qq \cdot l}{R \cdot (3R+l)^2}$$

$$4) F_2 = \int_0^R \frac{kQq \cdot l}{R \cdot (3R+l)^2} \cdot de =$$

$$= \frac{kQq \cdot l}{R} \int_0^R \frac{1}{(3R+l)^2} \cdot de$$

$$gR^2 - 6Rl + 3Rl - 2l^2 - 3Rl + l^2$$

$$gR^2 - 6Rl - l^2$$

черновик чистовик

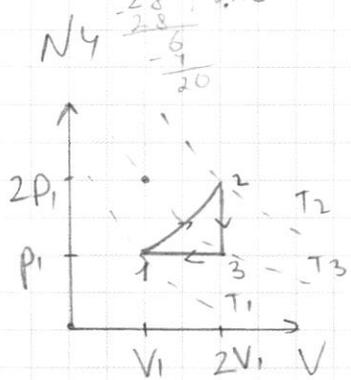
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

26 - 3.14 = 22.86

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) $Q = A_{21} + \Delta U_{21}$
 $\Delta U_{21} = \frac{3}{2} (2p_1 \cdot 2V_1 - p_1 \cdot V_1) = \frac{3}{2} \cdot 3p_1 V_1 = \frac{9}{2} p_1 V_1$
 $A_{21} = V_1 \cdot p_1 + V_1 \cdot p_1 - \pi p_1 V_1 \cdot \frac{1}{4} = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$
 $Q = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4} + \frac{9}{2}) = p_1 V_1 (\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}) =$
 $= p_1 V_1 \frac{26 - \pi}{4} \approx 5.72 p_1 V_1$

2) $A = A_{21} + A_{32} + A_{13} = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) + 0 - p_1 V_1 = p_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4}) =$
 $= p_1 V_1 \cdot \frac{4 - \pi}{4} = p_1 V_1 \cdot \frac{0.86}{4} \approx 0.22 p_1 V_1$

3) $\eta = \frac{A}{Q_{max}} = \frac{A}{Q} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} = \frac{0.86}{22.86} = \frac{86}{2286} \approx 3.8\%$

$\times \frac{5.72}{4}$
22.88

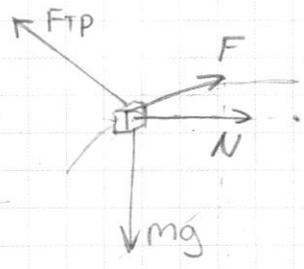
$\times \frac{0.86}{4}$
0.88

4300 | 1143
- 3429 | 0.0376
8710
- 8001
7090
- 6858

4300 | 1143
0.0

$\times 1143$
376
+ 6858
+ 8001
3429
429768

$\times 224$
224
+ 896
+ 448
448
176



$\times 22$
22
44
44
48

1) $P = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2} = 2mg$
 2) $N = ma$
 3) $F_{тр}^2 = F^2 + m^2 g^2$

$H = \beta r + \frac{g r^2}{2}$

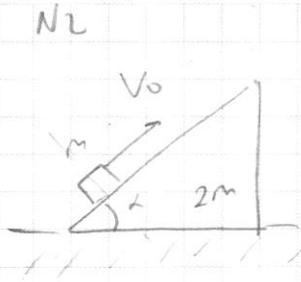
$\times 227$
2.17
2.17
1519
217
4.7089
 $\times 227$
1589
454
5.1529

$\frac{10 \cdot 9}{2}$
224
3
672

$\frac{2 \cdot 1800}{1} = 60$

$-60 + \sqrt{3600 + 20 \cdot 45} = \sqrt{3600 + 900} - 60 = \sqrt{4500} - 60 =$
 $= \frac{\sqrt{45 \cdot 100} - 60}{10} = \sqrt{45} - 6 = 3\sqrt{5} - 6$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1) m v_0 \cos \alpha = 3m \cdot v$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m v^2}{2} + mgh$$

$$\frac{kQq}{R} \cdot \left(\frac{-1}{3R+l} \Big|_0^R \right) =$$

$$= \frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{3R+l}$$

$$N \geq \underline{mg \cos \alpha}$$

$$\mu N \geq F_{\text{тр}} = mg \cos \alpha$$

$$N + mg \sin \alpha = \frac{v^2}{R} m$$

$$\frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha = \frac{v^2}{R}$$

$$g \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right) =$$

$$= gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \right) =$$

$$\sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{5}{4} + 1 \right)} = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{5\sqrt{2}}$$

$$-\frac{1}{3R+l} =$$

$$-1 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{(3R+l)^2} \cdot 1$$

$$2.2 \cdot \frac{1.2}{1.2} = 2.2$$

$$1.4 \cdot \frac{1.4}{1.4} = 1.4$$

$$5 \cdot 1.44 = 7.2$$

$$2.6 \cdot \frac{2.6}{2.6} = 2.6$$

$$27 \cdot \frac{27}{27} = 27$$

$$f(l) = \frac{-1}{3R+l}$$

$$\frac{1}{(3R+l)^2}$$

$$3.99 - \frac{1}{(3R+l)} = -1 \cdot (-1)$$

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{1}{3R+l} \right) =$$

$$-1 \cdot \frac{1}{(3R+l)^2}$$

$$dq = l \cdot \frac{q}{R} \cdot \frac{1}{(3R+l)^2}$$

$$F_2 = \int_0^R k \frac{Qq}{R(3R+l)^2} dl$$

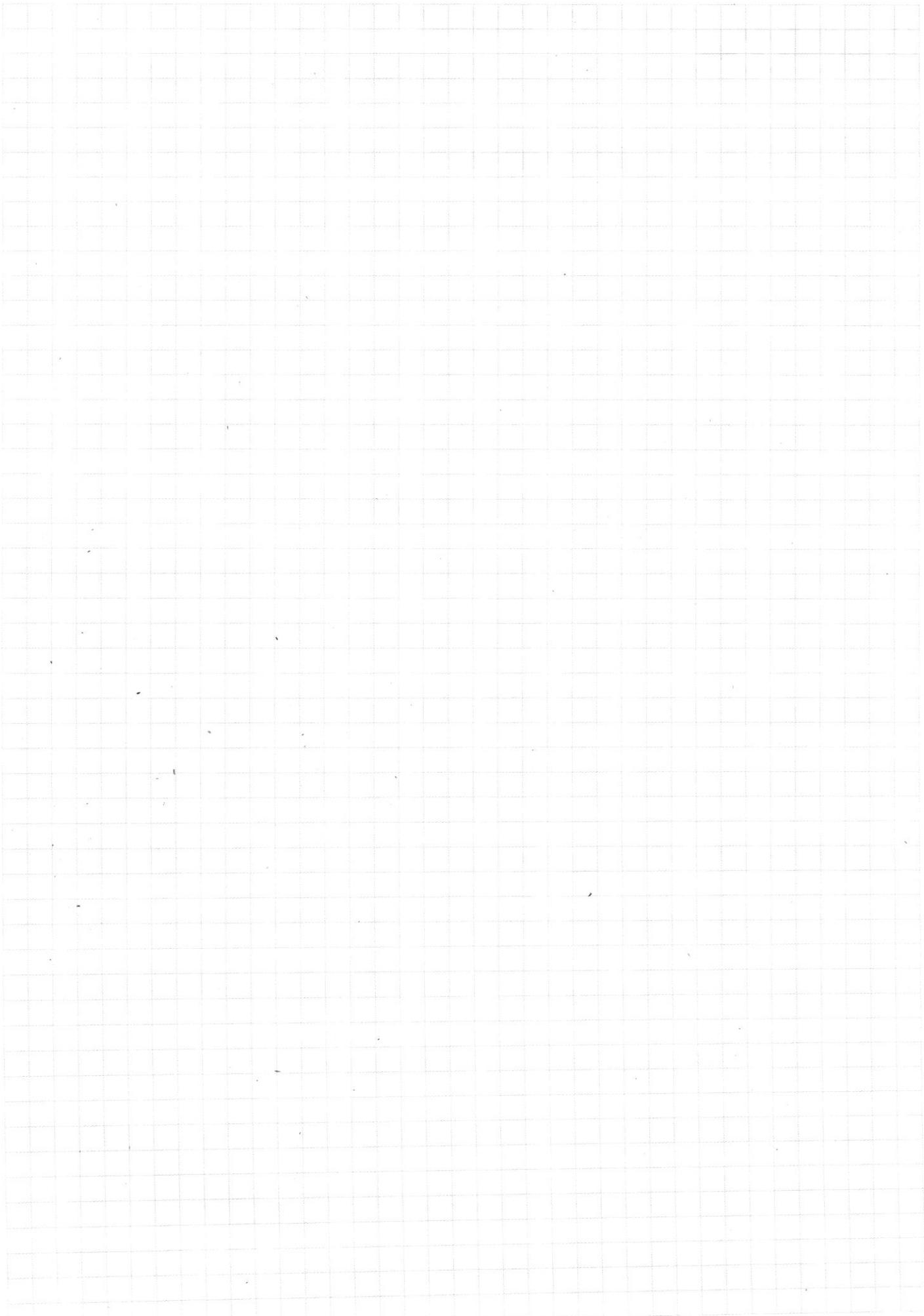
$$x' (3R+l) - x = 0$$

$$x = x' (3R+l)$$

$$x' = 3R+l$$

$$k \frac{Q dl q}{R (3R+l)^2}$$

$$f'(l) = -1 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{(3R+l)^2} \cdot 1 = \frac{1}{(3R+l)^2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

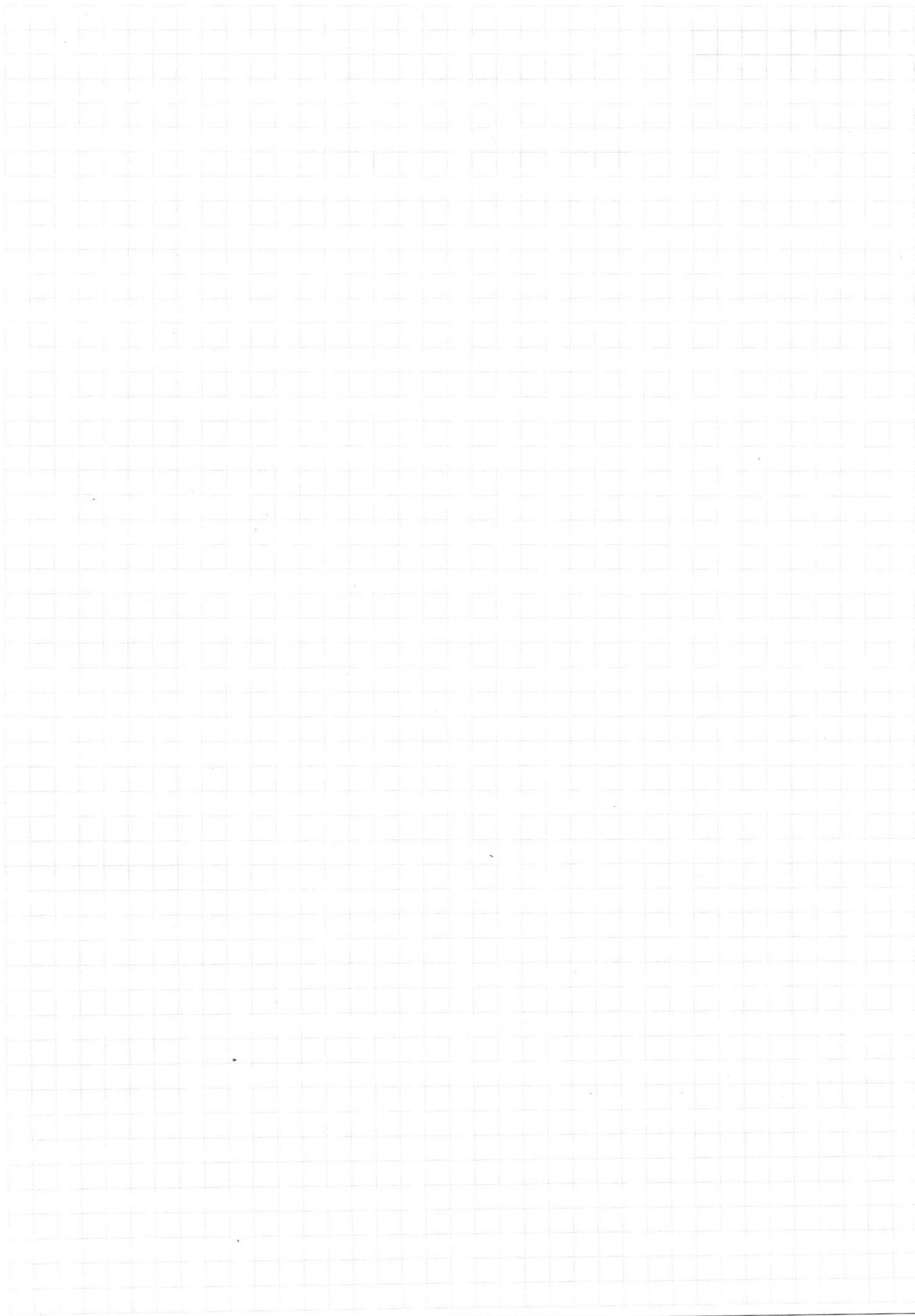
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)