

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

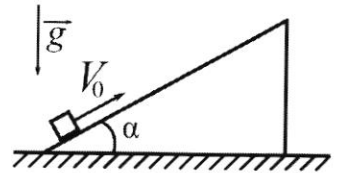
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

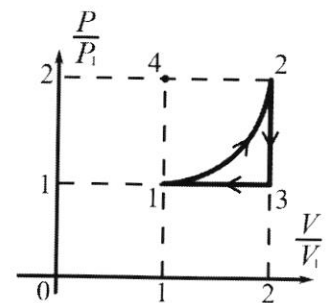
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объем V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

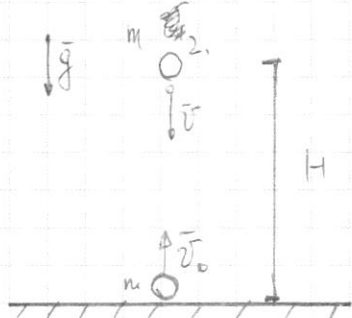
$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Дж}$$

Найти:
1) H
2) T

Решение:



1) Введём ось Ox ↑ поверхности земли. После работы двигателя тело имеет ~~скорость~~ скорость v_0 , направленную вертикально вверх. Движение тела равноускоренное, ускорение по модулю равно g . Запишем зависимость скорости от времени при РУД:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t. \text{ В проекции на } Ox: v(t) = v_0 - gt.$$

В высшей точке траектории скорость тела равна 0.

$$\Rightarrow 0 = v_0 - gt. \Rightarrow gt = v_0. \text{ По формуле перемещения}$$

$$\text{при РУД: } \vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \text{ В проекции на } Ox:$$

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} & (1) \\ v_0 = gt & (2) \end{cases}$$

Подставим (2) в (1): $H = \cancel{v_0} gt - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$.

$$\Rightarrow H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м.}$$

2) По определению кин. энергии тела $K = \frac{mv^2}{2}$. Т.к. скорости всех осколков одинакова, $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$. Быстрее всех примет осколок, скорость которого направлена вниз. По формуле перемещения при РУД: $\vec{s}(t) = \vec{v}_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

В проекции на Ox : $-H = -vT - \frac{gT^2}{2} \Rightarrow H = vT + \frac{gT^2}{2}$.

$$\Rightarrow 2H = 2vT + gT^2 \Rightarrow gT^2 + 2vT - 2H = 0. \Delta = (2v)^2 - 4(g \cdot (-2H)) =$$

$$= 4v^2 + 8gH. \Rightarrow T = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} = \frac{-2\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g}$$

$$T = \frac{-2v - \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} \sim \text{не подходит, } < 0.$$

$$\Rightarrow T = \frac{-2\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} + \sqrt{4 \cdot \frac{1800}{1}} + 8 \cdot 10 \cdot 45}{2 \cdot 10} = \frac{-120 + \sqrt{18000}}{20} = \frac{60 \cdot 25 - 120}{20} = \frac{1380}{20} = 69 \text{ с.}$$

№1. Продолжение:

Ответ: 1) $\frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$

2) $\frac{-2\sqrt{\frac{2gk}{m}} + \sqrt{8\frac{k}{m} + 8gh}}{2g} = 0,75 \text{ с}$

№4

Дано:

$P_1, V_1,$

$\nu = 1 \text{ моль}$

1-1 - дурачок от с центром в Т.Ч.

Найти:

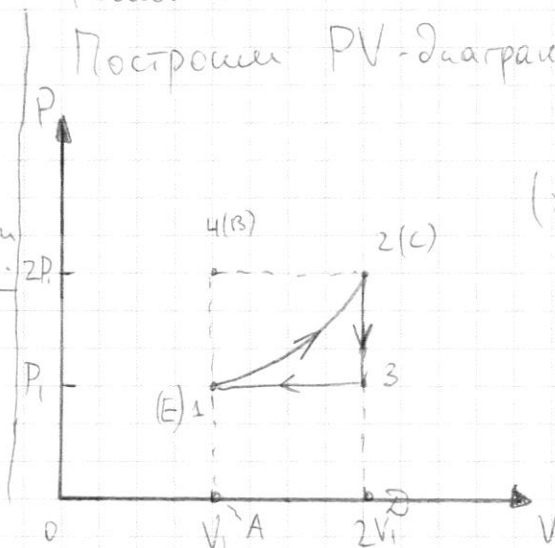
1) Q_{12}

2) A

3) η

Решение:

Построим PV-диаграмму: 1) Заменим I начало термодинамики для процесса 1-2:



(*) $\Delta U_{12} = Q_{12} - A_{12}$, где ΔU_{12} - изменение внутренней энергии газа, Q_{12} - количество теплоты, а A_{12} - работа.

По определению $\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$.

По закону Менделеева-Клапейрона

для процесса 1-2: $P_2 V_2 - P_1 V_1 = \nu R \Delta T \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} P_1 V_1$.

Работа газа есть площадь под графиком $P(V)$. Для процесса 1-2 эта площадь равна ~~разности~~ $S_{ABCD} - S_{EBC}$.

Фигура ABCD - прямоугольник, его площадь равна ~~(2V1 - V1) * 2P1~~ $A D \cdot D C =$

$= (2V_1 - V_1) (2P_1) = 2P_1 V_1$. Фигура EBC - сектор ромба с диагоналями V_1 и P_1 . [E] площадь равна четверти площади ромба, т.е. $\frac{1}{4} \cdot \pi P_1 V_1$

$\Rightarrow A_{12} = 2P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$

U_3 (*) $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) = P_1 V_1 (\frac{3}{2} + 2 - \frac{\pi}{4}) = P_1 V_1 (\frac{9}{2} + 2 - \frac{\pi}{4}) = 5,715 P_1 V_1$

2) $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$.

Процесс 2-3 - изохорный, $\Rightarrow A_{23} = 0$. Процесс 3-1 - изобарный, $\Rightarrow A_{31} = P_1 \Delta V =$

$= P_1 (V_3 - V_1) = P_1 (V_1 - 2V_1) = -P_1 V_1 \Rightarrow A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) + 0 - P_1 V_1 = P_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Задание 1. Проблемное.~~

Ответ: 1) $4,5 \text{ м}$ 2) $0,75 \text{ с}$.

Реш. Продолжение:

$$= P_1 V_1 (1 - 0,785) = 0,215 P_1 V_1$$

3) По определению $\eta = \frac{Q_H + Q_X}{Q_H}$. $Q_H = Q_{12}$. $Q_X = Q_{23} + Q_{31}$

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}}$$

т.к. при
процессе 1-2
температура
увелич.

т.к. при процессах
2-3 и 3-1 темп.
уменьшается.

Запишем первое начало термодинамики для процесса 2-3:

$$\Delta U_{23} = Q_{23} - A_{23} . A_{23} = 0, \text{ т.к. процесс изохорный.}$$

$$\Rightarrow Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{23} \text{ По закону Менделеева-Клапейрона:}$$

$$P_3 V_3 - P_2 V_2 = \nu R \Delta T_{23} . (P_3 V_3 = \nu R T_3; P_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow P_3 V_3 - P_2 V_2 = \nu R \Delta T_{23})$$

$$\Rightarrow 2 P_1 V_1 - 4 P_1 V_1 = -2 P_1 V_1 = \nu R \Delta T_{23} .$$

$$\Rightarrow Q_{23} = \frac{i}{2} \cdot (-2) P_1 V_1 = -i P_1 V_1 .$$

Запишем первое начало термодинамики для процесса 3-1:

$$\Delta U_{31} = Q_{31} - A_{31} \Rightarrow Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -P_1 V_1 + \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31} .$$

По закону Менделеева-Клапейрона: $P_3 V_3 = \nu R T_3$

$$P_1 V_1 - P_3 V_3 = P_1 V_1 - 2 P_1 V_1 = -P_1 V_1 = \nu R \Delta T_{31} \Rightarrow P_1 V_1 - P_3 V_3 = -P_1 V_1 = \nu R (T_1 - T_3)$$

$$\Rightarrow Q_{31} = -P_1 V_1 + \frac{i}{2} \cdot (-P_1 V_1) = -P_1 V_1 - \frac{i}{2} P_1 V_1 = -2,5 P_1 V_1 .$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}} = \frac{5,715 P_1 V_1 + P_1 V_1 (-1) + (-2,5 P_1 V_1)}{5,715 P_1 V_1} = \frac{P_1 V_1 \cdot 0,215}{5,715 P_1 V_1} \approx$$

$$\approx 0,037 \text{ . } \eta \% = 0,037 \cdot 100 = 3,7\%$$

Ответ: 1) $5,715 P_1 V_1$; 2) $0,215 P_1 V_1$; 3) $3,7\%$

$\sqrt{3}$

Дано:

$$\bar{P} = 2\bar{F}_T$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\mu = 0,8$$

$$R = 1 \text{ м}$$

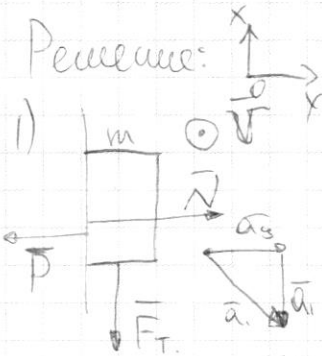
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

1) a

2) v_{min}

Решение:



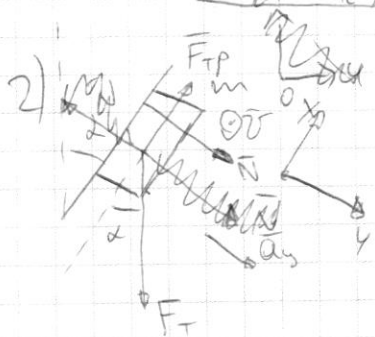
Пусть масса модки равна m . Рассмотрим силы, действующие на модку в некоторой точке ее траектории. Пусть введем оси x и y \parallel и \perp ей соответственно. Проекции: $\bar{F}_T = m\bar{g}$. $|\bar{P}| = |\bar{F}_T| \Rightarrow |\bar{P}| = 2mg$, $\bar{N} = -\bar{P} \Rightarrow |\bar{N}| = |\bar{P}| = 2mg$.

Тело движется по окружности равномерно $\Rightarrow \bar{a} = \bar{a}_c$ (центростремительное).
 \Rightarrow по II закону Ньютона в проекции на Ox :
 $\bar{N} = m\bar{a}_y$
 $\Rightarrow ma_y = 2mg$, $\Rightarrow a_y = 2g$. В проекции на Ox :

$$m\bar{a}_x = \bar{F}_T \Rightarrow ma_x = mg \Rightarrow a_x = g \Rightarrow \text{Потеереште пифагора}$$

$$\text{в } \Delta \text{ ускорений } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{g^2 + 4g^2} = \sqrt{5g^2} = g\sqrt{5} \approx 22,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найдем сначала минимальное центростремительное ускорение при котором в высшей точке траектории модка упадет. Выберем ось x \parallel и-ти сферы и ось y \perp ей.



По II закону Ньютона в проекции на ось Oy :
 $F_T \sin \alpha - N = ma_y \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha + N = ma_y \\ \mu N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$
 $Ox: F_{Tp} - F_T \cos \alpha = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_{y \text{ min}} \\ N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} \end{cases} \Rightarrow mg \sin \alpha + \frac{mg \cos \alpha}{\mu} = ma_{y \text{ min}}$$

$$\Rightarrow g \sin \alpha + \frac{g \cos \alpha}{\mu} = a_{y \text{ min}}$$

Из формул для $P_{\text{ц}} \Delta$ по окружности: $a_y = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{R a_y}$
 $= \sqrt{R g (\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{\mu})} = \sqrt{1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - \frac{1}{0,8})} = \sqrt{1,25 \sqrt{2}} \approx 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: 1) $g\sqrt{5} \approx 22,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 2) $\sqrt{Rg(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{\mu})} = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Условие:
 Q, R
 $r = 3R, q$
 Найти:
 1) F_1
 2) F_2

Решение:

Напряжённость равномерно заряженной сферы равна $E = k \cdot \frac{Qr}{R^3}$
 где Q - заряд сферы, R - её радиус, r - радиус от центра до центра сферы.

$\Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{E}q$. В проекции на ось Ox // линии, соединяющей центр сферы и заряд q :

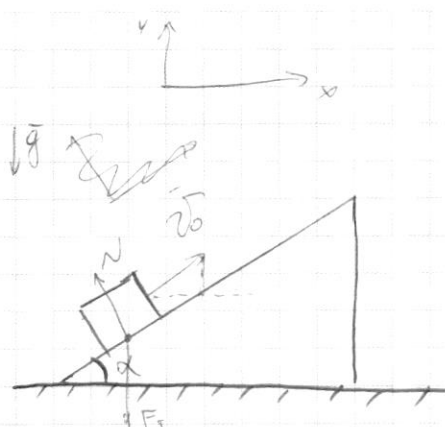
$$F_1 = \frac{Qr}{R^3} \cdot q = \frac{Q \cdot 3R}{R^3} \cdot q = \frac{3Qq}{R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{3Qq}{R^2}$

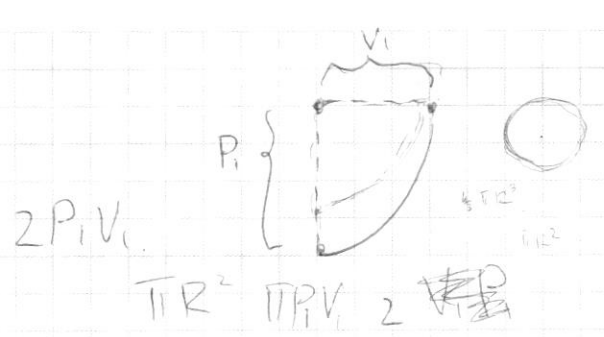


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



2-π

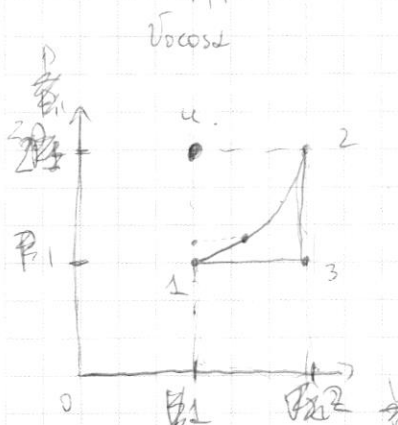


$$4P_1V_1 - P_1V_1 = VR \Delta T$$

$$3P_1V_1 = VR \Delta T$$

$$\Rightarrow 4,5P_1V_1 = \frac{3}{2}VR \Delta T$$

$$(V - V_1)^2 + (2P_1 - P)^2 = R^2$$



$$\Delta U = Q - A$$

$$4,5P_1V_1 + \pi P_1V_1 = P_1V_1 \cdot (4,5 + \pi) = P_1V_1 \cdot 7,64$$

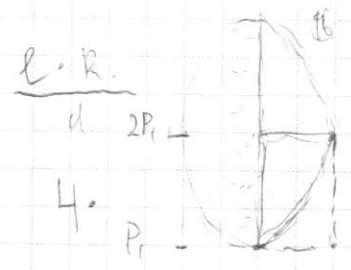
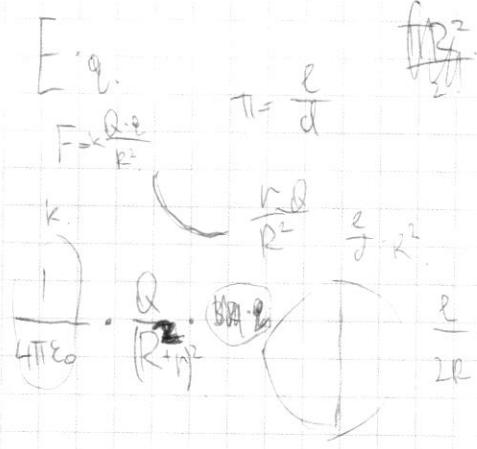
$$\left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 + \left(2 - \frac{P}{P_1}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 + \left(2 - \frac{P}{P_1}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 2\frac{V}{V_1} + 1 + 4 - \frac{4P}{P_1} + \left(\frac{P}{P_1}\right)^2 = 1$$

$$\frac{V^2}{V_1^2} - 2\frac{V}{V_1} + \frac{P^2}{P_1^2} - 4\frac{P}{P_1} = -4$$

$$V^2P_1^2 - 2VP_1^2V_1 + P^2V_1^2 - 4PP_1V_1^2 = -4P_1^2V_1^2$$



$$4\pi V_1 P_1$$

$$\frac{\pi V_1 P_1}{2}$$

$$2P_1V_1$$

$$4,5P_1V_1 + \pi P_1V_1 = P_1V_1 \cdot (4,5 + \pi) = P_1V_1 \cdot 7,64$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v(T) = v_0 - gT = 0$
 $v_0 = gT$
 $H = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$
 $\Rightarrow H = gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$

$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3600}{2}} = 60 \text{ м/с}$
 $t = \frac{v}{g} = \frac{60}{10} = 6 \text{ с}$
 $H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 60 \cdot 6 - \frac{10 \cdot 36}{2} = 360 - 180 = 180 \text{ м}$
 $H = h + H = 180 + 45 = 225 \text{ м}$
 $H = \frac{gt^2}{2}; \frac{2H}{g} = t^2$
 $\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{450}{10}} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ с}$

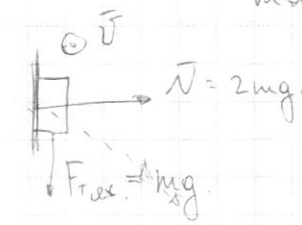
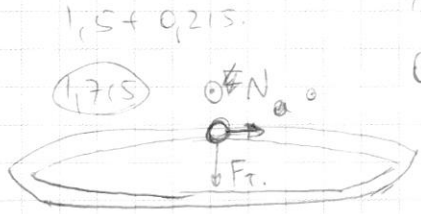
$H = vT + \frac{gT^2}{2}; 2H = 2vT + gT^2$
 $gT^2 + 2vT - 2H = 0$
 $D = 4v^2 + 8gH$
 $\Rightarrow T = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g}$
 $= \frac{-2 \cdot 60 + \sqrt{14400 + 3600}}{20} = \frac{-120 + \sqrt{18000}}{20} = \frac{-120 + 10\sqrt{180}}{20}$

$\frac{3}{2}(-2P_{IV}) = -3P_{IV}$
 $22,5$
 $2,2$
 $2,3$
 44
 46
 $52,9$
 $48,4$
 $43,1145$
 450
 $50,625$
 $3,14 | 4$
 $34 | 4$
 $28 | 78,5$
 $34 | 78,5$
 4
 $31 - 0$
 $0,785$
 785
 4
 $31 - 0$
 6500
 785
 5715
 33
 53425
 $2P_{IV} - \frac{\pi}{4}P_{IV}$
 $-6,5$
 $0,785$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{0} \quad 3. \quad \begin{array}{r} 2,5 \\ - 0,785 \\ \hline 1,715 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,715 \\ - 1,715 \\ \hline 4 \end{array}$$

1 - 1,5 - 3.



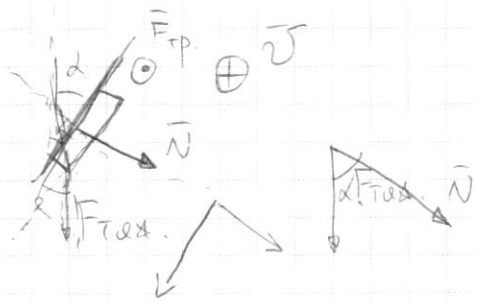
$ma = 2mg.$
 $a = 2g.$

$$\begin{array}{r} -3,5 \\ + 3,5 \\ + 0,785 \\ \hline 4,285 \end{array}$$

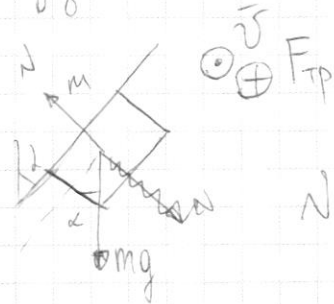
$a_y = \frac{v^2}{R}.$

$v = \sqrt{R a_y}$
 $\mu = v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}.$
 $H = v \cos \alpha T.$

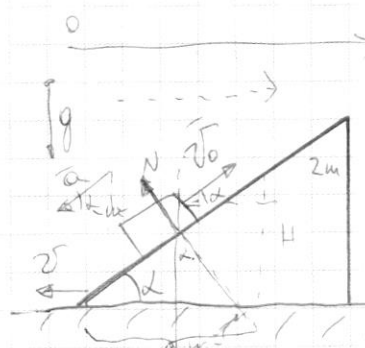
$$\begin{array}{r} 86 \overline{) 1143} \\ 2 \quad 0,0 \\ \hline 860 \\ \hline 8600 \end{array}$$



$mg \sin \alpha = N. \Rightarrow F_{TP} = \mu mg \sin \alpha.$



$$\begin{cases} \mu = v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2} \\ H \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = v \cos \alpha T - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha T^2}{2} \end{cases}$$



$N = mg \cos \alpha.$
 $mg \cos \alpha = N.$
 $mg \sin \alpha = ma.$

$L = H \cos \alpha.$
 $H = \frac{v T}{2} - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}.$
 $v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}.$
 $\begin{cases} \mu = v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2} \\ L = v \cos \alpha T - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha T^2}{2} \end{cases}$

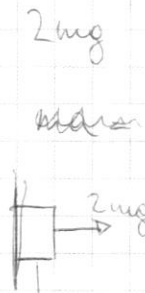
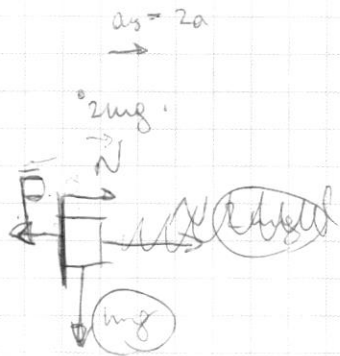
$mg \sin \alpha = ma.$
 $a = g \sin \alpha.$
 $a = g \sin^2 \alpha.$

$L = H \cos \alpha.$
 $g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha.$

$$\begin{array}{r} 430 \\ - 5715 \\ \hline 0,43 \\ \hline 5,715 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5715 \\ - 55 \\ \hline 1143 \\ + 0,785 \\ \hline 4,5 \\ \hline 5,285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1143 \\ - 4 \\ \hline 86 \\ \hline 1143 \end{array}$$



$$F = ma$$

$$2mg = ma$$

$$a = 2g$$



$$a_y = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = R \cdot a_y$$

$$mg\sqrt{2} - P = a_y$$

$$v^2 = R(mg\sqrt{2} - P)$$

$$F - F_{TP} = ma$$

$$v^2 = (mg\sqrt{2} - P)R$$

$$F_{TP} = mg \cos \alpha = \mu N$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$ma = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha$$

$$a = \frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{R \cdot \left(\frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha \right)}$$

$$v = \sqrt{1 \cdot \left(\frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2,6} + 5\sqrt{2} \right)}$$

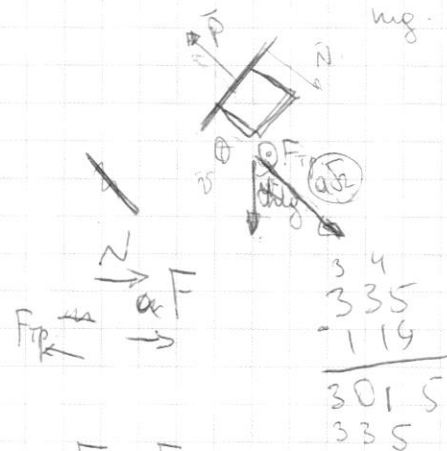
$$\sqrt{11,25 \sqrt{2}}$$

$$33,5 \sqrt{2}$$

$$\frac{9}{4} \cdot 10 \cdot \frac{5}{2} \sqrt{2} = \frac{45\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{18,9}{8} = \frac{9}{4}$$



34
335
- 119

3015
335

34865

225
225

1025

213
213

69

1125 144
18

24

46
46

29

24
24

48

48
48

576

32
32

64

136
136

10256

169
96

1024

$\frac{100}{16} = \frac{25}{4} = 6,25$

33
33

1029

8
119

1071
119

119161

78
119

1611
119

119

(1-μ)

14
14

56
14

196

225
225

1125
450

450
50625

11
11

2

12
12

144
11

121