

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

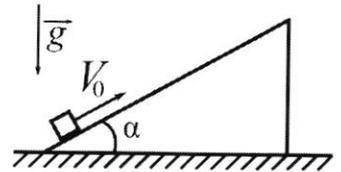
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

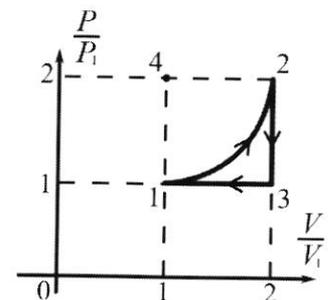
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объем V_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

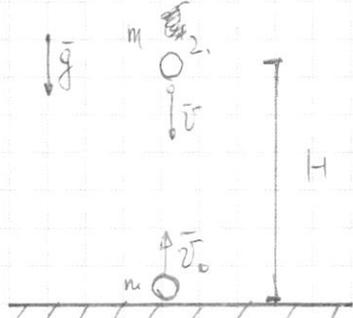
$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Дж}$$

Найти:
1) H
2) T

Решение:



1) Введём ось Ox ↑ поверхности земли. После работы двигателя тело имеет ~~скорость~~ v_0 , направленную вертикально вверх. Движение тела равноускоренное, ускорение по модулю равно g . Запишем зависимость скорости тела от времени при РУД:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t. \quad \text{В проекции на } Ox: \quad v(t) = v_0 - gt.$$

В высшей точке траектории скорость тела равна 0.

$$\Rightarrow 0 = v_0 - gt. \Rightarrow gt = v_0. \quad \text{По формуле перемещения}$$

при РУД ~~при РУД~~: $\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{at^2}{2}$. В проекции на Ox :

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} & \text{①} \\ v_0 = gt & \text{②} \end{cases}$$

Подставим ② в ①: $H = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{g \frac{v_0^2}{g^2}}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$

$$\Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м.}$$

2) По определению кин. энергии тела $K = \frac{mv^2}{2}$. Т.к. скорости всех осколков одинакова, $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$. Быстрее всех примет осколок, скорость которого направлена вниз. По формуле перемещения при РУД: $\vec{s}(t) = \vec{v}_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

В проекции на Ox : $-H = -vT - \frac{gT^2}{2} \Rightarrow H = vT + \frac{gT^2}{2}$

$$\Rightarrow 2H = 2vT + gT^2 \Rightarrow gT^2 + 2vT - 2H = 0. \quad D = (2v)^2 - 4(g \cdot (-2H)) =$$

$$= 4v^2 + 8gH. \Rightarrow T = \frac{-2v + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} = \frac{-2\sqrt{\frac{2K}{m}} + \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g}$$

$$T = \frac{-2v - \sqrt{4v^2 + 8gH}}{2g} \sim \text{не подходит, } < 0.$$

$$\Rightarrow T = \frac{-2\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} + \sqrt{4 \cdot \frac{1800}{1} + 8 \cdot 10 \cdot 45}}{2 \cdot 10} = \frac{-120 + \sqrt{18000}}{20} = \frac{60 \cdot 25 - 120}{20} = \frac{1380}{20} = 69 \text{ с.}$$

№1. Продолжение:

Ответ: 1) $\frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$

2) $\frac{-2\sqrt{\frac{2gk}{m}} + \sqrt{8\frac{k}{m} + 8gh}}{2g} = 0,75 \text{ с}$

№4

Дано:

$P_1, V_1,$

$\nu = 1 \text{ моль}$

1-1 - дурачок от с центром в Т.Ч.

Найти:

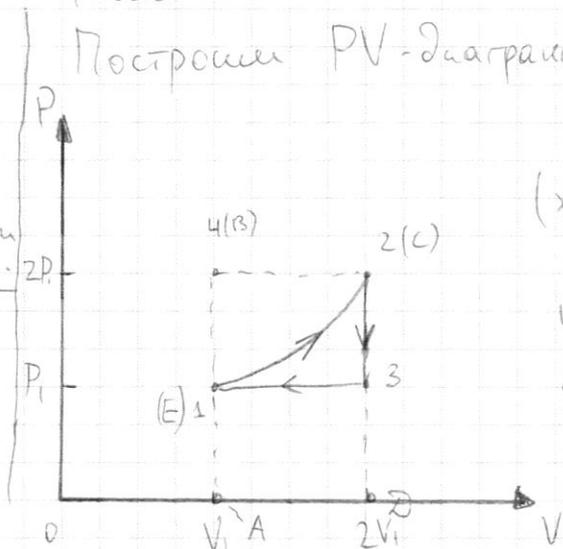
1) Q_{12}

2) A

3) η

Решение:

Построим PV-диаграмму: 1) Заменим I начало термодинамики для процесса 1-2:



(*) $\Delta U_{12} = Q_{12} - A_{12}$, где ΔU_{12} - изменение внутренней энергии газа, Q_{12} - количество теплоты, а A_{12} - работа.

По определению $\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$.

По закону Менделеева-Клапейрона

для процесса 1-2: $P_2 V_2 - P_1 V_1 = \nu R \Delta T \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} P_1 V_1$.

Работа газа есть площадь под графиком $P(V)$. Для процесса 1-2 эта площадь равна $S_{ABCD} - S_{EBC}$.

Фигура ABCD - прямоугольник, его площадь равна $(2V_1 - V_1) \cdot 2P_1 = 2P_1 V_1$.

Фигура EBC - сектор ромба с диагоналями V_1 и P_1 . Её площадь равна четверти площади ромба, т.е. $\frac{1}{4} \cdot \pi P_1 V_1$.

$\Rightarrow A_{12} = 2P_1 V_1 - \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$

U_3 (*) $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) = P_1 V_1 (\frac{3}{2} + 2 - \frac{\pi}{4})$

$= P_1 V_1 (\frac{9}{2} + 2 - \frac{\pi}{4}) = 5,715 P_1 V_1$

2) $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$.

Процесс 2-3 - изохорный, $\Rightarrow A_{23} = 0$. Процесс 3-1 - изобарный, $\Rightarrow A_{31} = P_1 \Delta V =$

$= P_1 (V_3 - V_1) = P_1 (V_1 - 2V_1) = -P_1 V_1 \Rightarrow A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = P_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) + 0 - P_1 V_1 = P_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Задание 1. Проблемное.~~

Ответ: 1) $4,5 \text{ м}$ 2) $0,75 \text{ с}$.

Реш. Продолжение:

$$= P_1 V_1 (1 - 0,785) = 0,215 P_1 V_1$$

3) По определению $\eta = \frac{Q_H + Q_X}{Q_H}$

$$Q_H = Q_{12}, \quad Q_X = Q_{23} + Q_{31}$$

т.к. при
процессе 1-2
температура
увелич.

т.к. при процессах
2-3 и 3-1 темп.
уменьшается.

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}}$$

Запишем первое начало термодинамики для процесса 2-3:

$$\Delta U_{23} = Q_{23} - A_{23}, \quad A_{23} = 0, \text{ т.к. процесс изохорный.}$$

$$\Rightarrow Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{23} \text{ По закону Менделеева-Клапейрона:}$$

$$P_3 V_3 - P_2 V_2 = \nu R \Delta T_{23}, \quad (P_3 V_3 = \nu R T_3; P_2 V_2 = \nu R T_2, \Rightarrow P_3 V_3 - P_2 V_2 = \nu R \Delta T_{23})$$

$$\Rightarrow 2 P_1 V_1 - 4 P_1 V_1 = -2 P_1 V_1 = \nu R \Delta T_{23}$$

$$\Rightarrow Q_{23} = \frac{i}{2} \cdot (-2) P_1 V_1 = -i P_1 V_1$$

Запишем первое начало термодинамики для процесса 3-1:

$$\Delta U_{31} = Q_{31} - A_{31}, \Rightarrow Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -P_1 V_1 + \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31}$$

По закону Менделеева-Клапейрона: $P_3 V_3 = \nu R T_3$

$$P_1 V_1 - P_3 V_3 = P_1 V_1 - 2 P_1 V_1 = -P_1 V_1 = \nu R \Delta T_{31}, \quad P_1 V_1 = \nu R T_1, \Rightarrow P_1 V_1 - P_3 V_3 = \nu R (T_1 - T_3)$$

$$\Rightarrow Q_{31} = -P_1 V_1 + \frac{i}{2} \cdot (-P_1 V_1) = -P_1 V_1 (1 + \frac{i}{2}) = -2,5 P_1 V_1$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}} = \frac{5,715 P_1 V_1 + P_1 V_1 (1 - i) - 2,5 P_1 V_1}{5,715 P_1 V_1} = \frac{P_1 V_1 \cdot 0,215}{5,715 P_1 V_1} \approx$$

$$\approx 0,037 \cdot 100 = 3,7\%$$

Ответ: 1) $5,715 P_1 V_1$; 2) $0,215 P_1 V_1$; 3) $3,7\%$

$\sqrt{3}$

Дано:

$$\bar{P} = 2\bar{F}_T$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\mu = 0,8$$

$$R = 1 \text{ м}$$

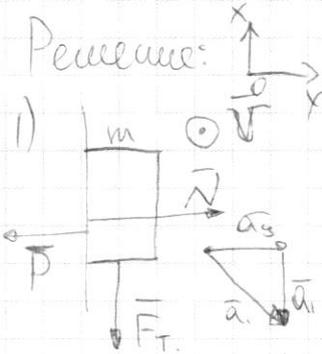
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

1) a

2) v_{min}

Решение:



Пусть масса модки равна m . Рассмотрим силы, действующие на модку в некоторой точке ее траектории. Пусть введем оси x и y \parallel и \perp ей соответственно. Проекции: $\bar{F}_T = m\bar{g}$. $|\bar{P}| =$

$$= |F_T| \Rightarrow |P| = 2mg, \quad \bar{N} = -\bar{P} \Rightarrow |N| = |P| = 2mg.$$

Тело движется по окружности равномерно $\Rightarrow \bar{a} = \bar{a}_y$ (касательная к окружности)

\Rightarrow по II закону Ньютона в проекции на Ox :

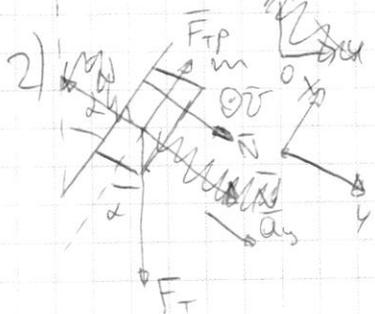
$$\bar{N} = m\bar{a}_y \Rightarrow ma_y = 2mg, \Rightarrow a_y = 2g. \quad \text{в проекции на } Ox:$$

$$m\bar{a}_x = \bar{F}_T \Rightarrow ma_x = mg \Rightarrow a_x = g. \Rightarrow \text{По теореме Пифагора}$$

$$\text{в } \Delta \text{ ускорения } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{g^2 + 4g^2} = \sqrt{5g^2} = g\sqrt{5} \approx$$

$22,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ Найдем сначала минимальное центростремительное ускорение при котором в высшей точке траектории модка упадет.

Выберем ось x \parallel к стене сферы и ось y \perp ей.



По II закону Ньютона в проекции на ось Oy :

$$F_T \sin \alpha - N = ma_y \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha + N = ma_y \\ \mu N - \frac{mg \cos \alpha}{\mu} = 0 \end{cases}$$

$$Ox: F_{TP} - F_T \cos \alpha = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg \sin \alpha + \mu N = ma_y \\ N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} \end{cases} \Rightarrow mg \sin \alpha + \frac{mg \cos \alpha}{\mu} = ma_{y \text{ min}}$$

$$\Rightarrow g \sin \alpha + \frac{g \cos \alpha}{\mu} = a_{y \text{ min}}$$

Из формул для P по окружности: $a_y = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{R a_y} =$

$$= \sqrt{R g \left(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)} = \sqrt{1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{1}{0,8} \right)} = \sqrt{1,25 \sqrt{2}} \approx 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 1) $g\sqrt{5} \approx 22,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 2) $\sqrt{Rg \left(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)} \approx 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Условие:
 Q, R
 $r = 3R, q$
 Найти:
 1) F_1
 2) F_2

Решение:

Напряжённость равномерно заряженной сферы равна $E = \frac{Qr}{R^3}$
 где Q - заряд сферы, R - её радиус, r - радиус от заряда до центра сферы.

$\Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{E}q$. В проекции на ось Ox // линии, соединяющей центр сферы и заряд q :

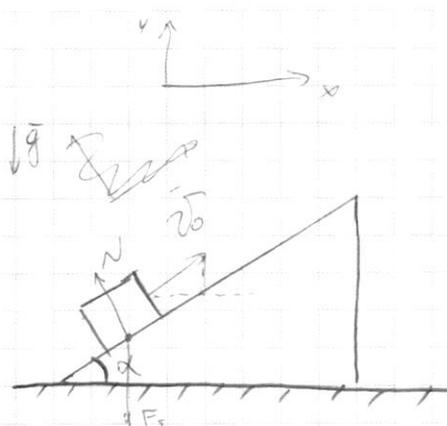
$$F_1 = \frac{Qr}{R^3} \cdot q = \frac{Q \cdot 3R}{R^3} \cdot q = \frac{3Qq}{R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{3Qq}{R^2}$

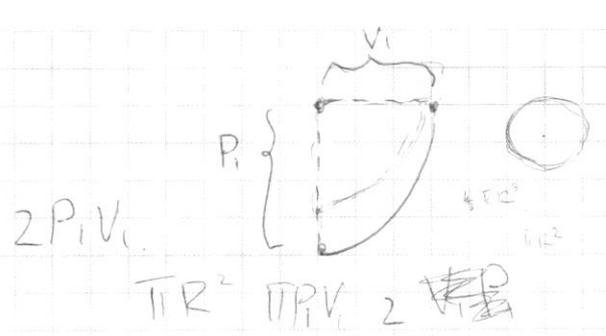


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



2-π

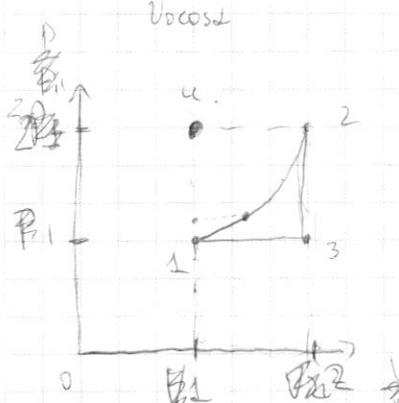


$$4P_1V_1 - P_1V_1 = VR\Delta T$$

$$3P_1V_1 = VR\Delta T$$

$$\Rightarrow 4,5P_1V_1 = \frac{3}{2}VR\Delta T$$

$$(V - V_1)^2 + (2P_1 - P)^2 = R^2$$



$$P\Delta V = \Delta U + A$$

$$4,5P_1V_1 + \pi P_1V_1 = P_1V_1 \cdot (4,5 + \pi) = P_1V_1 \cdot 7,64$$

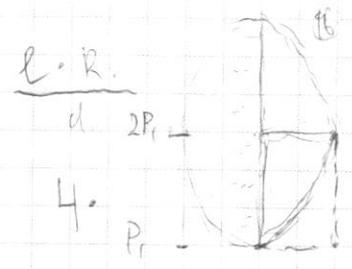
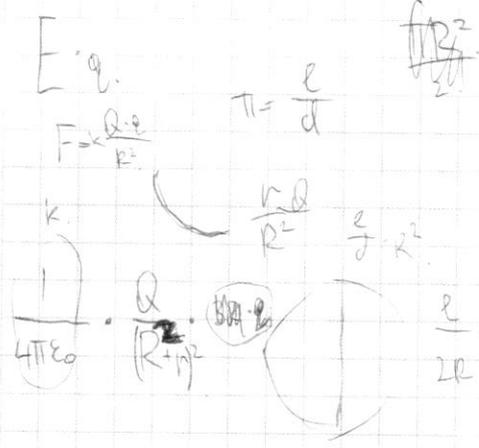
$$\left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 + \left(2 - \frac{P}{P_1}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 + \left(2 - \frac{P}{P_1}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 2\frac{V}{V_1} + 1 + 4 + \left(\frac{P}{P_1}\right)^2 - 4\frac{P}{P_1} = 1$$

$$\frac{V^2}{V_1^2} - 2\frac{V}{V_1} + \frac{P^2}{P_1^2} - 4\frac{P}{P_1} = -4$$

$$V^2P_1^2 - 2VP_1^2V_1 + P^2V_1^2 - 4PP_1V_1^2 = -4P_1^2V_1^2$$



$$4\pi V P_1$$

$$\frac{\pi V P_1}{2}$$

$$2P_1V_1$$

$$4\pi V P_1$$

$$\frac{\pi V P_1}{2}$$

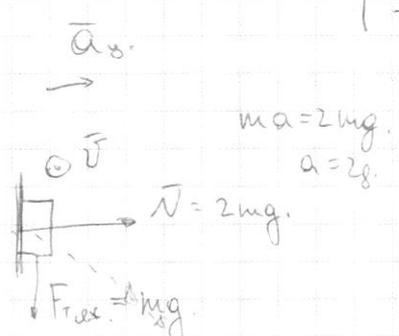
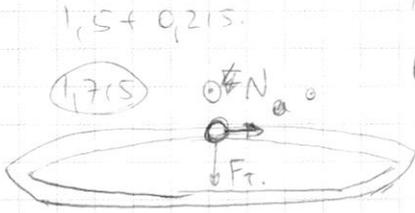
$$2P_1V_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{0.3} = 0.5477$$

$$2.5 - 0.785 = 1.715$$

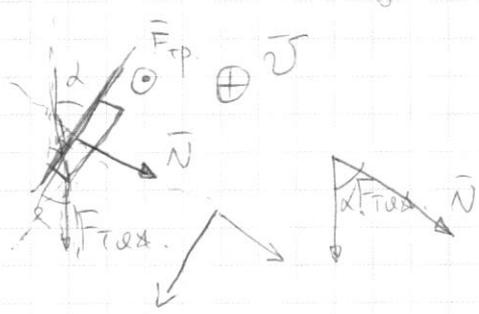
$$5.715 - 1.715 = 4$$



$$1 - 1.5 - 3 = -3.5$$

$$3.5 + 0.785 = 4.285$$

$$\begin{array}{r} 86 \overline{) 1143} \\ 2 \overline{) 0,0} \\ 860 \\ \hline 8600 \end{array}$$

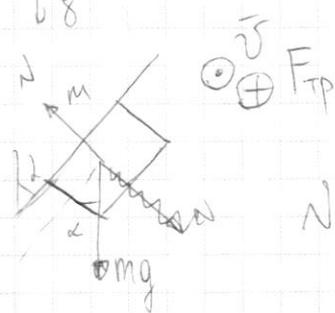


$$a_y = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R a_y}$$

$$H = v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}$$

$$L = v \cos \alpha T - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha T^2}{2}$$

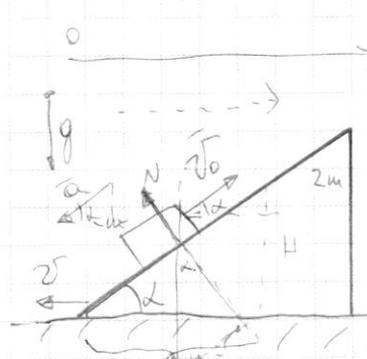


$$mg \sin \alpha = N \Rightarrow F_{тр} = \mu mg \sin \alpha$$



$$H = v \sin \alpha T - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}$$

$$H \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = v \cos \alpha T - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha T^2}{2}$$



$$H = \frac{v^2}{2g}$$

$$L = \frac{v^2}{g}$$

$$mg \cos \alpha = N$$

$$mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha$$

$$L = H \cot \alpha$$

$$H = \frac{v^2 T}{2} - \frac{g \sin^2 \alpha T^2}{2}$$

$$L = v \cos \alpha T - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha T^2}{2}$$

$$mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha$$

$$a = g \sin^2 \alpha$$

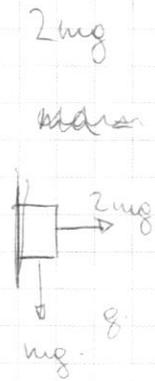
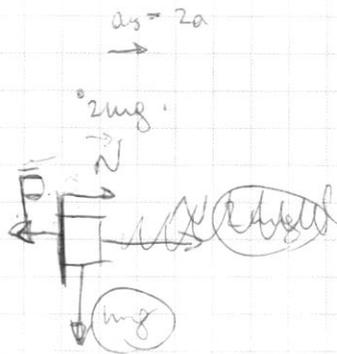
$$\frac{430}{5715}$$

$$\frac{0.43}{5.715}$$

$$\frac{5715}{21} \overline{) 1143}$$

$$\frac{5715}{21} \overline{) 1143} + \frac{0.785}{4.5} \overline{) 86} = 4$$

$$\frac{5715}{21} \overline{) 1143} + \frac{0.785}{4.5} \overline{) 86} = 4$$



$F = ma$
 $2mg = ma$
 $a = 2g$

$a_y = \frac{v^2}{R}$

$v^2 = R \cdot a_y$

$mg\sqrt{2} - P = a_y$

$v^2 = R(mg\sqrt{2} - P)$

$F - F_{TP} = ma$

$v^2 = (mg\sqrt{2} - P)$

$F_{TP} = mg \cos \alpha = \mu N$

$N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$

$ma = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha$

$a = \frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha$

$v = \sqrt{R \cdot \left(\frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha \right)}$

$v = \sqrt{1 \cdot \left(\frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2,6} + 5\sqrt{2} \right)}$

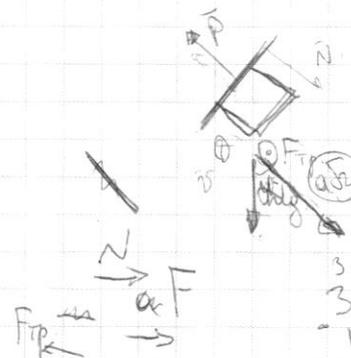
$\sqrt{11,25 \sqrt{2}}$

$33,5 \sqrt{2}$

$\frac{9}{4} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{45\sqrt{2}}{4}$

$\frac{1}{8} = \frac{10}{8}$

$\frac{18,9}{8} = \frac{9}{4}$



34
335
- 119

3015
335

34865

225
225

1025

213
213

69

1125 144
18

24

46
46

29

24
24

48

48
48

576

2

32
32

64

169
96

1024

$\frac{100}{16} = \frac{25}{4} = 6,25$

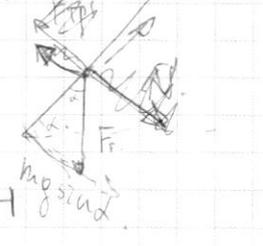
33
33

1029

8
119

1071
119

119161



78
119

1611
119

119
119

14

14
14

56
14

196

1125
450

450
50625

11
11

11

12
12

144

11
11

121