

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

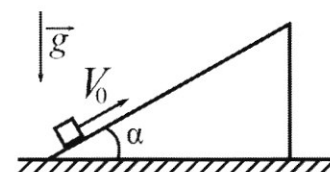
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

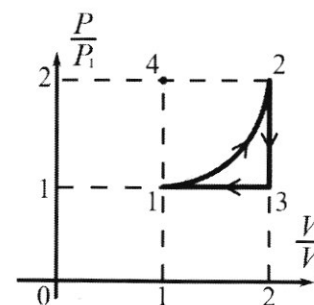
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Дано:

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Дж}$$

H - ?

прямейший от
первого до последнего
уравнения τ^2 (суммированием)

Решение:

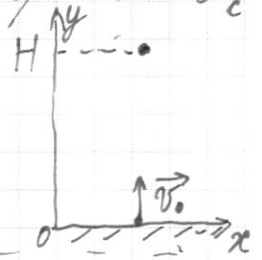
аэроплан взорвался в высшей точке

траектории, значит, его скорость $v = 0 \text{ м/с}$

$$v_y = v_{y0} + a_y \cdot t$$

$$v_y = 0, v_{y0} = v_0, a_y = -g, t = T$$

$$v_0 = v + gT = 0 + 10 \cdot 3 = 30 \text{ м/с}$$



$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{a_y t^2}{2} \quad \left| \Rightarrow y = y_0 + \frac{2v_{y0}v_y - 2v_{y0}^2}{2a_y} + \frac{v_y^2 - 2v_{y0}v_y + v_{y0}^2}{2a_y} \right.$$

$$v_y = v_{y0} + a_y t \Rightarrow t = \frac{v_y - v_{y0}}{a_y} \quad \left. = y_0 + \frac{v_y^2 - v_{y0}^2}{2a_y} \right.$$

$$y_0 = 0 \quad v_y = 0 \quad v_{y0} = 30 \text{ м/с} \quad a_y = -g$$

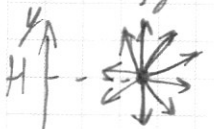
$$H = 0 + \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{900 - 0}{2 \cdot 10} = 45 \text{ м}$$

Ответ на пункт 1: 45 метров

Пусть осколки имеют массы m_1, m_2, \dots, m_n и скорости v' , тогда

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n'^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2 + \dots + m_n) v'^2}{2} = \frac{m v'^2}{2} = K, \text{ откуда } v' = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$\tau = 10 \text{ с}$, значит последний осколок упал через 10 с после взрыва



Если осколки летели во все возможные стороны, то найдутся два, один из которых летел вертикально вверх, а другой - вертикально вниз. Первый упадет на землю

а последним, а второй - первым. (т.к. их проекции скоростей на ось OY максимальны.)

Рассмотрим второй осколок

$$y_0 = H = 45 \text{ м}$$

$$v_{0y} = -60 \frac{\text{м}}{\text{с}} = v'$$

$$y = 0$$

$$a_y = -g = -10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$y = y_0 + \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$$

$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$$

$$2a_y(y - y_0) = v_y^2 - v_{0y}^2$$

$$v_y^2 = 2a_y(y - y_0) + v_{0y}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 45 + 3600 = 900 + 3600 = 4500 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

$$v_y = 30\sqrt{5} \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ - скорость в момент падения}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{a_y} = \frac{30\sqrt{5} - (-60)}{-10} = \frac{30\sqrt{5} - 60}{-10} = \frac{30\sqrt{5} - 60}{-10} = \frac{30\sqrt{5} - 60}{-10} \text{ с}$$

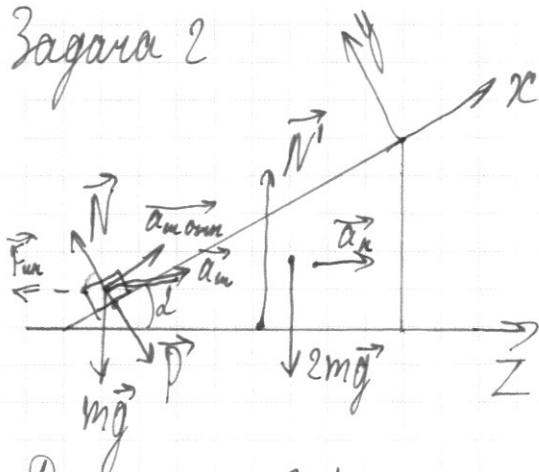
последний осколок упадет через $6 + 3\sqrt{5}$ с после взрыва
 $-6 + 3\sqrt{5} \approx -6 + 3 \cdot 2,2 = 6,6 - 6 = 0,6 \text{ с}$

$$6 + 3\sqrt{5} \approx 12,6 \text{ с}$$

Ответ на пункт 2: первый упадет через 0,6 с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



Дано: $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

$H = 0,2 \text{ м}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\mu = 0$

$V_0 = ?$

$V = ?$

2-ой з-н Ньютона для шайбы

$$m \vec{a}_{\text{ш}} = m \vec{g} + \vec{N}$$

Проекция на ось x

Перейдём в ИСО относительно клина
в ней проекция ускорения шайбы на ось y
равна нулю.

Запишем второй з-н Ньютона для шайбы
в ИСО

$$m \vec{a}_{\text{ш}} = \vec{N} + m \vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

$$OY: 0 = N - mg \cos \alpha + m a_{\text{кл}} \sin \alpha \Rightarrow N = m(g \cos \alpha - a_{\text{кл}} \sin \alpha)$$

$$OX: m a_{\text{ш}} = -mg \sin \alpha - m a_{\text{кл}} \cos \alpha$$

$$a_{\text{ш}} = -(g \sin \alpha + a_{\text{кл}} \cos \alpha)$$

2-ой з-н Ньютона для клина в ИСО относ земли

$$2m \vec{a}_{\text{кл}} = 2m \vec{g} + \vec{N}' + \vec{P}$$

$$OZ: 2m a_{\text{кл}} = 0 + 0 + P \cdot \sin \alpha$$

по 3-ему з-ну Ньютона $\vec{P} = -\vec{N}$ $\Rightarrow 2m a_{\text{кл}} = N \sin \alpha = m \sin \alpha (g \cos \alpha - a_{\text{кл}} \sin \alpha)$

$$2a_{\text{кл}} + \sin^2 \alpha a_{\text{кл}} = g \cos \alpha \sin \alpha$$

$$a_{\text{кл}} = g \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{2 + \sin^2 \alpha}$$

тогда $a_{\text{ш}} = -g(\sin \alpha + \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{2 + \sin^2 \alpha}) = -g(\frac{4}{5} + \frac{9 \cdot 4}{50 + 16}) = -g(\frac{4}{5} + \frac{36}{35}) = -g(\frac{44}{35}) = -\frac{10}{11}g$

шайба H вверх, шайба прошла

$\frac{H}{\sin \alpha}$ по оси x, тогда

$$\frac{H}{\sin \alpha} = 0 + \frac{0^2 - V_0^2}{2 \cdot (-\frac{10}{11}g)} \Rightarrow V_0^2 = \frac{40}{11}g \cdot \frac{H}{\sin \alpha} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 5}{11 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{125}{11}} \approx 3,35 \text{ м/с} \approx 5,009 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 5,03 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ на 1 пункт: 1,5 м/с

Менее масса камня m , а не $2m$

$$OZ: m a_k = N \sin \alpha$$

$$a_k = g \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$a_{\text{камень}} = -g \left(\sin \alpha + \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \right) = -g \left(\frac{4}{5} + \frac{\frac{9}{25} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{25+16}{25}} \right) = -g \left(\frac{4}{5} + \frac{12}{541} \right) = -g \left(\frac{164+12}{205} \right) = -g \cdot \frac{176}{205}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{176}{205} g \frac{H}{\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{176 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 5}{205 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{44 \cdot 2}{41}} = \sqrt{\frac{88}{41}} \approx \sqrt{2,15} \approx 1,45 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

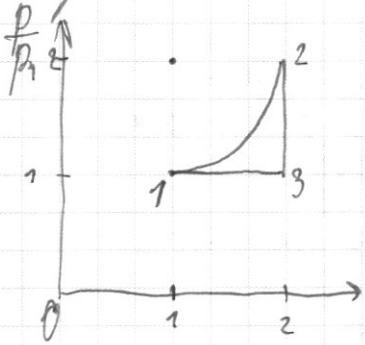
тогда за $t = \frac{0 - V_0}{a_{\text{камень}}}$ шарик поднимется, а за $2t$ вернется обратно

$$V = 2t \cdot a_k = \frac{-2V_0 a_k}{a_{\text{камень}}} = \frac{2 \cdot 1,45 \cdot 12 \cdot 205}{205 \cdot 176} = \frac{3 \cdot 1,45}{22} = \frac{4,35}{22} \approx 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ на 2 пункт: 0,2 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 14



если кривая 1-2 задаётся ^{уравнением} окружностью в $\frac{p}{p_1}(\frac{V}{V_1})$ осях, то она будет ~~прямой~~ и в $p(V)$ осях

~~тогда $A_{12} = (2V_1 - V_1) \cdot 2p_1 - \frac{\pi V_1 p_1}{4} = 2p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$~~

$$\text{тогда } A_{12} = (2V_1 - V_1) \cdot 2p_1 - \frac{\pi V_1 p_1}{4} = 2p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{12} = \frac{i}{2} \nu R \cdot 3T_1 = \frac{i}{2} \cdot 3 p_1 V_1$$

по 2-му закону Клайперона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 \cdot 2V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$Q_{12} = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4} + \frac{3i}{2})$$

Ответ на пункт 1: $p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4} + \frac{3i}{2})$, $i=3$

$$A_{12-3-1} = A_{12} - 0 - A_{3-1} = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4}) - p_1 V_1 = p_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})$$

Ответ на пункт 2: $p_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{A_{12-3-1}}{Q_{12}} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{2 - \frac{\pi}{4} + \frac{3i}{2}} = \frac{4 - \pi}{8 + 6i - \pi}$$

Ответ на пункт 3: $\frac{4 - \pi}{8 + 6i - \pi}$, $i=3$

Задача №3

Дано:
1) $mg = \frac{1}{2} P$
 $a = ?$



движется равномерно

$$\vec{a}_c = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$$

по 3-ей оси z-ну Ньютона $\vec{P} = -\vec{N} \Rightarrow$

$$\Rightarrow mg = \frac{1}{2} N \Rightarrow \frac{mg}{N} = \frac{1}{2}$$

по 2-ой z-ну Ньютона для модели

$$m\vec{a}_n = \vec{N} + \vec{mg} + \vec{F}_{fr}$$

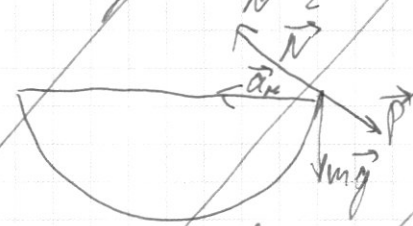
приняв предположение, что F_{fr} в проекции на ось yx равна нулю

$$\text{OY: } 0 = N \sin \alpha - mg \Rightarrow \sin \alpha = \frac{mg}{N} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{OX: } m a_n = N \cos \alpha$$

$$m a_n = 2mg \frac{\sqrt{3}}{2}$$

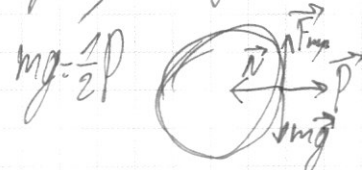
$$a_n = g\sqrt{3}$$



направлена вверх, т.к. иначе никто не может модель скатиться вниз

Ответ на пункт 1: $g\sqrt{3} \approx 17 \frac{m}{c^2}$

Дано:
 $\angle \alpha = 45^\circ$
 $\mu = 0,8$
 $R = 1 \mu$
 $g = 10 \frac{m}{c^2}$
 $V_{min} = ?$

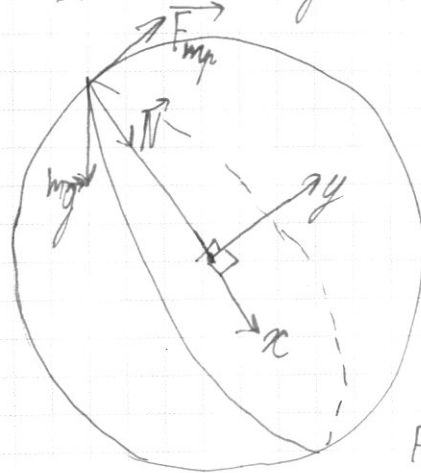


$$m a_n = N = P = 2mg$$

$$a_n = 2g$$

$$a_{cz} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n, |\vec{a}| = 2g$$

Ответ на пункт 1: $2g = 20 \frac{m}{c^2}$



минимальное значение скорости соответствует минимальному a_n и минимальной N в верхней точке

рассмотрим модель в верхней точке траектории ~~в~~ ось $y \perp$ плоскости траектории

Запишем 2-ой z-н Ньютона для машины

$$m\vec{a}_n = \vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{fr}$$

$$F_{fr} = \mu N$$

$$\text{OY: } F_{fr} = mg \cos \alpha$$

$$\mu N = mg \cos \alpha \Rightarrow N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$\text{OX: } m a_n = mg \sin \alpha + N$$

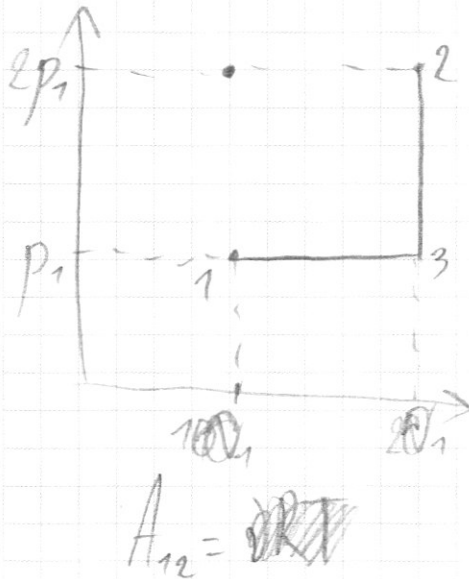
$$a_n = g \sin \alpha + \frac{g \cos \alpha}{\mu}$$

$$\frac{V_{min}^2}{R} = g \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right) \Rightarrow V_{min} = \sqrt{gR \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{8} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{90\sqrt{2}}{8}} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{4,05} = \frac{3}{2} \cdot 2,05 \approx 3,075 \frac{m}{c}$$

Ответ на пункт 2: $3,075 \frac{m}{c}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



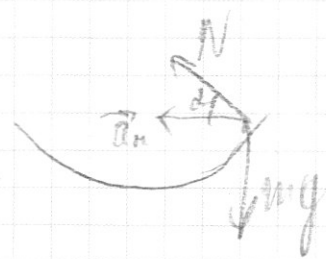
$$1-2-3-1$$

$$\left(\frac{p}{p_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1$$

$$\frac{p^2}{p_1^2} - 4\frac{p}{p_1} + 4 + \frac{V^2}{V_1^2} - 2\frac{V}{V_1} + 1 = 1$$

$$p^2 V_1^2 - 4p_1 p V_1^2 + V^2 p_1^2 - 2V V_1 p_1^2 = -3p_1^2 V_1^2$$

$$S_{01} = \pi R_1 R_2$$



$$mg = N \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{mg}{N} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$m a_n = N \cos \alpha$$

$$m a_n = 2mg \frac{\sqrt{3}}{2}$$

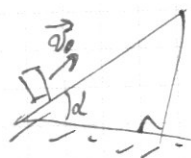
$$a_n = g\sqrt{3}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{4}{5} + \frac{36}{5.66} = \frac{44}{55} + \frac{6}{55} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11}$$

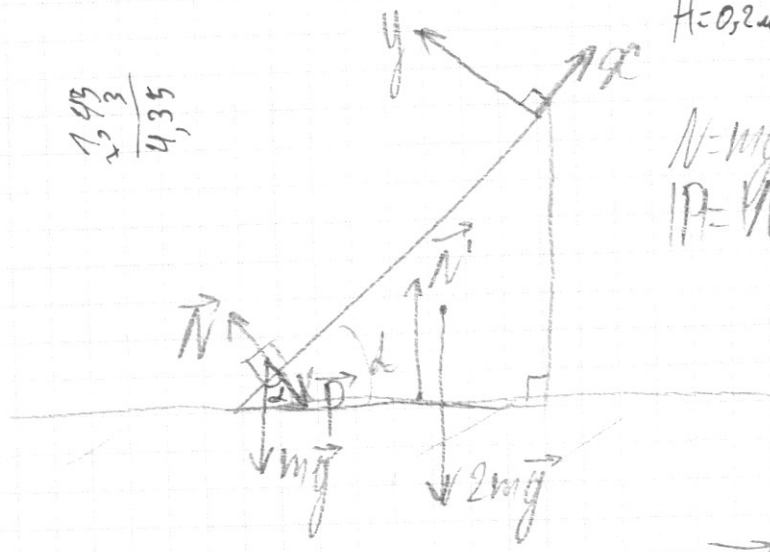
$$\begin{array}{r} 435 \overline{) 122} \\ - 88 \\ \hline 275 \\ - 215 \\ \hline 198 \\ - 170 \\ \hline 28 \end{array}$$



$$\sqrt{\frac{1}{11}}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 11} \\ - 99 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{1.45}{4.35}$$

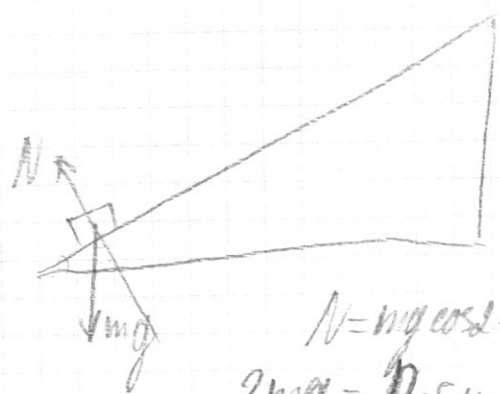


$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{3}{5} \quad \sin \alpha = \frac{4}{5} \\ \mu &= 0 \\ H &= 0.2 \text{ м} \\ 2 \cdot 1.65 &= 3.3 \\ 3.3 \cdot 120 & \\ \hline & 41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha \\ P &= N \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ \times 145 \\ \hline 725 \\ 580 \\ \hline 21025 \end{array}$$

$$\begin{aligned} m \vec{a}_{\text{момк}} &= \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} \\ OY: 0 &= N - mg \cos \alpha + m \mu \sin \alpha \\ OX: m \vec{a}_{\text{момк}} &= -m \mu \cos \alpha - mg \sin \alpha \\ a_{\text{момк}} &= -\mu \cos \alpha - g \sin \alpha \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha - m \mu \sin \alpha \\ 2m \mu \cos \alpha &= P \cdot \sin \alpha = N \sin \alpha \\ 2\mu \cos \alpha &= g \cos \alpha \sin \alpha - \mu \sin^2 \alpha \\ (2 + \sin^2 \alpha) \mu &= g \cos \alpha \sin \alpha \\ \mu &= \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{2 + \sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 47} \\ - 82 \\ \hline 500 \\ - 282 \\ \hline 218 \\ - 150 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ \times 175 \\ \hline 875 \\ + 1225 \\ \hline 30625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ \times 165 \\ \hline 825 \\ + 990 \\ \hline 27225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 22} \\ - 44 \\ \hline 100 \\ - 88 \\ \hline 120 \\ - 110 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\sqrt{2.5} = 5\sqrt{0.1}$$

$$0.3^2 = 0.09$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 60 \text{ м/с}$$

$$v = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = v + gT = 60 + 10 \cdot 3 = 60 + 30 = 90 \text{ м/с}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$v = v_0 + a_y t \quad t = \frac{v - v_0}{a_y}$$

$$y = y_0 + \frac{v_0^2 - v^2}{2a_y} = y_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a_y}$$

$$H = 0 + 60^2 + \frac{60^2 - 90^2}{-2 \cdot 10} = \frac{3600 - 2700}{-20} = \frac{900}{-20} = -45 \text{ м}$$

$$\frac{8100 - 3600}{20} = \frac{4500}{20} = 225 \text{ м}$$

$$\frac{m' v'^2}{2} + \dots = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow K$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{3600} = 60$$

$$0 = 45 + 60 \cdot 10 - \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{2}$$

$$= 45 + 600 - \frac{1000}{2} = 145$$

$$45 + 60x - 5x^2 = 0 \quad x^2 - 12x - 9 = 0$$

$$114 + 36 = 180 = 6\sqrt{5} \quad x = \frac{12 \pm 6\sqrt{5}}{2} = 6 \pm 3\sqrt{5}$$

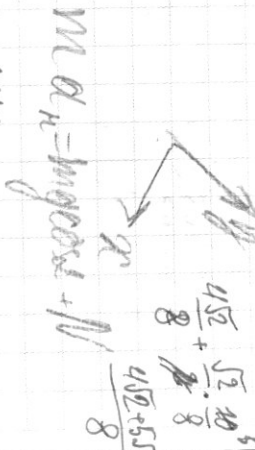
$$45 + 60 \cdot 13 = 1350$$

$$45 + 60 \cdot 10 = 1000$$

$$45 + x \cdot 10 = 500$$

$$10x - 455 = 0$$

$$x = 45,5$$



$$F_{mp} = Mx = 2m \cdot v \cdot \mu$$

$$5\sqrt{2} \approx 7,05$$

$$\frac{450 + 50 \cdot 9,8}{8}$$