Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

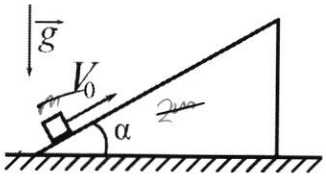
√ **1.** Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине? ~~($M_к = 2M_ш$)~~

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

+**3.** По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

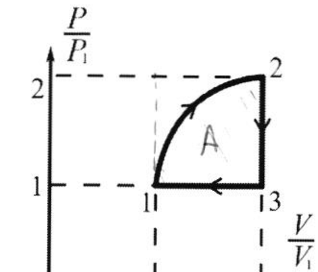
+**4.** Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.



5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

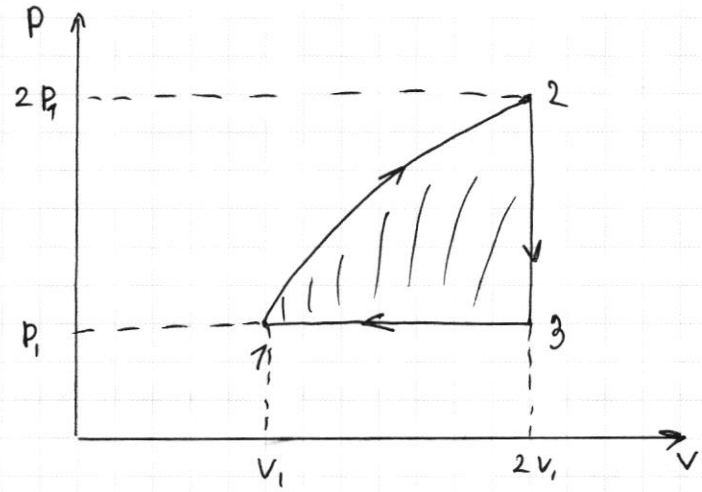
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4



В этом масштабе и на диаграмме PV участок 1 → 2 представляет собой эллипс, а точнее его часть.

Решение:

1.) Газ расширяется на участке 1 → 2 => искомое количество тепла $Q = Q_{12}$. Исходя из графика PV оно равно: $Q = P_1 V_1 + \frac{\pi P_1 V_1}{4} = \nu R T_1 \frac{\pi + 4}{4}$, если учесть, что в точке один: $P_1 V_1 = \nu R T_1$, где $\nu = 1$ моль

2) Работа газа за цикл это есть площадь фигуры ограниченная графиком цикла: $A = \frac{\pi P_1 V_1}{4} = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$

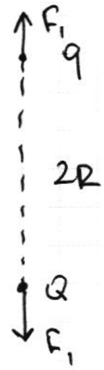
3). КПД цикла это: $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{4}{4+\pi} = \frac{\pi}{\pi+4}$.

Ответ: $Q = \frac{\pi+4}{4} \nu R T_1$, $A = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$, $\eta = \frac{\pi}{\pi+4}$

Задача №5.

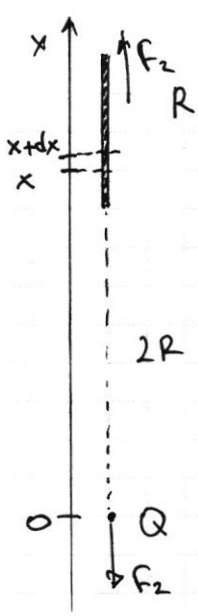
Решение:

1) Если учесть, что равномерно заряженная сфера равносильна точечному заряду, расположенному в её центре, то для для первого опыта:



$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$ по з-ну Кулона.

2).



$\lambda = \frac{q}{R}$ - линейная плотность распределения заряда.

Рассмотрим маленький участок длины dx. Его заряд $dq = \lambda\, dx$.

По закону Кулона на этот маленький участок будет действовать сила:

$$dF_2 = \frac{kQ\,dq}{x^2} = kQ\lambda \frac{dx}{x^2}$$

Таким образом сила, с которой заряд сферы действует на стержень:

$$F_2 = \int dF_2 = kQ\lambda \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2} = kQ\lambda\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_{2R}^{3R} = \frac{kQq}{R}\left(-\frac{1}{3R}+\frac{1}{2R}\right) =$$

$$= \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

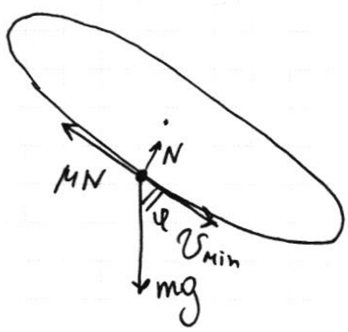
Задача №3

Решение:

1) Т.к движение по окружности равномерное, значит суммарное ускорение направлено к центру и равно $a_n = \frac{v_0^2}{R}$. По II з-ну Ньютона в проекции на нормальную ось: $ma_n = P \Rightarrow$

$\Rightarrow P = m\frac{v_0^2}{R}$

2) В случае ускорение также направлено к центру, и равно: $\frac{V_{min}^2}{R}$



Т.к $V_{min} = const$, значит

$mg\cos\varphi = \mu N$ (II з-н Ньютона, в проекции на касательную ось)

$\varphi = 90° - \alpha$, N - сила реакции опоры.

$N = m\frac{V_{min}^2}{R}$. Таким образом: $mg\sin\alpha = \mu \cdot m\frac{V_{min}^2}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{min} = \sqrt{\frac{gR\sin\alpha}{\mu}}$

Ответ: $P = m\frac{v_0^2}{R} \approx 4{,}56$ Н ; $V_{min} = \sqrt{\frac{gR\sin\alpha}{\mu}} \approx 2{,}6 \frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача N 1.

1) По закону сохранения энергии: $\frac{mV_0^2}{2} = mgH \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH} \simeq 36 \ \frac{м}{с}$

2) V - скорость, с которой разлетелись осколки. Суммарная кинетическая энергия осколков равна: $K = \frac{mV^2}{2}$. Рассмотрим осколок, который полетел вертикально вниз, со скоростью V:

$\frac{g\tau^2}{2} + v\tau = H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v = \left(\frac{v_0^2}{2g} + \frac{g\tau^2}{2}\right)\frac{1}{\tau}$

Таким образом: $K = \frac{mV^2}{2} \simeq 1892{,}25$ Дж

Ответ: $V_0 \simeq 36 \ \frac{м}{с}$; $K \simeq 1{,}9$ кДж.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

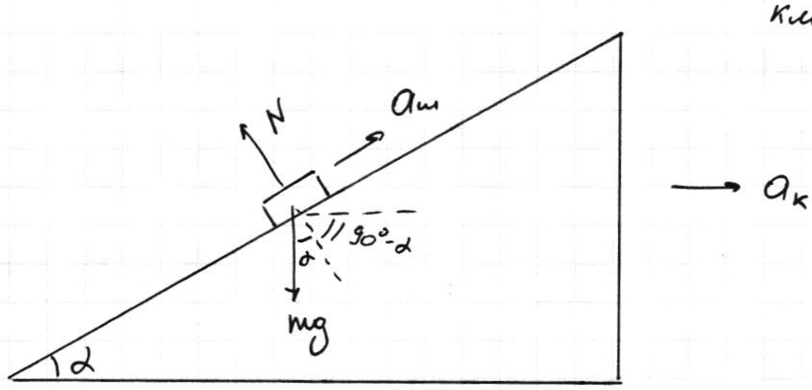
ШИФР

(заполняется секретарём)

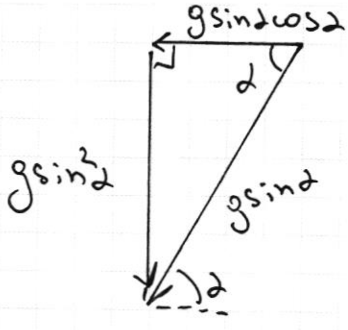
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N 2

m - масса шайбы и клина.



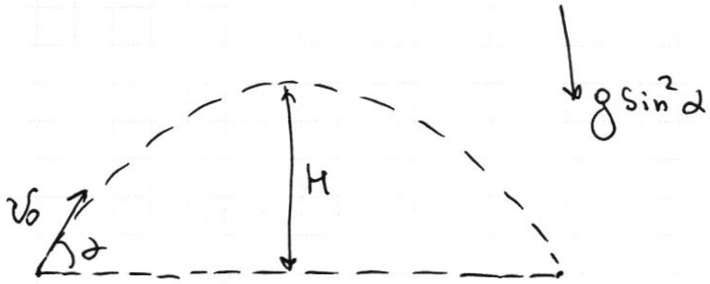
Решение: Т.к трение отсутствует, значит по II з-ну Ньютона для шайбы: ~~ma~~ $m a_ш = -mg\sin\alpha \Rightarrow$ $\Rightarrow a_ш = -g\sin\alpha$, $mg\cos\alpha = N$, где N - сила реакции опоры. По III закону Ньютона шайба давит на клин с силой N. Для клина: $m a_к = N\sin\alpha =$ $= mg\sin\alpha\cdot\cos\alpha \Rightarrow a_к = g\sin\alpha\cos\alpha$. В системе отсчёта клина ~~на~~ на шайбу действует ускорение „a":



Как видно из треугольника ускорений в СО клина на шайбу действует ускорение $g\sin^2\alpha$, направленное вертикально вниз.

Продолжение на следующей странице!

Это равносильно движению под углом к горизонту:



Время, за которое шайба спустится вниз:

$\cancel{v_0\sin\alpha\,\tau = \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow \tau =}$ $v_0\sin\alpha\,\tau = \frac{g\sin^2\alpha\,\tau^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = \frac{2v_0\sin\alpha}{g\sin^2\alpha} = \frac{2v_0}{g\sin\alpha}$, $H = v_0\sin\alpha\cdot\frac{\tau}{2} - \frac{g\sin^2\alpha}{2}\cdot\frac{\tau^2}{4} =$

$= \frac{v_0^2}{2g}$ $\boxed{H = \frac{v_0^2}{2g}}$

2) Клин сдвинется вправо на: $L = \frac{2v_0^2\cos\alpha}{g\sin\alpha}$

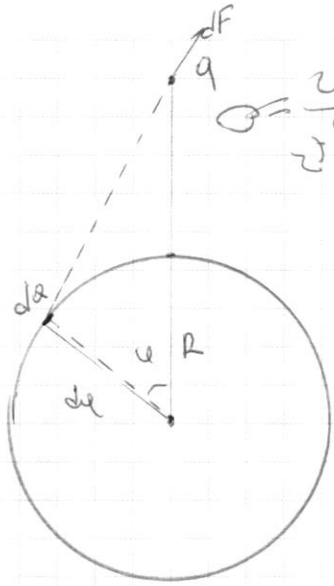
Т.к $a_к = const$, значит $a_к = \frac{V-0}{\tau} = \frac{V}{\tau}$, V - искомая скорость клина.

$L = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{V}{\tau}\cdot\frac{\tau^2}{2} \Rightarrow V = \frac{2L}{\tau} = \frac{2\cancel{2}v_0^{\cancel{2}}\cos\alpha}{\cancel{g\sin\alpha}}\cdot\frac{\cancel{g\sin\alpha}}{\cancel{2v_0}}$

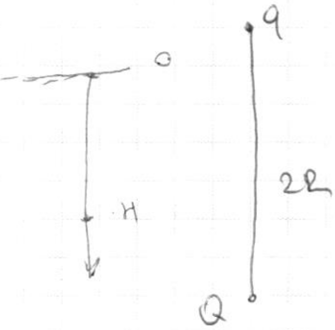
$\boxed{V = 2V_0\cos\alpha}$

Ответ: $H = \frac{V_0^2}{2g} = 0{,}2$ м, $V = 2V_0\cos\alpha \approx 6{,}8\ \frac{м}{с}$

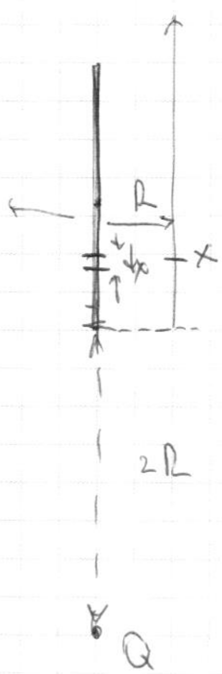
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



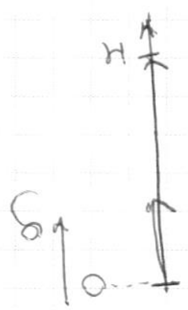
$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$



$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$



$\lambda = \frac{q}{R} = \frac{dq}{dl}$



$dq = \lambda\, dx$

$\cancel{dF = dq \cdot Q\ (x+R)}$

$dF = \frac{dq\,Q\,k}{(x+R)} = \frac{\lambda Q k\, dx}{(x+R)}$

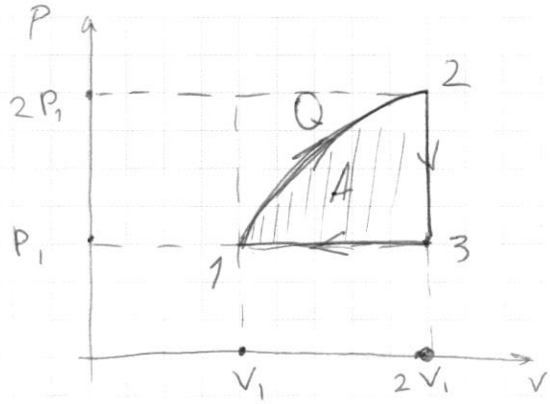
$F_2 = \lambda Q k \ln$

$dF = \frac{dq\,Qk}{(2R+x)} = \lambda kQ \frac{dx}{2R+x}$

$F_2 = \lambda kQ \ln(2R+x) \Big|_0^R = \lambda kQ \ln 3$

43,5 × 43,5

43,5



$PV = \nu RT$ $\quad \nu = 1$ моль

$\underline{P_1 \cdot V_1 = R T_1}$

$\cancel{Q = C_p \nu \Delta T}$

$\underline{Q = Q_{12}}$

$\eta = \dfrac{A}{Q}$

$\cancel{\left(\dfrac{P}{P_0}\right)^2 + \left(\dfrac{V}{V_0}\right)^2 = 1}$

$\cancel{\left(\dfrac{P_1}{P_0}\right)^2 + \left(\dfrac{V_1}{V_0}\right)^2 = 1}$

$\cancel{\left(\dfrac{2P_1}{P_0}\right)^2 + \left(\dfrac{2V_1}{V_0}\right)^2 = 1}$

$S = \pi a b$

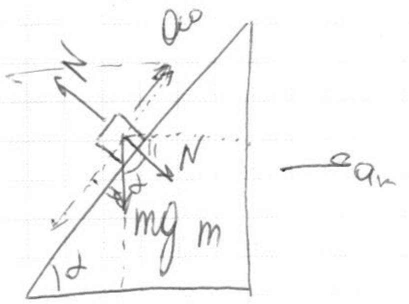
$S_{123} = \dfrac{\pi a b}{4}$

$A = \dfrac{\pi \cdot V_1 P_1}{4} = \dfrac{\pi R T_1 \nu}{4}$

$Q = \dfrac{\pi V_1 P_1}{4} + P_1 V_1 = \dfrac{\pi + 4}{4} \cdot \nu R T_1$

$\eta = \dfrac{A}{Q} = \dfrac{\pi}{4} \cdot \dfrac{4}{\pi + 4} = \dfrac{\pi}{4 + \pi}$

$N = mg\cos\alpha$ $\qquad \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{1}{2}$



$ma = N \cdot \sin\alpha = mg \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

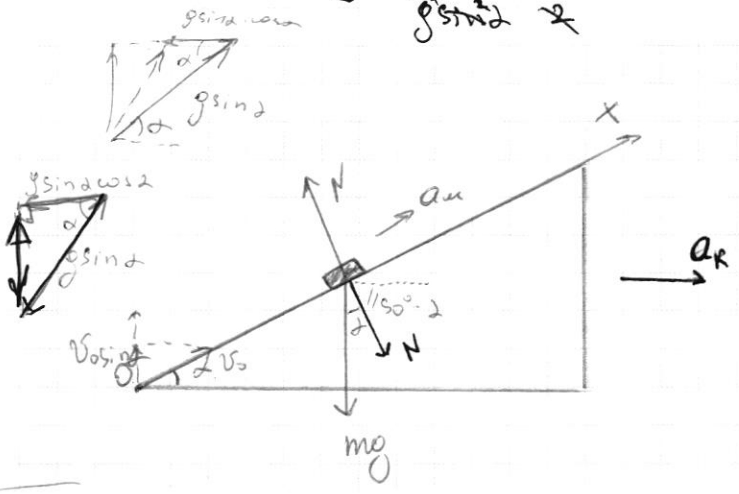
$a_н = g \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4} g$

$mg \cdot \sin\alpha = -ma_0 \Rightarrow a_0 = -g\sin\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$L = \frac{\cancel{2}4 v_0^2}{g^{\cancel{2}} \sin^2\alpha} \cdot \frac{g \sin\alpha \cos\alpha}{\cancel{2}}$



$mg\cos\alpha = N$

$ma_m = -mg\sin\alpha \to$

$\Rightarrow \boxed{a_m = -g\sin\alpha}$

$mg\cos\alpha = N = const$

$m a_k = N\sin\alpha = mg\sin\alpha\cos\alpha$

$\boxed{a_k = g\sin\alpha \cdot \cos\alpha}$

~~В СО клина шайба поднимается~~ вверх ~~с ускорением~~ $a = g\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} =$

$= g\sin^2\alpha$.

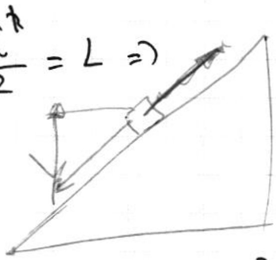
$\cancel{x =}$

в в в

$\frac{v_0 \sin\alpha}{2} \cdot \frac{2v_0}{g\sin\alpha} - \frac{g \cancel{\sin^2\alpha}}{\cancel{8}\, 2} \cdot \frac{4 v_0^2}{g^{\cancel{2}} \cancel{\sin\alpha}} = \frac{v_0^2}{2g}$

$\uparrow v_0 \sin\alpha$ $\quad a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V}{\tau}$

$\frac{V}{\tau} \cdot \frac{\tau^2}{2} = L \Rightarrow$



~~$\sin^2\alpha\, v_0^2$~~

~~$L = v_0 \cos\alpha$~~

$L = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g\sin^2\alpha}$

$a_k = \frac{a t^2}{2} = L$

a_k

$\Rightarrow V = \frac{2L}{\tau}$ $\quad y = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{g t^2}{2}$ $\quad L = \frac{2 v_0^2 \cdot \cos\alpha}{g\sin\alpha}$

$x = v_0 \cos\alpha\, t$

$g\sin^2\alpha$

$L = v_0 \cos\alpha\, \tau$

$\frac{g t^2}{2} = v_0 \sin\alpha\, \cancel{\tau}$

$\tau = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g \cancel{\sin^2\alpha}}$

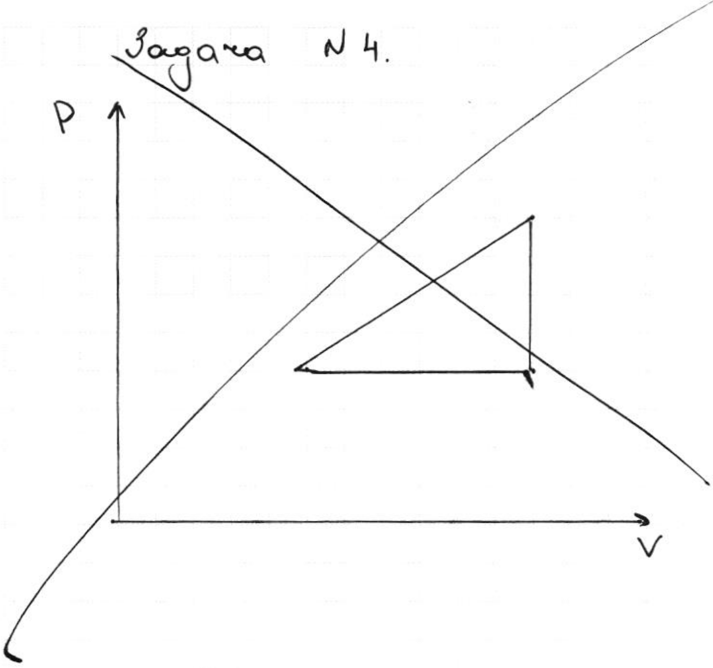
$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \cancel{\frac{g \cdot 4 v_0 \sin^2\alpha}{2g}}$ $\qquad H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N 4.



$\frac{4}{20} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 10} = 0{,}2$ м

$\frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 10 \cdot 5} = \frac{1}{5}$ м $= 0{,}2$ м.

$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{17}{4}$

$16{,}8$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} =$$

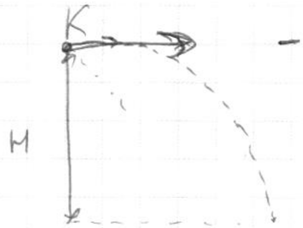
$$= \cancel{\sqrt{130 \cdot 10} = \sqrt{1300} = \sqrt{900+400} \approx 98}$$

$$\sqrt{100 \cdot 13} = 10\sqrt{13} \approx 35 \ \frac{м}{с}$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{13} < 4$$

3,5



$$-\frac{1}{3R} + \frac{1}{2R}$$

$$\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} = \frac{1}{6R}$$

$$y = y_0 + v_y \cdot t + \frac{g_y t^2}{2}$$

$$x^n \qquad F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

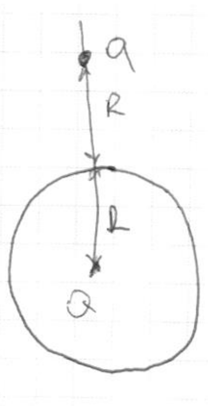
$$0 = H + v\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

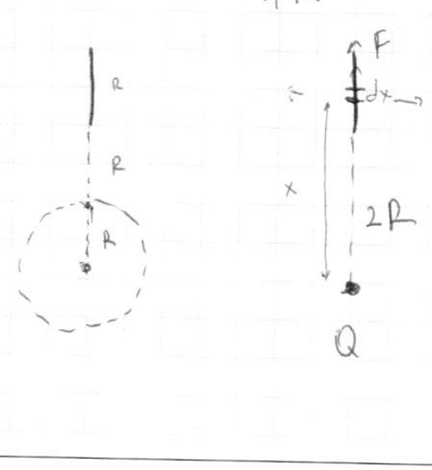
$$\cancel{\frac{g\tau^2}{2} - v\tau - H =}$$

$$v = \frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau}$$

$$F(x) = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$$



$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2} \text{ (по з-ну Кулона)}$$



$$dF = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dx}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{kQq}{R} \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQq}{6R^2}$$

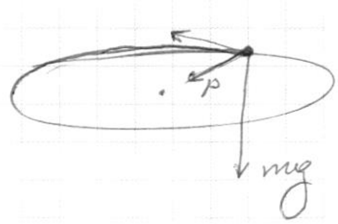
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№ 3



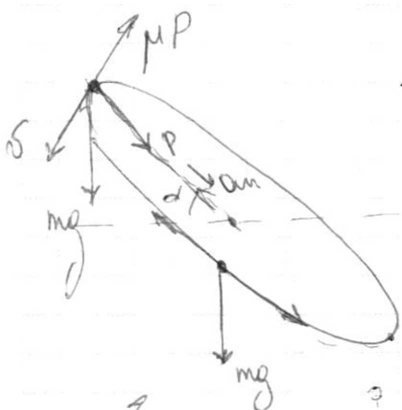
$\cancel{\frac{m v_0^2}{2}}$

$$m\frac{v_0^2}{R} = P$$

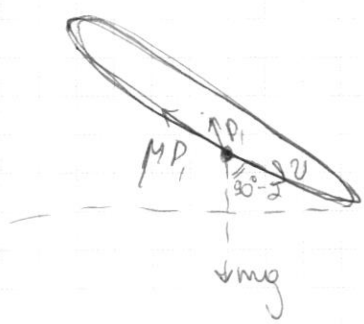
$$\frac{0{,}4 \cdot 3{,}7 \cdot 3{,}7}{\cancel{1{,}2}\ 3} = \frac{3{,}7 \cdot 3{,}7}{3} = \frac{37}{10} \cdot \frac{37}{10} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$3\frac{7}{10} = \frac{37}{10}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 37 \\ 37 \\ \hline 259 \\ 111\ \ \\ \hline 1369 \\ \hline 3 \end{array}$$



$$a_n = \frac{v_{min}^2}{R}$$



$$mg\sin\alpha = \mu P \Rightarrow P_1 = \frac{mg\sin\alpha}{\mu}$$

$$P_1 = m\frac{v_{min}^2}{R}$$

$$\sqrt{\frac{g\sin\alpha R}{\mu}} = v_{min} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{Rg\sin\alpha}{\mu}}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}5}{0{,}9}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1{,}2 \cdot 5}{9}} = \sqrt{\frac{5\cancel{0} \cdot \cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}\cancel{0}}} = \sqrt{\frac{20}{3}}$$