

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

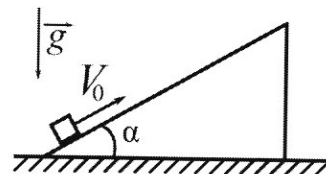
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

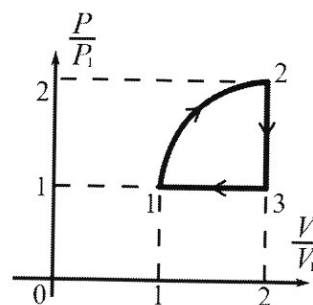
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

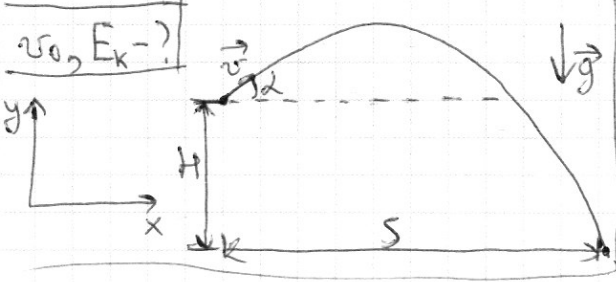
2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v \perp$
 Дано: 1) $H = \frac{v_{\text{конеч}}^2 - v_0^2}{2g} = \frac{-v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 10\sqrt{13} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 2) $E_k = \frac{mv^2}{2}$, где v - скорость каждого из осколков после разрыва
(осколки, но $v_i = \text{const} \Rightarrow E_k = \frac{mv_i^2}{2}$)

$m = 2 \text{ кг}$
 $H = 65 \text{ м}$
 $T = 10 \text{ с}$
 Считаю, что осколки падают в течение $T = 10 \text{ с}$ после разрыва,
 Запишем ур-ия кинематики для произв. осколка фейерверка



$$-H = v_y t - \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow \frac{g}{2} t^2 - v \sin \alpha \cdot t - H = 0$$

$$t_{\text{max}} = \frac{v \sin \alpha \pm \sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$t_2 = \text{max}$
 время ~~тот~~ соответствует послед-
 нему осколку, который упадет на землю,

т.е. не найдётся осколка $t > T$. Из полученных корней ур-ия больший
 корень равен $\frac{v \sin \alpha + \sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$ (второй в любом случае отрицателен)

При фиксир. v, g, H величина t зависит только от $\sin \alpha$, и будет максим-
 малой при макс. возм. $\sin \alpha$, т.е. 1, что достигается при $\alpha = 90^\circ$, т.е.

это осколку летящему вверх, вверх.

$$t_2 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}; \quad t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$t_1 = \text{min}$ - время полета осколка, залуч. вверх, вниз (при $\alpha = -90^\circ$,

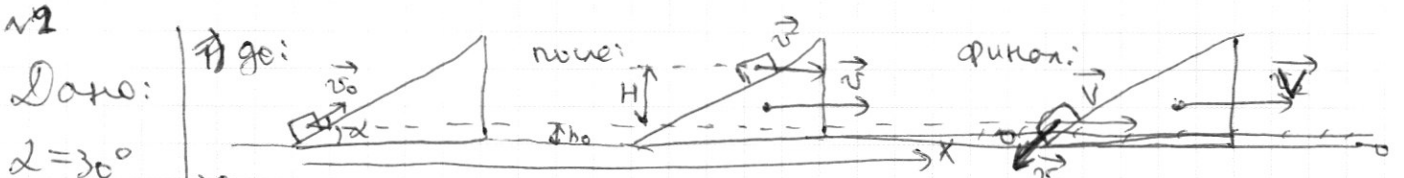
$\sin \alpha = -1$ и t достигает мин. (только x, y и z и g) ~~что логично, ведь только в этом~~
~~случае $v_x = 0, v_y = v$ и v сонапр. с g~~

$$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$3) T = t_2 - t_1 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} - \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{2v}{g} \Rightarrow v = \frac{gT}{2}$$

$$4) E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mg^2 T^2}{8} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{8} = 25 \cdot 50 = 750 \text{ Дж}$$

Ответ: $v_0 = 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}; E_k = 750 \text{ Дж}$.



$\alpha = 30^\circ$

$m_1 = m_2 = m$
 $v_0 = 2 \frac{H}{c}$

нахождение величины скорости не имеет камня, в верхней и - маюда

но 3(4), $m v_0 = 2m v$; $O_x: m v_0 \cos \alpha = 2m v \Rightarrow v = \frac{1}{2} v_0 \cos \alpha$

но 3(7), $\frac{m v_0^2}{2} + m g h_0 = m g (h_0 + H) + \frac{2m v^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 2gH + \frac{1}{2} v_0^2 \cos^2 \alpha$

$H = \frac{v_0^2 (1 - \frac{1}{2} \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{4 \cdot \frac{H^2}{c^2} \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot 10} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ м}$ (для моментов го/носе)

2) v_1, v_2 - скорости маюды, камня в конце (после/финал)

но 3(4), $2m v = 2m v_2 + m v_1$; $O_x: 2m v = 2m v_2 - m v_1 \cos \alpha \Rightarrow v_0 \cos \alpha = 2v_2 - v_1 \cos \alpha$

но 3(7), $\frac{m v_0^2}{2} + m g h_0 = \frac{m v_1^2}{2} + m g h_0 + \frac{2m v_2^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2$

$\Rightarrow \frac{4v^2}{\cos^2 \alpha} - 4v \cdot \frac{v}{\cos \alpha} + v_0^2 + 2v_2^2 = v_1^2 + 2v_2^2$

~~$\Rightarrow 5x^2 - 8x = 0$~~

$V^2 (4 + 2 \cos^2 \alpha) = 4 v_0 v \cos \alpha \quad | : 2$

$V (V \cos^2 \alpha - 2 v_0 \cos \alpha + v) = 0 \Rightarrow V = 0$

$V = \frac{2 v_0 \cos \alpha}{2 + \cos^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 + \frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{11}{4}} = \frac{8\sqrt{3}}{11} \approx 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

13,6	11
11	1,23
26	
22	
40	

Ответ: $H = 0,05 \text{ м}$; $V = 0$ или $V = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$\Rightarrow v_1 = \frac{2V - 2v_0 \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2V}{\cos \alpha} - v_0$

но 3(7), $\frac{m v_0^2}{2} + m g h_0 = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} + m g h_0 \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2$

$\Rightarrow v_0^2 = \frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{8V v_0}{\cos \alpha} + v_0^2 + 2v_2^2$

$V^2 (4 + 2 \cos^2 \alpha) - V \cdot 8 v_0 \cos \alpha + 3 v_0^2 = 0 \quad | : 2$

$11V^2 - 16\sqrt{3}V + 24 = 0 \quad \frac{D}{4} = 192$

$v_0^2 = \frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4V v_0}{\cos \alpha} + v_0^2 + 2V^2 (1 - \cos^2 \alpha)$

$4V^2 - 4V \cdot v_0 \cdot V^2 (4 + 2 \cos^2 \alpha) = 4V v_0 \cos \alpha \Leftrightarrow V = 0$
 $V = \frac{4 v_0 \cos \alpha}{4 + 2 \cos^2 \alpha} = \frac{4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4 + 2 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{11}{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{11} \approx 1,23 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $H = 0,125 \text{ м}$; $V = 0$ или $V = 1,23 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

~3

Дано:

$$R = 1,2 \text{ м}$$

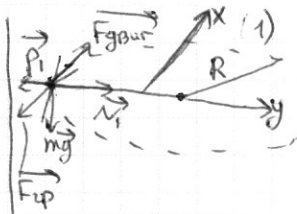
$$v_0 = 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

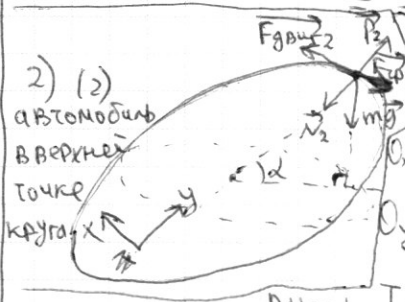
$$\mu = 0,9$$

$P_1, v_{\text{min}} - ?$



1) по II з.п. в проекции на Oy:

$$\Rightarrow m a_{\text{цт}} = P; m \frac{v_0^2}{R} = P \Rightarrow P = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} = \frac{(4-0,3)^2}{3} = \frac{13,69}{3} \approx 4,56 \text{ Н}$$



2) (2) автомобиль в верхней точке круга. Примем II з.п. в проекции на Ox в случае (1):

$$\begin{aligned} O_x: 0 &= F_{\text{гравит}} - F_{\text{н}} + T \Rightarrow F_{\text{гравит}} = \mu N_1 \Rightarrow F_{\text{гравит}} = \frac{\mu m v_0^2}{R} \\ O_y: 0 &= N_1 - P_1 \Rightarrow N_1 = P_1 = \frac{m v_0^2}{R} \end{aligned}$$

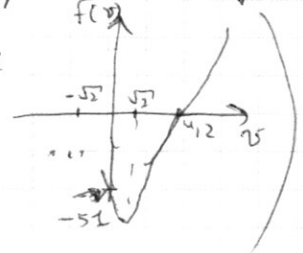
муску Т - мускулов гравитация, тогда $T = \frac{F_{\text{гравит}} s}{t} = F_{\text{гравит}} v_0 = \frac{\mu m v_0^3}{R}$

и в случае (2): $O_y: 0 = P_2 - N_2 + mg \sin \alpha \cos(90^\circ - \alpha) \Rightarrow N_2 = m \frac{v^2}{R} - mg \sin \alpha$

$O_x: 0 = F_{\text{гравит}2} - F_{\text{н}} \Rightarrow \frac{T}{v} = \mu m \left(\frac{v^2}{R} - g \sin \alpha \right) \Rightarrow \frac{T}{v} (T = \text{const})$

$$\Rightarrow \frac{\mu m v_0^3}{R \cdot v} = \mu m \left(\frac{v^2}{R} - g \sin \alpha \right); \frac{3,7^3}{1,2} = v \left(\frac{v^2}{1,2} - 10 \cdot \frac{1}{2} \right);$$

$\frac{3,7^3}{1,2} - 5v; v^3 - 6v - 3,7 = 0; v \approx 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, примем ост. корни отрицательны ($f(v) = v^3 - 6v - 51; f'(v) = 3v^2 - 6 \rightarrow$ экстремум)

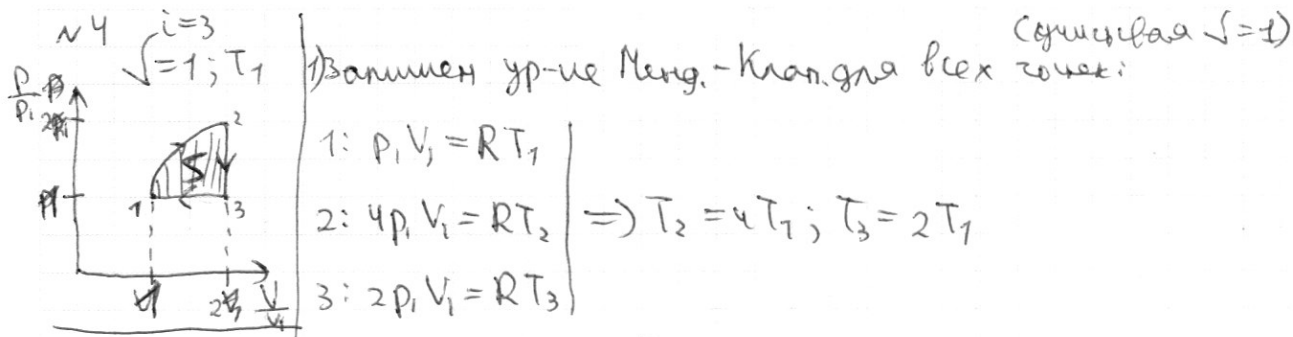


~~Ответ: $P_1 = 4,56 \text{ Н}; v = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$~~

примем $v_{\text{min}} = v = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (при меньших скоростях машине не будет хватать $F_{\text{гс}}$, чтоб удержаться в верхней точке)

Ответ: $P_1 = 4,56 \text{ Н}; v_{\text{min}} = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



по I началу термодинамики, $Q = \Delta U + A$

для участка 1-2 (т.е. в процессе расширения); S (квадрат 1×1 соев. $S = p_1 V_1$)

$$Q = \frac{i}{2} \sqrt{R} (T_2 - T_1) + S_{\text{подв}} \text{ участка } 1-2; Q = \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 + \left(p_1 V_1 + \frac{1}{4} (\pi \cdot 1)^2 \cdot \frac{RT_1}{p_1 V_1} \right) =$$

$$= \frac{9}{2} RT_1 \left(\frac{3}{2} + 1 + \frac{\pi^2}{4} \right) RT_1 = \frac{\pi^2 + 22}{4} RT_1 \approx 8 RT_1$$

$$2) A_{\text{полн}} = S = \frac{1}{4} (\pi \cdot 1)^2 \cdot p_1 V_1 = \frac{\pi^2}{4} RT_1 \approx 2,4 RT_1$$

$$3) \eta = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_{\text{подв}}}; \text{ тепло подводилось только на участке } 1-2 \left(\begin{matrix} 2-3: Q = \Delta U + A \\ 3-1: Q = \Delta U + A \end{matrix} \right) \Rightarrow$$

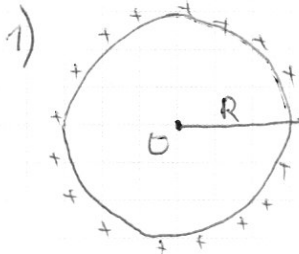
$$\Rightarrow \eta = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_{1-2}} = \frac{\frac{\pi^2}{4} RT_1}{\frac{\pi^2 + 22}{4} RT_1} = \frac{\pi^2}{\pi^2 + 22} \approx \frac{9,6}{31,6} = \frac{96}{316} = \frac{24}{79} \approx 0,3$$

$$\begin{array}{r} 24,0 | 79 \\ - 237 | 0,30... \\ \hline 300 \end{array}$$

Ответ: $Q = 8 RT_1; A = 2,4 RT_1; \eta = 0,3.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



т.к. наджённости равномерно заряж. сферы равна $\frac{kQ}{R}$ (будто бы заряд равномерно в центре сферы),

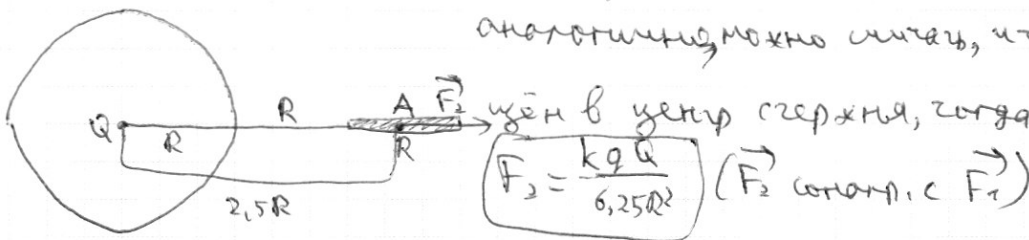
то будем считать, что вместо данной в сфере

в т.О помещён заряд Q .

тогда \vec{F}_1 направлена в прошивон. сторону (то есть, в

количерой от т.О) и $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$

2)



аналогично, можно считать, что заряд q поме-

щён в центр сферы, тогда

$$F_2 = \frac{kqQ}{6,25R^2} \quad (\vec{F}_2 \text{ сонапр. с } \vec{F}_1)$$

Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kqQ}{6,25R^2}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$35^2 = 1225 \quad 36^2 = 1600 - 320 + 16 = 1296$$

$$Q = \Delta U + A'$$

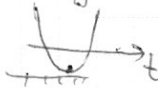
$$\Delta U = \frac{i}{2} \sqrt{RT}$$

$$t = \frac{S}{v \cos \alpha}$$

$$v_0 \sin \alpha t - H = 0 \quad t_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$0 = v^2 \sin^2 \alpha + 2gH$$

$$t_{1,2} = \frac{v \sin \alpha \pm \sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$



$$t_c = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

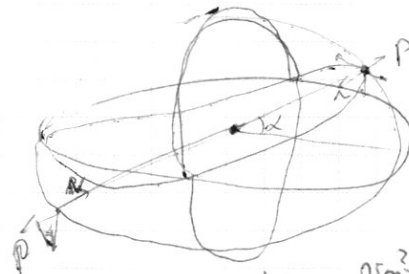
$$gt + v = \sqrt{v^2 + 2gH}$$

$$g^2 t^2 + 2vgt = 2gH$$

$$gt^2 + 2vt = 2H$$

$$E = \frac{mv^2}{2}$$

$$M \cdot v = \sqrt{\frac{NR}{m}} = \sqrt{\frac{F_{\text{grav}} \cdot R}{mH}}$$



$$mg \sin \alpha + N = m \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$F_{\text{cp}} = \mu N = F_{\text{grav}}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,7 \\ 3,7 \\ \hline 259 \end{array}$$

$$(4+x)^3 - 6(4+x) - 50,653 = 0$$

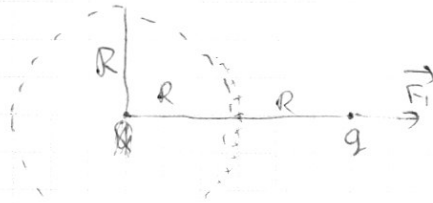
$$64 + 48x + 12x^2 + x^3 - 24 - 6x - 50,653 = 0$$

$$x^3 + 12x^2 + 42x - 11 = 0$$

$$E = \frac{F}{Q}$$

$$E = \frac{kQ}{R} = \frac{F_1}{q} \Rightarrow F_1 = \frac{kqQ}{R}$$

$$F_2$$



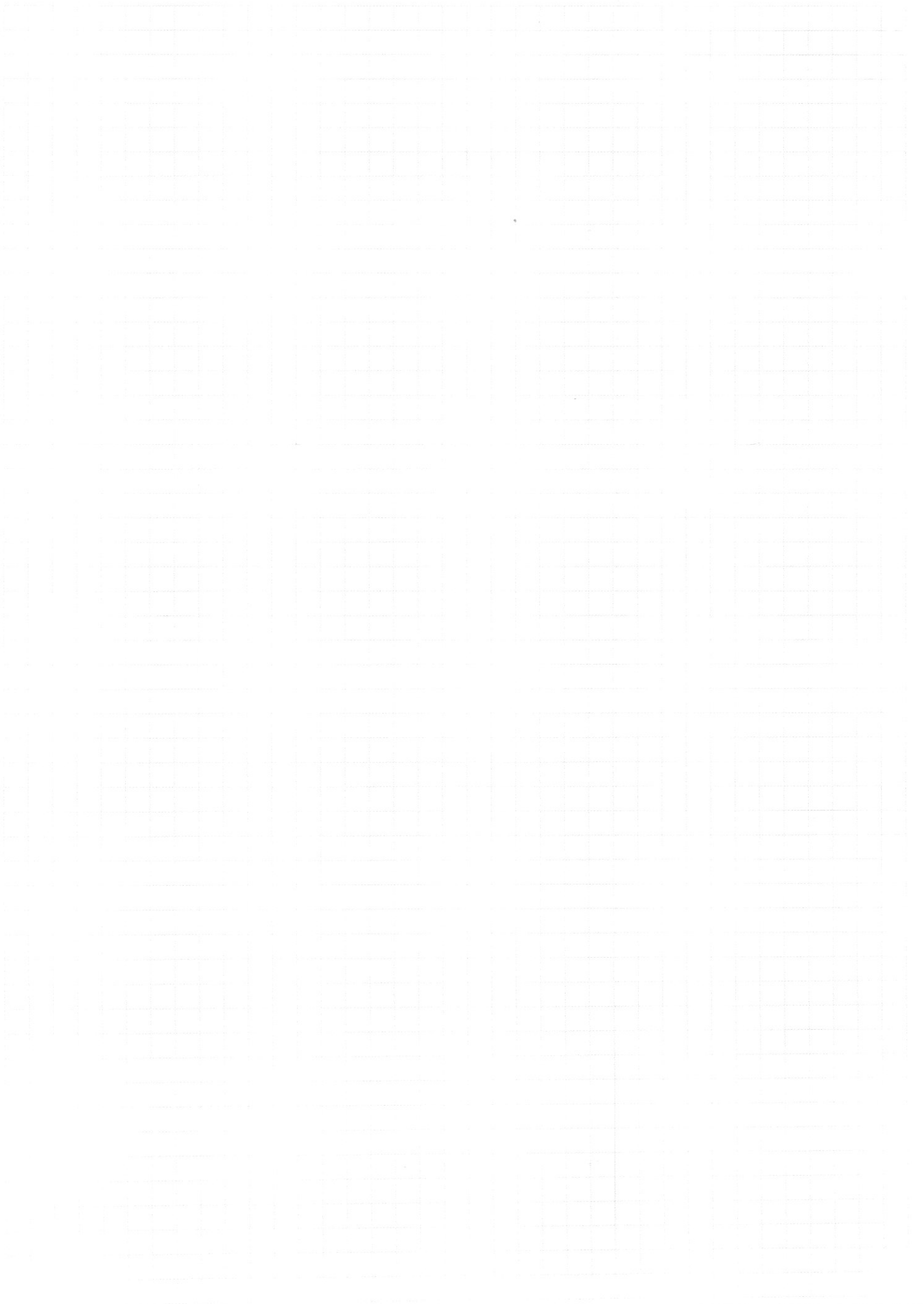
$$\frac{2gH}{g} \quad \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$2gH + v^2 +$$

$$f(\sin \alpha) = v \sin \alpha + \sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2gH}$$

$$f'(x) = v + 2\sqrt{v^2 x^2 + 2gH} \cdot 2v^2 x$$

$$f'(2v^2 x^2)$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)