

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

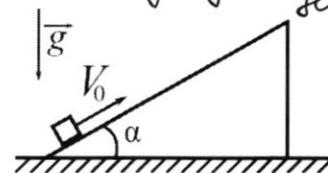
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. ~~На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.~~

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

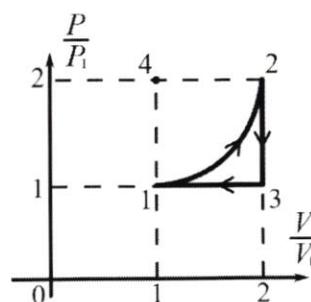
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямую, проходящую через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1

$$\begin{aligned} m &= 1 \text{ кг} \\ T &= 3 \text{ с} \\ K &= 1800 \text{ Дж} \\ \tau &= 10 \text{ с} \end{aligned}$$

1) Пусть фейерверк была зажата неподвижно со скоростью V_0 , через время T его скорость была равна $V_0 - gT = 0$, поскольку

~~фейерверк взорвался~~ взорвался в высшей точке траектории

Тогда $V_0 = gT$. Высота взрыва равна $H = V_0 T - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2} =$
 $= \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$

2) Пусть фейерверк распался на N осколков, тогда кинетическая энергия каждого осколка равна $E_k = \frac{K}{N} = \frac{m_0 V^2}{2}$, где m_0 - масса осколка,

V - его скорость. Т.к. энергия взрыва делится равномерно распределиться между всеми осколками, то масса всех осколков была равна (т.к. их скорости были равны)

Первый на землю упадет осколок со скоростью направленной вертикально вниз. Он упадет через время t .

$$H = Vt + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow gt^2 - 2Vt - 2H = 0 \quad (1)$$

$$D = 4V^2 + 8gH$$

$$t = \frac{-2V + \sqrt{4V^2 + 8gH}}{2g} = \frac{\sqrt{V^2 + 2gH} - V}{g}$$

Последний на землю упадет осколок со скоростью направленной вертикально вверх. Он упадет через время $t + \tau$:

$$H = -V(t + \tau) + \frac{g(t + \tau)^2}{2} \Rightarrow g(t + \tau)^2 - 2V(t + \tau) - 2H = 0 \quad (2)$$

Найдем высоту 1 и 2 уравнений

$$g(t^2 + 2t) - 2Vt - 4Vt = 0$$

Энергия каждого из осколков равна $\frac{k}{N}$,

Тогда скорость каждого осколка

$$\text{будет равна } v = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \text{ м/с}$$

Первый осколок ударит на землю через

$$t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gh} - v}{g} = \frac{\sqrt{3600 + 20 \cdot 45} - 60}{10} =$$

$$= \frac{\sqrt{4500} - 60}{10} = \frac{\sqrt{45} - 6}{1} = 3\sqrt{5} - 6 \approx 3 \cdot 2,25 - 6 =$$

$$= 0,75 \text{ с}$$

Ответ: 1) Фейерверк взорвался на высоте 45 м.

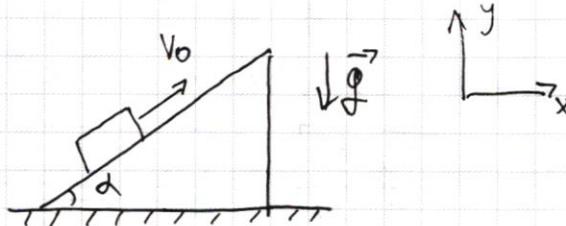
2) первый осколок ударит через 0,75 с после взрыва

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

$$\cos \alpha = 0,6$$

$$H = 2 \text{ м}$$



- 1) ~~Запишем закон сохранения энергии для начального момента и момента вылета шайбы на максимальную высоту для системы шайба-клин:~~

~~Траекторию шайбы в лабораторной ИСО можно рассматривать как параболу, вращенную вместе с телом под углом alpha. В момент максимальной вылета шайбы образует лишь горизонтальную составляющую скорости v_0 \cos \alpha. Пусть скорость клина в этот момент была равна V_1~~

~~$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + m g H + \frac{2 m V_1^2}{2}$$~~

~~$$v_0^2 \sin^2 \alpha = 2 g H + 2 V_1^2$$~~

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось OY: $m v_0 \sin \alpha = m g t$

и OX: $m v_0 \cos \alpha = m V_1 + 2 m V_x$,

где V_x - горизонтальная скорость клина на ось X.

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m V_1^2}{2} + m g H + \frac{2 m V_x^2}{2}$$

$$m (v_0^2 - V_1^2) = m g H + 2 m V_x^2$$

$$v_0^2 = V_1^2 + g H + 2 V_x^2$$

$$\begin{cases} V_0^2 = V_1^2 + gM + 2V_x^2 \\ V_0 \cos \alpha = V_1 + 2V_x \end{cases}$$

при этом время равно t :

$$V_0 \sin \alpha = gt$$

$$\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = M, \text{ откуда найдем}$$

начальную скорость шайбы

$$V_0 = \frac{\sqrt{2gM}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2}}{0,8} = \frac{4}{0,8} = 5 \text{ м/с}$$

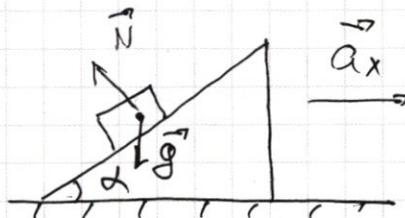
2) Масса шайбы и кинка одинаковы.

Рассмотрим с.о., связанную с кинкой

a_x - ускорение кинки

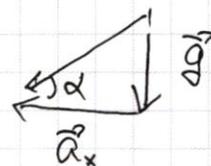
Ускорение кинки равно

$$a_x = \frac{N}{m} \sin \alpha$$



В ИСО ускорение шайбы равно $\vec{a} = \text{направление}$ и направлено вниз.

Тогда ускорение шайбы в с.о. кинки равно $\frac{g}{\sin \alpha}$



Тогда скорость шайбы, когда она вернется в ту же точку будет равна относительно кинки V_0 .

Это происходит через время, равное $t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$. Ускорение кинки равно $g/\sin \alpha$,

тогда скорость кинки в этот момент будет равна $V = \frac{g}{g/\sin \alpha} t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g/\sin \alpha} = \frac{2V_0 \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = 2V_0 \cos \alpha = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ м/с}$

Ответ: 1) $V_0 = 5 \text{ м/с}$

2) $V = 8 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

$$\begin{aligned} R &= 2 \text{ м} \\ \alpha &= 45^\circ \\ \mu &= 0,8 \\ R &= 1 \text{ м} \end{aligned}$$



сфер. скорости в вертикаль-
ной плоскости

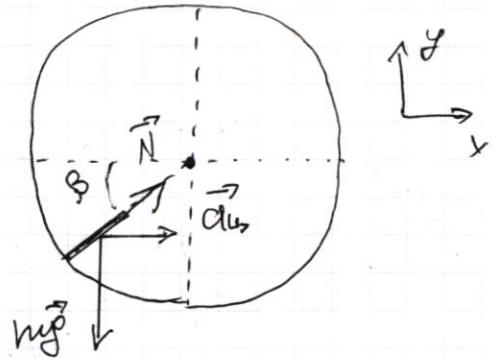
На поверхность действуют
силы: mg , N , $F_{тр}$, $F_{цент}$

1) Запишем II 3-и Ньютона для сферы:

$$\vec{a}_{цм} = mg + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{цент}$$

Т.к. $R = N = 2 \text{ м}$, то поверхность вы-
исекает в нижней полусфере.

Пусть угол между нормалью к поверх-
ности от центра к центру
сферы и горизонтальной
плоскостью равен β



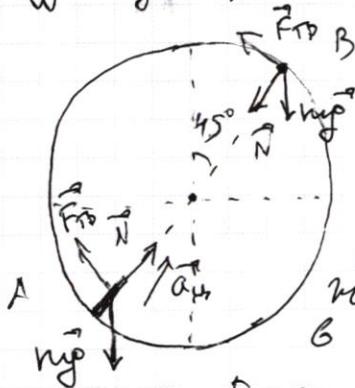
II 3-и Ньютона:

$$mg = N \sin \beta = 2 \mu g \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{2}, \beta = 30^\circ$$

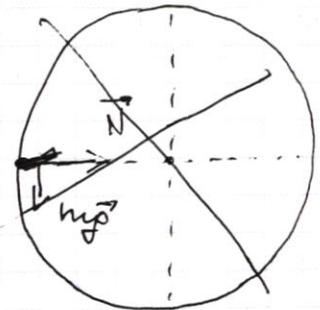
$$a_{цм} = N \cos \beta = 2 \mu g \cos \beta = \mu g \sqrt{3}$$

$$\text{отсюда значение скорости } a_{ц} = g \sqrt{3} = 10 \sqrt{3} \text{ м/с}^2 \approx 17,3 \text{ м/с}^2$$

2)



Рассмотрим
2 крайних
положения на
большой окруж-
ности, радиусо-
мной хорды
в 45° к горизонту.



Рассмотрим точку A:

$$a_{цм} = mg \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} mg \quad a_{цм} = N - mg \cos 45^\circ = N - \frac{\sqrt{2}}{2} mg$$

$$F_{тр} = mg \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \mu N$$

Сел. не след. страници

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N = \frac{mg}{\mu\sqrt{2}} \Rightarrow a_{\text{ч}} = \frac{g}{\mu\sqrt{2}} - \frac{g}{\sqrt{2}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) = \frac{10}{\sqrt{2}} \left(\frac{10-8}{8} \right) = \frac{20}{8\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{3,5}{1,42} \text{ м/с}^2$$

Теперь рассмотрим точку В:

$$a_{\text{ч}} m = mg \cos 45^\circ + N$$

$$mg \sin 45^\circ = F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$a_{\text{ч}} = \frac{g}{\sqrt{2}} + \frac{g}{\mu\sqrt{2}} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{10+8}{8} \right) = \frac{g \cdot 18}{\sqrt{2} \cdot 8} = \frac{45}{2\sqrt{2}} \text{ м/с}^2$$

Если центростремительное ускорение в т. А будет меньше чем рассчитанное в равной точке, то авт. морильная автомобиль совершит уход, сдвинет левый бок и вызовет реакцию оковы. Аналогичное происходит и в точке В. Поэтому равномерно движущиеся автомобили должны обладать ускорением ~~равным~~ равным или большим, чем в т. В:

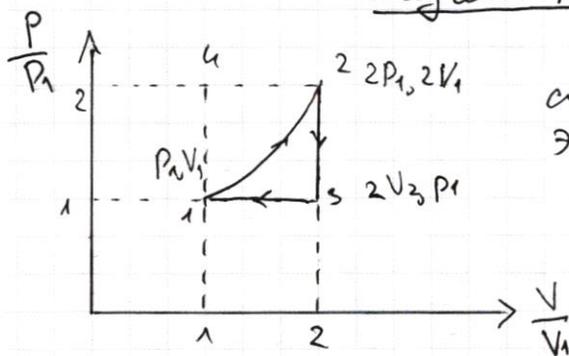
$$a_{\text{ч}} = \frac{45}{2\sqrt{2}} = \frac{v_{\text{мин}}^2}{R} \Rightarrow v_{\text{мин}} = \sqrt{\frac{45R}{2\sqrt{2}}} = 3 \sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} = 3 \sqrt{\frac{2,5}{\sqrt{2}}} \approx$$

$$\approx 3 \sqrt{1,75} = 1,5 \sqrt{7} \approx 1,5 \cdot 2,7 = 4,05 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $a = 10\sqrt{3} \text{ м/с}^2 = 17,3 \text{ м/с}^2$

2) $v_{\text{мин}} = 3 \sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ м/с} \approx 4,05 \text{ м/с}$

Задача №4



Процесс 1-2 можно считать как $\frac{1}{4}$ площади эллипса с полуосями, равными p_1 и V_1 . Площадь эллипса равно половине произведения осей на π :
 $S = ab\pi$

1) Рассмотрим процесс 1-2 расширение газа.

Работа $A_{вн}$ при этом процессе равна $A_{вн} = -\frac{p_1 V_1 \pi}{4}$,

изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) =$

$$= \frac{3}{2} R \left(\frac{2p_1 \cdot 2V_1}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) = \frac{3}{2} p_1 V_1 \cdot 3 = \frac{9}{2} p_1 V_1.$$

к газу было передано количество теплоты, равное

$$Q = \Delta U - A_{вн} = p_1 V_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \left(\frac{\pi}{4} + 4,5 \right) p_1 V_1$$

2) Суммарная работа газа за весь цикл равна площади под графиком 1-2-3-1.

$$A = p_1 V_1 - \frac{p_1 V_1 \pi}{4} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

3) Найдем КПД совершенного цикла:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{p_1 V_1 \left(4,5 + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{4 - \pi}{18 + \pi}$$

Ответ: 1) $Q = \left(\frac{\pi}{4} + 4,5 \right) p_1 V_1$

2) $A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$

3) $\eta = \frac{4 - \pi}{18 + \pi}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N5

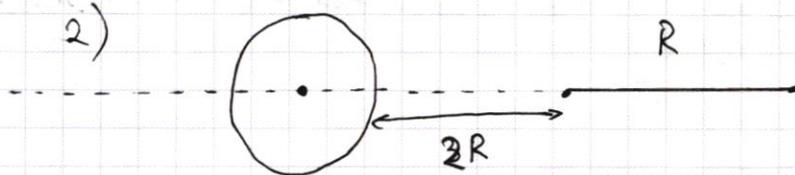
- 1) Сила взаимного притяжения зарядов, удаленного от центра шара на некотором расстоянии x равна

$$F = \frac{|q_1 q_2| k}{x^2}, \text{ тогда, сила,}$$

действующая на заряде шара, равна

$$F_1 = \frac{q_1 Q k}{9R^2}. \text{ Данный фронт можно показать с помощью теоремы Гаусса}$$

2)



Представим сферу как множество элементарных цилиндров длиной ΔR , $\Delta R \ll R$, тогда каждый такой цилиндр будет иметь заряд

$$\Delta q = \frac{Q}{R} \cdot \Delta R$$

На цилиндр, находящийся на расстоянии L_i от левого конца шара действует со стороны сферы сила, равная

$$\Delta F_i = \frac{Q \Delta q k}{(3R + L_i)^2}$$

$$\text{теперь пусть } \Delta F_i = dF; dF \rightarrow 0$$

$$\Delta q = dq; dq \rightarrow 0$$

$$\Delta R = dL, dL \rightarrow 0$$

$$L_i = L$$

$$\frac{dF}{dL} = \frac{Q dq k}{(3R + L)^2} = \frac{Q q k}{(3R + L)^2} \cdot \frac{1}{R}$$

Пусть расстояние от центра шара до i -го цилиндрика равно S , тогда

можно сказать, что $dL = dS$,
 $S = 3R + L$, перенесем откосоме.

$$\frac{dF}{dS} = \frac{qQk}{S^2} \cdot \frac{1}{R}$$

проинтегрируем это выражение по dS :
на всей длине стержня R

$$\int_{3R}^{4R} \frac{dF}{dS} \cdot dS = \int_{3R}^{4R} \frac{qQk}{S^2} \cdot \frac{1}{R} \cdot dS$$

$$F_2 = \frac{qQk}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dS}{S^2} = \frac{qQk}{R} \cdot \left(-\frac{1}{S} \right) \Big|_{3R}^{4R} =$$

$$= \frac{qQk}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{qQk}{R^2} \cdot \frac{1}{12}$$

Сила, с которой ~~эта~~ заряженная
стержень действует на заряженный стержень
равна

$$F_2 = \frac{qQk}{12R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{qQk}{9R^2}$

2) $F_2 = \frac{qQk}{12R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h = \sqrt{0T} - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2}$$

а также

$$(a + 10b)^2 = a^2 + 100b^2 + 20ab$$



также

$$m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1$$

цито

$$H = \frac{1}{2} m v^2$$

$$H = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{10 \cdot 18}{52 \cdot 8} = \frac{5 \cdot 9}{52 \cdot 2}$$

$$\sqrt{3000} \begin{array}{r} 1,7 \\ -1 \\ \hline 200 \\ -189 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{29}{9} = \frac{58}{9}$$

$$\frac{28}{8} = 3,5$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 8 \\ \hline 27 \\ 7 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\frac{2,50}{1,42}$$

$$\frac{300}{1,73} = 173$$

$$\frac{21}{7} = 3$$

$$\begin{array}{r} 2,5000 \\ -1,42 \\ \hline 1080 \\ -994 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\sqrt{700} \begin{array}{r} 2,7 \\ -4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ 1219 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\frac{2,5}{1}$$

$$\frac{175}{25} = 7$$

$$\frac{10}{8} = 1,25$$

$$\frac{2,7}{7} = 0,385$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5$$

$$\frac{1,42}{1,42} = 1$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ 568 \\ 142 \\ \hline 20164 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ -1,5 \\ \hline 125 \\ 27 \\ \hline 405 \end{array}$$

$$gt^2 + 2Vt - 2H = 0$$

$$g(t^2 + 2t\tau)$$

$$g(t^2 + 2t\tau) - 2V\tau - 4Vt = 0$$

$$\frac{3600}{4500} \left(3600 + 900 \sqrt{5,00} \right)$$

$$t = \frac{\sqrt{V^2 + 2gH} - V}{g}$$

$$(a + b)^2$$

$$10 \cdot 0,75^2 + 20 \cdot 0,75 - 90 = a^2 + 10b + 20ab$$

$$\sqrt{5,00} \quad | \quad 2,2$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ \hline 100 \end{array}$$

6,75

$$\begin{array}{r} 12,75 \\ \times 7 \\ \hline 875 \\ 1200 \\ \hline 8925 \end{array}$$

$$(a + 10b + 100c)^2 =$$

$$= a^2 + 100b^2 + 10000c^2 + 20ab + 200ac +$$

$$200bc =$$

$$2 \cdot 10000c^2 + 100$$

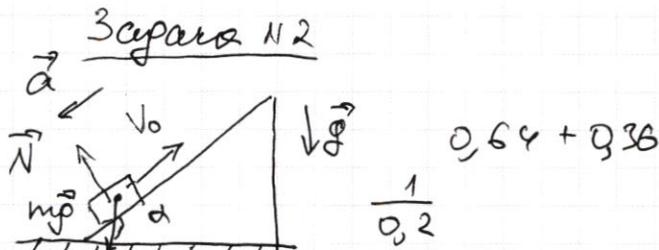
$$\begin{array}{r} 4,2 \\ \times 2 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,4 \\ \times 2,4 \\ \hline 96 \\ 480 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ \times 2,25 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos \alpha = 0,6$
 $H = 0,2 \text{ м}$



2) На шайбу, движущуюся по клину, действуют сила тяжести mg и сила реакции опоры со стороны клина в перпендикулярном направлении. Запишем II закон Ньютона:

$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}$, где \vec{a} - ускорение шайбы в ИСО.

~~по направлению движения~~
Векторная запись второго закона Ньютона

~~$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}$~~

Запишем закон сохранения энергии для шайбы:

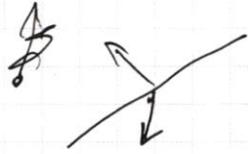
$\frac{mv_0^2}{2} = mgH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 0,2 \cdot 10} = 2 \text{ м/с}$

Для системы шайба-клин запишем

$v_0 \sin \alpha + \sqrt{gH} = \frac{v_0 \sin \alpha}{2} +$

$v_0^2 = v_1^2 + gH + 2v_1x$

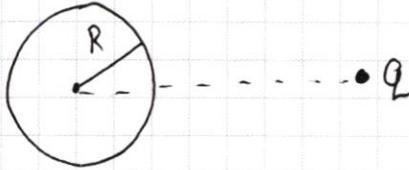
тогда $v_0 \cos \alpha = v_1 + 2v_1x$



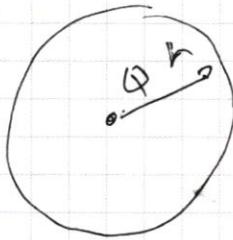
10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$d\varphi = -\frac{1}{S}$$



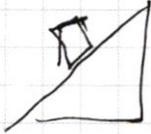
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$$



$$E = \frac{Qk}{r^2}$$

$$\varphi = \frac{Qk}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = Qk \cdot 4\pi$$

$$E = \frac{Qk \cdot 4\pi}{4\pi \cdot}$$



$$dF = \frac{Qdq}{r^2}$$

Задача №4

P_1, V_1

