

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

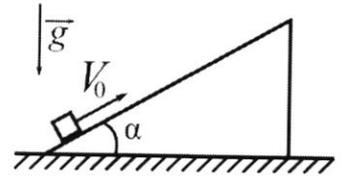
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк? *через какое время это взорвалось можно узнать по формуле*
 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
 Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

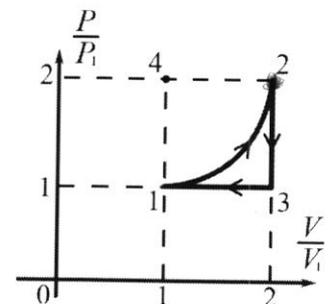
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
 2) Найдите работу A газа за цикл.
 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

1). Т.ч. скорость взрыва в высшей точке траектории,

ms ~~$v = gT$~~ $gH = \frac{v^2}{2}$ $v = gT \Rightarrow$

$\Rightarrow gH = \frac{g^2 T^2}{2} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м.}$

2). Т.ч. скорость век скорости сразу после взрыва равна,

ms $\text{или такая же энергия равна?}$

$K = \sum \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 = \frac{1}{2} v^2 \sum \Delta m = \frac{1}{2} M v^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \text{ м/с.}$

Затем запишем уравнение движения точки осколка, скорость которой направлена вертикально вниз (осколки, отрывающиеся от земли разными группами, т.ч. начальная скорость у всех одинакова $v_0 = 60 \text{ м/с}$).

$H = v_0 \cdot t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$, где t_1 — время падения осколка после взрыва

Затем введем уравнение канонич:

$t_1 = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 900}}{10} = -5 \pm \sqrt{\frac{4500}{10}}$

$\approx -5 + 0,7 \approx \text{Решение } 0,7 \text{ с.}$



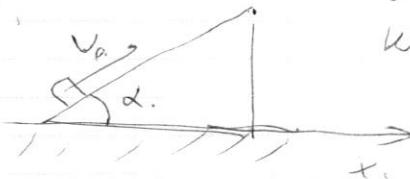
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

1).



Пусть масса шарика m , отсюда масса
книжки $2m$.

Затем закон сохранения импульса
для системы "шарик + книга" в проекции

на x :

$$m v_0 \cos \alpha = (m + 2m) v_1, \text{ где } v_1 - \text{скорость шарика и}$$

книжки, когда шарик перестал двигаться.

$$m v_0 \cos \alpha = 3m v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{3} \cos \alpha.$$

Затем закон сохранения энергии для всей системы:

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g h + \frac{m + 2m}{2} v_1^2$$

$$\frac{v_0^2}{2} = g h + \frac{3}{2} v_1^2 = g h + \frac{3}{2} \cdot \frac{v_0^2}{9} \cos^2 \alpha.$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cos^2 \alpha \right) = g h.$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} = \sqrt{\frac{100}{3}} \approx \boxed{5,9 \text{ м/с}}$$

2) Пусть та же масса шарика m . Тогда масса книжки
таже m . Затем закон сохранения импульса на x :

$$m v_0 \cos \alpha = \cancel{\frac{m v_0 \cos \alpha}{2}} + \cancel{\frac{m v_0 \cos \alpha}{2}}, \text{ где } v_2 - \text{скорость}$$

шарика, когда она выскочила в ту же сторону

$$v_{2x} = \cancel{v_0 \cos \alpha} = \cancel{v_0 \cos \alpha} - \cancel{v_0 \cos \alpha}, \text{ где } \cancel{v_0 \cos \alpha} - \text{скорость}$$

шарика относительно книжки:

$$\cancel{m v_0 \cos \alpha} - \cancel{m v_0 \cos \alpha} = \cancel{m v_0 \cos \alpha} - \cancel{m v_0 \cos \alpha}$$

$$m V_{\text{зад}} = 2U \cdot m - V_{\text{зад}} \cdot m \text{ зад.}$$

$$V_{\text{зад}} = 2U - V_{\text{зад}} \text{ зад.} \quad (1)$$

Сумма закон сохранения энергии:

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{m V^2}{2} - \frac{m (V_{\text{зад}})^2}{2} + (V_{\text{зад}} \cos \alpha - V)^2 + V_{\text{зад}}^2 \sin^2 \alpha$$

$$V_0^2 = V^2 + (V_{\text{зад}} \cos \alpha - V)^2 + V_{\text{зад}}^2 \sin^2 \alpha \quad (2)$$

из (1):

$$V_{\text{зад}} = \frac{2U - V_{\text{зад}}}{\cos \alpha} = \frac{2U}{\cos \alpha} - V_0$$

Подставим в (2):

$$V_0^2 = V^2 + (V - V_0 \cos \alpha)^2 + (2U - V_0 \cos \alpha)^2 \sin^2 \alpha$$

$$V_0^2 = V^2 + V^2 - 2UV_0 \cos \alpha + V_0^2 \cos^2 \alpha + 4U^2 \sin^2 \alpha - 4UV_0 \cos \alpha \sin^2 \alpha + V_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$0 = 2\left(\frac{U}{V_0}\right)^2 - 2\left(\frac{U}{V_0}\right) \cos \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \left(\frac{U}{V_0}\right)^2 - \sin^2 \alpha \cdot \left(\frac{U}{V_0}\right) + \sin^2 \alpha$$

$$\left(\frac{U}{V_0}\right)^2 \left(2 + \sin^2 \alpha\right) - \left(\frac{U}{V_0}\right) \left(2 + \sin^2 \alpha\right) + \sin^2 \alpha = 0$$

$$b g^2 \alpha = \frac{16}{9}$$

$$\left(\frac{U}{V_0}\right)^2 \left(2 + \frac{65}{9}\right) - \left(\frac{U}{V_0}\right) \left(2 + \frac{65}{9}\right) + \frac{65}{9} = 0$$

$$82 \left(\frac{U}{V_0}\right)^2 - 82 \left(\frac{U}{V_0}\right) + 65 = 0$$

$$82 \left(\frac{U}{V_0}\right)^2 - 82 \left(\frac{U}{V_0}\right) + 32 = 0$$

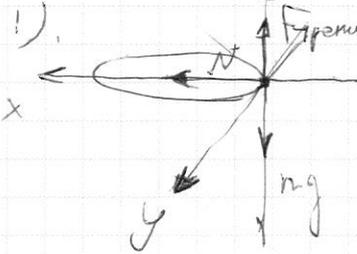
$$V_0^2 = U^2 + U^2 - 2UV_0 \cos \alpha + V_0^2 \cos^2 \alpha + 4U^2 \sin^2 \alpha - 4UV_0 \cos \alpha \sin^2 \alpha + V_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$b g^2 \alpha = \frac{5}{3}$$

$$V_0^2 = U^2 + U^2 - 2UV_0 \cdot 0,6 + V_0^2 \cdot 0,36 + 4U^2 \cdot \frac{16}{9} - 4UV_0 \cdot \frac{16}{9} \cdot 0,6 + V_0^2 \cdot 0,36$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

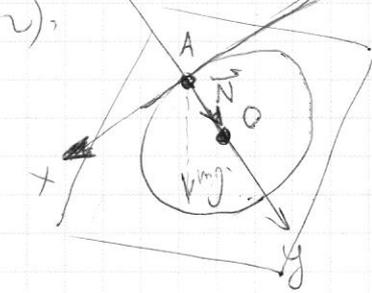
Задача 3.7



1). Введём систему координат, как показано на рисунке. Зонами $z=0$ $y=0$. Касательная N перпендикулярна yz . Показатель z yz . Показатель z yz . Показатель z yz . Показатель z yz .

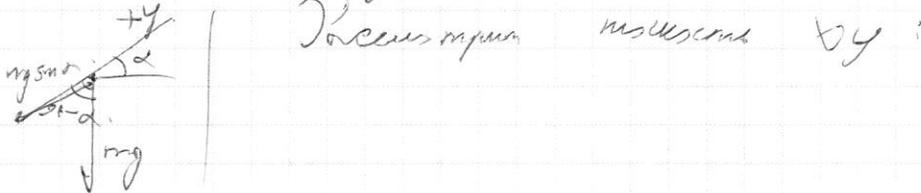
Введём систему координат, как показано на рисунке. Зонами $z=0$ $y=0$. Касательная N перпендикулярна yz . Показатель z yz . Показатель z yz . Показатель z yz . Показатель z yz .

$F = 2mg$; $N = ma_{y,z} \Rightarrow N = \sqrt{3}mg$, $a_{y,z} = \sqrt{3}g = 17 \frac{m}{c^2}$



2). Введём систему координат, как показано на рисунке; x — касательная к поверхности в точке A, z перпендикулярна x и перпендикулярна касательной к поверхности. yz — перпендикулярна x и z , касательная к поверхности.

Касательная к поверхности. Сила реакции опоры N направлена в yo . Сила тяжести F_g перпендикулярна N , поэтому линия в пространстве xz . Тяжесть имеет проекцию mg на ось xy равна $mg \sin \alpha$.

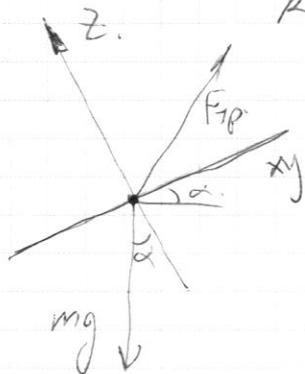




Т.к. угол наклона постоянен, то тангенциальное ускорение равно 0, т.е. $F_{\text{тр}x} + mg \sin \alpha \sin \varphi = 0$ (м. п.е.). Тогда угол α_n — центростремительное ускорение. Тогда:

$$a_n \cdot m = N - mg \sin \alpha \cos \varphi.$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}, \text{ где } V - \text{ скорость автомобиля.}$$



Заметим, что по 3-й. Косинус на ось Z:

$$F_{\text{тр}z} = mg \cos \alpha = 0$$

$$F_{\text{тр}z} = mg \cos \alpha.$$

То м. Тогда сила: $F_{\text{тр}} = \sqrt{F_{\text{тр}x}^2 + F_{\text{тр}z}^2} =$

$$= mg \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

То 3-ий закон: $F_{\text{тр}} \leq \mu N = m \left(\frac{V^2}{R} + g \sin \alpha \sin \varphi \right) \mu \quad (2)$

Используя (1) и (2):

$$g \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + \cos^2 \alpha} \leq \mu \left(\frac{V^2}{R} + g \sin \alpha \sin \varphi \right).$$

$$g^2 (\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + \cos^2 \alpha) \leq \mu^2 \left(\frac{V^2}{R} \right)^2 + 2 \frac{V^2}{R} g \sin \alpha \sin \varphi + g^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi$$

Заметим, что если мы возьмем радиус достаточно V , а потом будем

увеличивать, то мы будем приближаться к некоторому значению скорости, которое будет минимальным

возможным. Т.е. при $\varphi = -90^\circ$ тогда (т.к. отрицательное).

$$g^2 \cos^2 \alpha = \mu^2 \left(\frac{V_{\text{min}}^2}{R} - g \sin \alpha \right)^2$$

$$V_{\text{min}} = \sqrt{R \left(\frac{g \cos \alpha}{\mu} + g \sin \alpha \right)} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)} =$$

$$= \sqrt{10 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}} + 1 \right)} = \sqrt{5 \sqrt{2}} \approx 5 \frac{m}{c} = \sqrt{10 \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{5}{4} + 1 \right)} R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

1). Знаяем газе закон термодинамики:

$$Q = A' + \Delta U, \text{ где } A' - \text{ работа шара, } \Delta U - \text{ изменение ее}$$

внут. энергии. Так как газ одноатомный, то $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta(PV)$
 $= \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot P_1 V_1$ (уравнение Менделеева - Клапейрона).

$$A' = \sum_{ip} p_i V_i, \text{ где } \sum_{ip} - \text{ сумма моментов по } \text{уравнению 1-2.}$$

$$A' = (2 - \frac{1}{5}) P_1 V_1$$

$$Q = (\frac{13}{2} - \frac{1}{5}) P_1 V_1.$$

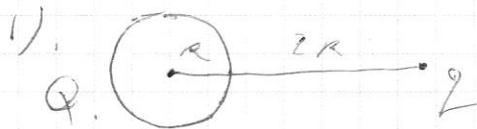
2). $A = S \cdot p_1 V_1$, где S - площадь, которую охватывает
 участок газа. $A > 0$, т.к. объём не меняется.

$$S = 1 - \frac{1}{5} \Rightarrow A = (1 - \frac{1}{5}) P_1 V_1.$$

3). $\eta = \frac{A}{Q}$ (по определению)

$$\eta = \frac{(1 - \frac{1}{5}) P_1 V_1}{(\frac{13}{2} - \frac{1}{5}) P_1 V_1} = \frac{1 - \frac{1}{5}}{\frac{13}{2} - \frac{1}{5}} = \frac{5-3}{26-3} \approx \frac{2}{23} \approx 9\%$$

Задача 5.



Так как заряд распределён равномерно, то
 в центре, то она излучает вокруг себя

поле не поле, как и точечный заряд такой же величины,
 помещённый в её центр. Из 3-го закона Кулона потенциал зарядов
 Q и q равен на расстоянии $2R$ взаимнодействуют (силы):

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N + mg \sin \alpha \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

$$N = m \left(\frac{v^2}{R} + g \sin \alpha \sin \varphi \right)$$

$$F_{тр} \leq \mu N$$

$$F_{тр} \leq \mu m \left(\frac{v^2}{R} + g \sin \alpha \sin \varphi \right)$$

~~$$mg \leq \mu m \sqrt{g^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + m^2 \alpha}$$~~

~~$$\left(\frac{g}{\mu} \right)^2 \leq \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi$$~~

$$mg \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + m^2 \alpha} \leq \mu m \left(\frac{v^2}{R} + g \sin \alpha \sin \varphi \right)$$

~~$$g^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + g^2 \cos^2 \alpha \leq \mu^2 \left(\frac{v^2}{R} \right)^2 + 2 \frac{v^2}{R} g \cos \alpha \sin \varphi \mu + \mu^2 g^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi$$~~

~~$$\cos^2 \varphi - \mu \sin^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi - \mu \sin^2 \varphi \leq 1$$~~

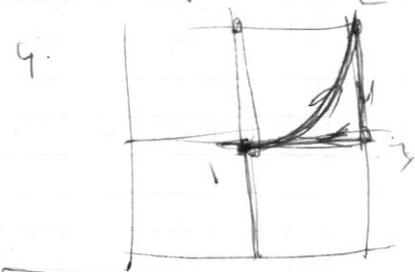
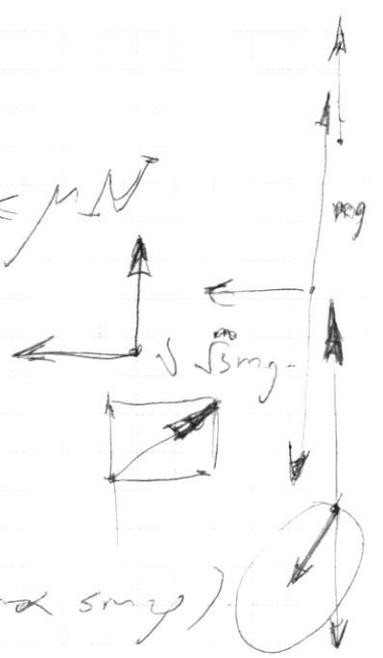
~~$$g^2 \sin^2 \alpha + g^2 \cos^2 \alpha \leq \mu \frac{v^2}{R} +$$~~

~~$$g^2 \leq \mu \frac{v^2}{R}$$~~

$$\mu \left(\frac{v^2}{R} \right) + 2 \left(\frac{v^2}{R} \right) g \cos \alpha \sin \varphi + g^2 (\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + \cos^2 \alpha - \mu^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) = 0$$

~~$$\left(\frac{v^2}{R} \right) = D, \quad g^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi - \mu^2 g^2$$~~

$$g^2 \sin^2 \alpha \leq \mu \left(\frac{v^2}{R} \right)^2 + 2 \frac{v^2}{R} g \cos \alpha + \mu^2 g^2 \sin^2 \alpha$$



$$Q = A' + \Delta U$$

$$400 - 20 \cdot 3 \cdot 2 + 0 = 100 - 120 + 0$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$= \frac{3}{2} \Delta(pV)$$

$$\nu R \Delta T = \Delta(pV)$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$$

$$\sqrt{\frac{35}{3}} \sqrt{2} \Delta p V = p_2 V_2 - p_1 V_1$$

$$A' = \int p_1 V_1$$

$$p_2 V_2 - p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} \right) - 1$$

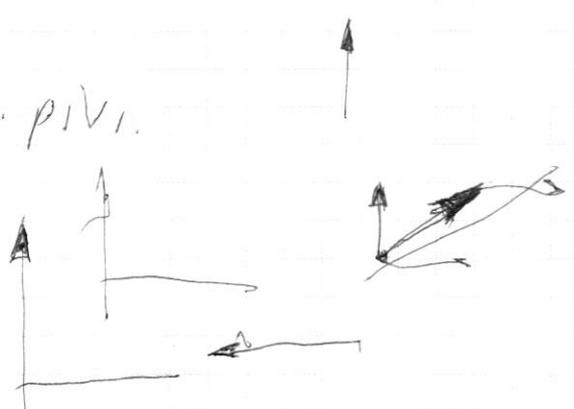
$$Q = (2 - \frac{1}{4} \cdot \pi) \cdot v \cdot p \cdot i + p \cdot v \cdot i = (\frac{p \cdot v \cdot i}{3} - \frac{1}{4} \pi)$$

4)

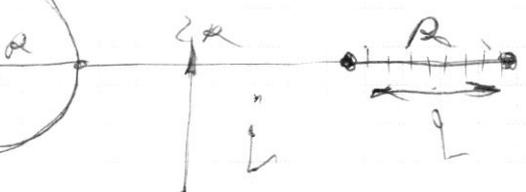
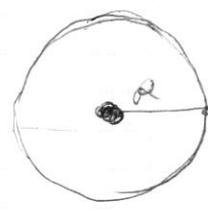
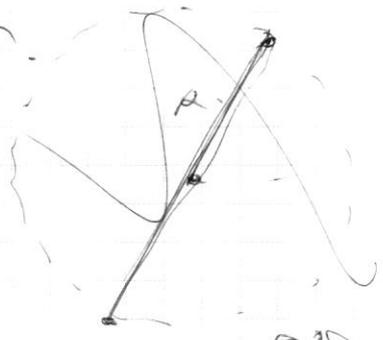


$$A = (1 - \frac{\pi}{4}) \cdot p \cdot v \cdot i$$

$$\frac{1 - \frac{\pi}{4}}{3 - \frac{1}{4} \pi}$$



5.



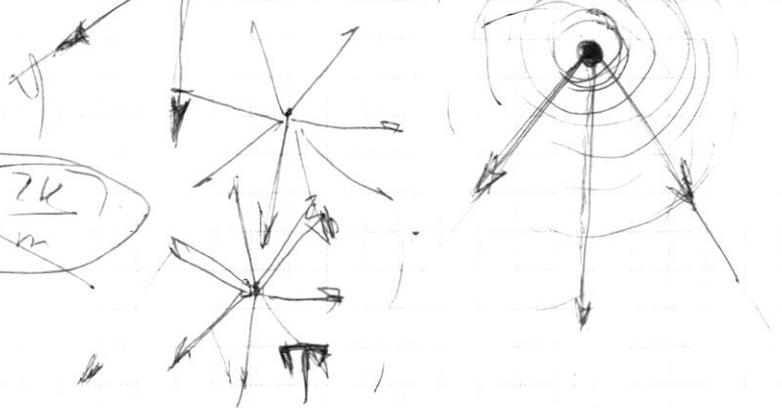
1.



$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

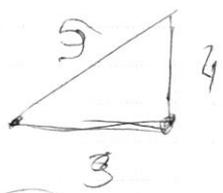
$$g E_1^2 + v \cdot E_1 = K$$

$$E_x =$$



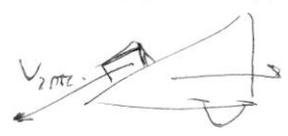
$$\frac{10 \cdot 0,2 \cdot 2}{0,12} = \frac{10 \cdot 0,2 \cdot 2}{1 - \frac{0,36}{3}}$$

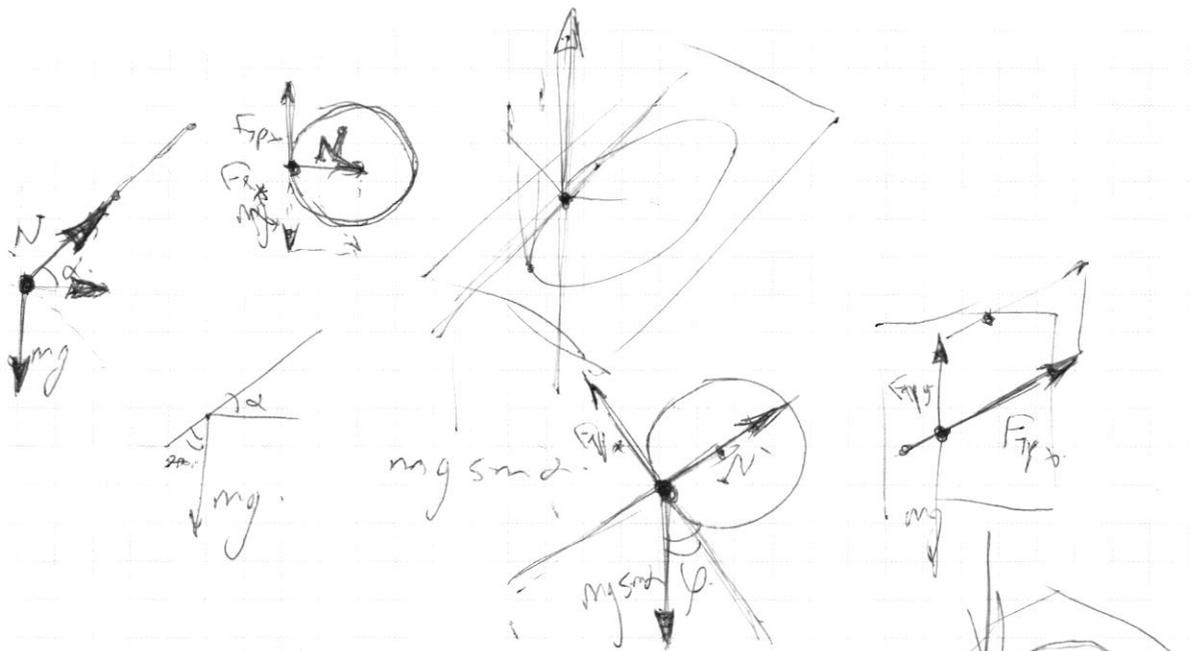
$$\frac{2 \cdot 2}{0,12} = \frac{4}{0,12} = \frac{400}{12} = \sqrt{\frac{100}{3}}$$



$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 400}{3}} = \sqrt{\frac{800}{3}}$$

$$v = \sqrt{v_{rot}^2 + v^2}$$





$$mg \sin \alpha \cos \varphi = F_{\text{TP}x}$$

$$N - mg \sin \alpha \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

$$F_{\text{TP}y} = mg$$

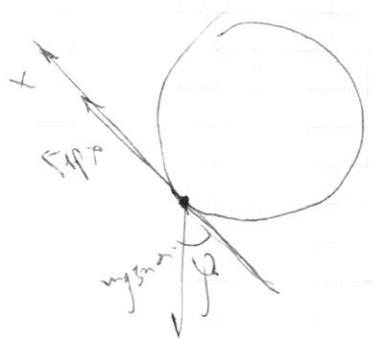
~~$$F_{\text{TP}x}^2 + F_{\text{TP}y}^2 = F_{\text{TP}}^2$$~~

~~$$v^2 \neq F_{\text{TP}}^2 = F_{\text{TP}x}^2 + F_{\text{TP}y}^2 + 2 F_{\text{TP}x} F_{\text{TP}y} \frac{\sqrt{2}}{2}$$~~

~~$$F_{\text{TP}x} = mg \sin \alpha$$~~
~~$$F_{\text{TP}y} = mg \cos \alpha$$~~
~~$$N = m \frac{v^2}{R}$$~~

~~$$F_{\text{TP}} = mg$$~~

$$mg \sin \alpha \cos \varphi = F_{\text{TP}x} \cos \varphi$$

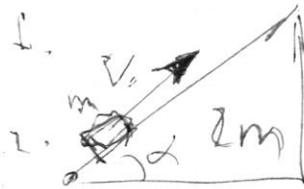


$$F_{\text{TP}x} = mg \sin \alpha \cos \varphi$$

$$F_{\text{TP}y} = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{TP}} = \sqrt{F_{\text{TP}x}^2 + F_{\text{TP}y}^2} = mg \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + \cos^2 \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{6}{7}$
 $\sqrt{850}$
 $9 \cdot 5 \cdot 2$

$\Delta V_{0 \text{ end}} = 3 \text{ м} \cdot V$
 $4500 - 4700 = 200$
 $5200 - 5700 = 500$

$V = \frac{V_0}{3} \text{ м} \cdot \alpha$

40
 44600

$\frac{m V_0^2}{2} = mgh + \frac{3m}{2} \cdot \frac{V_0^2}{3} \cos^2 \alpha$

$V_0^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cos^2 \alpha \right) = gh \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gh}{1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha}}$

$m \cdot m V_0 \alpha = 18 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} \cdot V - m \cdot V$

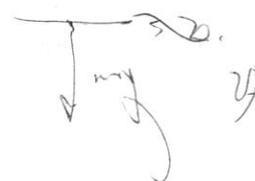
$2V^2 + V^2 = V_0^2$

$V^2 = \sqrt{V_0^2 - 2V^2}$

$V_0 \alpha = 2V - \sqrt{V_0^2 - 2V^2}$

$\frac{4}{0,112} = \sqrt{3^2 \cdot 2500 + 3000}$

3.



$2500 + 400 = 15$

