Спецификация | Договор | АКТ пп | Приложение 3

Спецификация | Договор | АКТ пп | Приложение 3

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

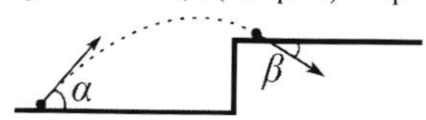
Класс 10

Вариант 10-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом α к горизонту, $\cos\alpha = 0{,}6$ (см. рис.). Через $\tau = 0{,}8$ с камень находится на максимальной высоте. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу. В момент падения на крышу вектор скорости образует с горизонтом угол β такой, что $\cos\beta = 0{,}8$.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта, завершился полет камня? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

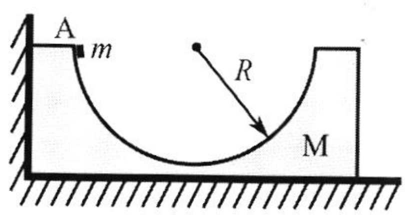
2. Максимальная скорость движения модели автомобиля по окружности радиуса $R = 2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости, равна $V_{MAX} = 4$ м/с. Модель приводится в движение двигателем. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения шин модели по поверхности.

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол α с горизонтом такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

2) Найдите наименьшее время T, за которое модель равномерно проедет по окружности радиуса $R = 2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0{,}8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок массой $M = 3m$, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки A с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m.

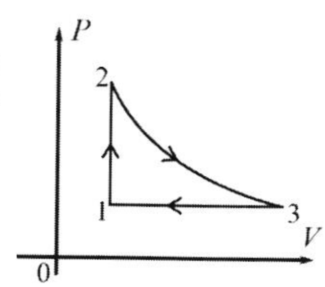


1) На какую максимальную высоту H, отсчитанную от нижней точки полусферы, поднимется шайба при дальнейшем движении системы?

2) Найдите максимальную кинетическую энергию K_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

3) С какой по величине силой N брусок действует на шайбу в тот момент, когда его кинетическая энергия максимальная? Ускорение свободного падения g.

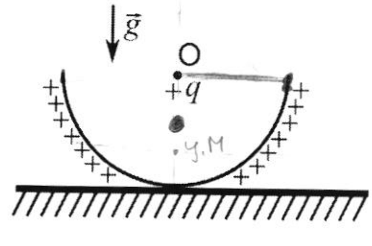
4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изохоры 12, адиабаты 23 и изобары (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа уменьшается в $n = 2\cdot\sqrt{2}$ раз.



1) Найдите КПД такого цикла.

Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.

5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m. Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точке O находится точечный заряд $q > 0$.



1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда q из точки O в бесконечность. Электрическая постоянная ε_0.

2) Во сколько раз уменьшится сила, с которой полусфера действует на горизонтальную поверхность, после переноса точечного заряда q из точки O в бесконечность? Ускорение свободного падения g. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

1)

По условию через τ была достигнута максим. высота, а значит: $\frac{V_0 \sin\alpha}{g} = \tau$

Тогда $V_0 = \frac{\tau g}{\sin\alpha}$

$\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sin\alpha$ (т.к $0<\alpha<90^\circ$)

$\sin\alpha = \sqrt{1-0,36} = 0,8$

Тогда $V_0 = \frac{0,8с \cdot 10\frac{м}{с^2}}{0,8} = 10\frac{м}{с}$

2) Пусть V_2 – это скорость, которую имел камень в конце полета, тогда $V_2\cos\beta = V_0\cos\alpha$

Тогда ему потребовалось время после того как он достиг вершины, чтобы дойти до крыши – τ_2

Тогда: $g\tau_2 = V_2\sin\beta$

Тогда высота крыши $h = H_{max} - h_{ост}$

$h_{ост}$ – расстояние от вершины по вертикали до уровня крыши

$\cancel{H_{max} = g\frac{\tau^2}{2}}$ $\cancel{h_{ост} = g\frac{\tau_2^2}{2}}$

$\cancel{h = \frac{g}{2}(\tau^2-\tau_2^2) = \frac{g}{2}\left(\tau^2 - \left(\frac{V_2\sin\beta}{g}\right)^2\right) =}$

$\cancel{= \frac{g}{2}\left(\tau^2 - \left(\frac{V_0\cos\alpha\sin\beta}{\cos\beta\; g}\right)^2\right) =}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$H_{max} = \cancel{\dots} V_0 \sin\alpha\, \tau - g\frac{\tau^2}{2}$

$h_{ост} = g\frac{\tau_2^2}{2}$

$h = H_{max} - h_{ост} = V_0 \sin\alpha\, \tau - g\frac{\tau^2}{2} - g\frac{\tau_2^2}{2} = g\frac{\tau^2}{2} - g\frac{\tau_2^2}{2} =$

$= \frac{g}{2}(\tau^2 - \tau_2^2) = \frac{g}{2}\left(\tau^2 - \frac{V_2^2 \sin^2\beta}{g^2}\right) = \frac{g}{2}\left(\tau^2 - \frac{V_0^2 \cos^2\alpha \sin^2\beta}{\cos^2\beta\, g^2}\right) =$

$= \frac{g}{2}\left(0{,}64 c^2 - \frac{\cancel{100}\frac{м^2}{с^2} \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}36}{0{,}64 \cdot \cancel{100}\frac{м^2}{с^{4}2}}\right) = \frac{g}{2}\left(0{,}64 c^2 - \frac{(0{,}2)^4 \cdot 3^4}{2^6 \cdot 0{,}01^{-2}} c^2\right) =$

$= \frac{g}{2}\left(0{,}64 c^2 - \frac{10^{-4} \cdot 10^2 \cdot 3^4 \cdot 2^4}{2^6}\right) = \frac{g}{2}\left(0{,}64 c^2 - \frac{81}{4 \cdot 100} c^2\right) =$

$= \frac{g}{2}(0{,}64 - 0{,}2025)\, c^2$

$0{,}81 \,|\, 4$; $81 - 8 = 1$, $20{,}25$

$0{,}36 \cdot 0{,}36 = 12{,}96$; $12{,}96 \,|\, 0{,}64$

№2

1) $F_{тр} = ma_ц$ (т.к. силы сопр. нет, то сила тр. напр. к центру)

Из условие $\cancel{m}g\mu = \cancel{m}a_ц$

$g\mu = \frac{V^2}{R}$

$\mu = \frac{V^2}{Rg} = \frac{4\frac{м^2}{с^2}}{2м \cdot 10\frac{м}{с^2}} = 0{,}2$

2) Пусть $V_м$ – скорость с которой движ. модельна
Чему будет максим. скорость модели – ?
$F_{тр}$ на каждом участке будет постоянна

$a_{ц.2} = \frac{V_м^2}{R}$ $\quad F_{тр} = N\mu = mg\cos\alpha\,\mu$

~~Максимум когда сила трения~~

$\cancel{mg}\ \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_ц$

В самой нижней точке окружности $F_{тр}$ будет принимать наибольшие значение.

$F_{тр}$, $mg\sin\alpha$

$F_{тр} - mg\sin\alpha = ma_ц$

$\cancel{m}g\cos\alpha\,\mu - \cancel{m}g\sin\alpha = \cancel{m}a_ц$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

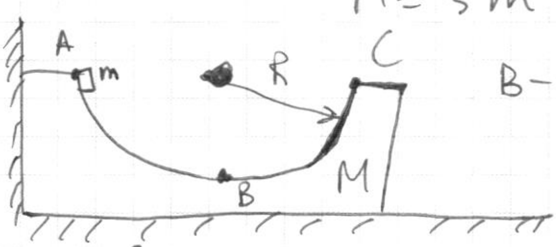
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g(\cos\alpha\,\mu - \sin\alpha) = \frac{v_M^2}{R}$$

$$\sqrt{gR(\cos\alpha\,\mu - \sin\alpha)} = v_M$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_M} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g(\cos\alpha\,\mu - \sin\alpha)}}$$

№3 $M = 3m$



B — нижняя точка ~~желоба~~ углубления

1) $\frac{mv_B^2}{2} = mgR$ $\quad v_B = \sqrt{2gR}$ — скорость в B (одна из)

ЗСЭ: (пусть u — скорость бруска в момент достижения наибольшей H)

$$\frac{mu^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mgH = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$2mu^2 + mgH = m\frac{v_B^2}{2}$$

$$4u^2 + 2gH = v_B^2$$

ЗСИ: $Mu + mu = mv_B$

$$4mu = mv_B \Rightarrow v_B = 4u, \quad u = \frac{v_B}{4}$$

$$H = \frac{v_B^2 - 4u^2}{2g} = \frac{16u^2 - 4u^2}{2g} = 6\frac{u^2}{g} = 6\frac{v_B^2}{16g} = 6\frac{2gR}{16g} = \frac{6}{8}R$$

$$v_B^2 + u_2^2 - 2v_B u_2 + 3u_2^2 = 3v_B^2$$

$$4u_2^2 - 2v_B u_2 - 2v_B^2 = 0$$

$$2u_2^2 - v_B u_2 - v_B^2 = 0$$

$$D = v_B^2 + 8v_B^2 = 9v_B^2$$

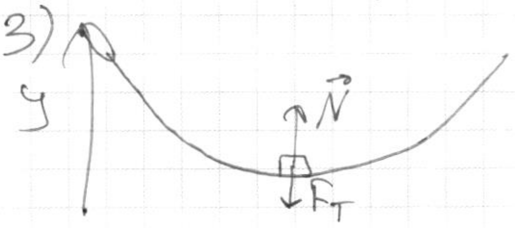
$$u_{2.1} = \frac{v_B - 3v_B}{4} = -\frac{1}{2}v_B$$

$$u_{2.2} = \frac{v_B + 3v_B}{4} = v_B$$

величина этой скорости нам подходит, т.к эту скорость будет иметь шайба после того как пройдет часть AB и спустится (Можно изначально было изначально сказать, что max скорость v_B, я просто математически показал какие скорости могут быть)

$$K_{max} = m\frac{v_B^2}{2} = mgR$$

3)



В этом случае

$$\vec{F_T} + \vec{N} = m\vec{a_y}$$

В проекции на о. y: $-F_T + N = m a_y$

$$N = ma_y + F_T$$

$$a_y = \frac{v_B^2}{R}$$

$$N = m\frac{v_B^2}{R} + mg = 3mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}^2+1)\cdot 100\% =$

$= (2+\sqrt{2})(2+1)\cdot 100\%$

№5

2) Суммарный заряд, который будет на полусфере $S_п \sigma = q_с$

$S_п = 2\pi R^2$ ← площадь полусферы

$q_с = 2\pi R^2 \sigma_{полусферы}$

Центр масс будет расположен ниже точки O на $\frac{R}{2}$ и будет на прямой OB – где B – нижняя точка полусферы (там будет находится наш экв. заряд)

1) Тогда работа будет равна:

$|A| = k\frac{2q\, q_с}{R} = k\frac{2\cdot 2\pi R^2 \sigma \cdot q}{R} = k\frac{4\pi R^2 \sigma q}{R} =$

$= k\, 4\pi \sigma q$

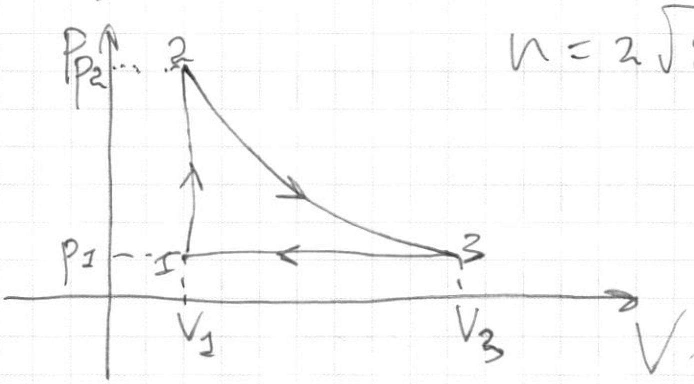
2) Сила с которой сфера действует на заряд $F_в = k\frac{q_с\, q\cdot 4}{R^2}$

$P_1 = F_в + mg = k\frac{q_с q\cdot 4}{R^2} + mg$

$P_2 = mg$ $\qquad \frac{P_1}{P_2} = n = \frac{k\frac{q_с q\cdot 4}{R^2} + mg}{mg} =$

$= 1 + 8k\frac{\pi R^2 q\sigma}{R^2 mg} = 1 + 8k\frac{\pi q \sigma}{mg}$

№4



$n = 2\sqrt{2}$

$V_1 \cdot n = V_3$ $\qquad \eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} \cdot 100\%$

Нагреваем в процессе $1 \to 2$

Охлаждаем в процессе $3 \to 1$

$Q_H = \Delta U \qquad U = \frac{3}{2}\nu R T$

$$Q_H = \frac{3}{2}(p_2 V_1 - p_1 V_1) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 n^{\frac{5}{3}} - p_1 V_1)$$

$$Q_{охл} = \frac{3}{2}(p_1 V_3 - p_1 V_1) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 n - p_1 V_1)$$

А еще: $p_2 (V_1)^{\frac{5}{3}} = p_1 (V_3)^{\frac{5}{3}}$

$$p_2 (V_1)^{\frac{5}{3}} = p_1 (V_1)^{\frac{5}{3}} n^{\frac{5}{3}}$$

$$\Downarrow$$

$$p_2 = p_1 \cdot n^{\frac{5}{3}}$$

Поэтому!

$$Q_H - Q_X = \frac{3}{2} p_1 V_1 (n^{\frac{5}{3}} - 1 - n + 1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 (n^{\frac{5}{3}} - n)$$

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} \cdot 100\% = \frac{\frac{3}{2} p_1 V_1 (n^{\frac{5}{3}} - n)}{\frac{3}{2} p_1 V_1 (n - 1)} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{2}^5 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \cdot 100\% = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}^4 - 1}{\sqrt{2} - 1} \cdot 100\%$$

$$= \sqrt{2} \frac{(\sqrt{2}^2 - 1)(\sqrt{2}^2 + 1)}{\sqrt{2} - 1} \cdot 100\% = \sqrt{2} \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2}^2 + 1)}{\sqrt{2} - 1} \cdot 100\% = \cancel{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) ~~Мак~~ В этой системе сохраняется полная механическая энергия, поэтому кинетическая энергия будет максимальна, но т.к у нас кинетическая энергия бруска учитывается, то посмотрим на такие соображения: пусть С – диаметрально противоположная точка точке А, то есть вторая точка с максим. высотой, Тогда при движении по части АВ шайба – разгоняется, а при движении по части АС шайба замедляется.

Тогда из всего вышесказанного, понятно, что шайба ~~до~~ будет иметь max скорость в точке В, после того как она спустится по части АВ полусферы.

Найдем возможные ~~точки~~ скорости в точке В: ЗСИ: $Mu_1 + mu_2 = mV_B$

$$\frac{Mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2} = m\frac{V_B^2}{2}$$

$\cancel{u_2 = V_B}$ $u_2 = V_B - 3u_1$ $u_1 = \frac{V_B - u_2}{3}$

$$\frac{3\cancel{m}\cdot\frac{(V_B-u_2)^2}{9}}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{m}u_2^2}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{m}V_B^2}{\cancel{2}} \Rightarrow \frac{(V_B-u_2)^2}{3} + u_2^2 = V_B^2$$

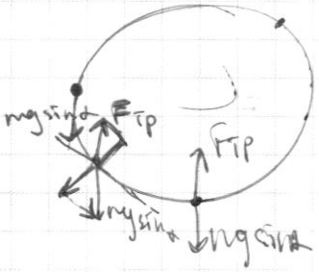
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

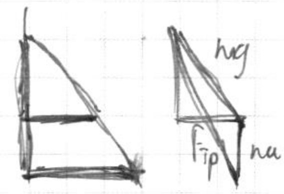
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\int x^n dx = n\frac{x^{n+1}}{n-1}$$

$mg + ma > F_{тр}$

$mg + ma$

$$G\frac{Mm}{R^2}$$

$$\int \frac{dx}{x^2} =$$

$$k\frac{q_1 q_2}{R^2}$$

Работа сил тяжести

$$F_T = G\frac{Mm}{R^2}$$

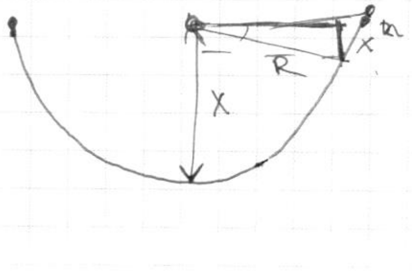
$$\int_{R_1}^{R_2} F_T dR = \int_{R_1}^{R_2} G\frac{Mm}{R^2} dR =$$

$$= GMm\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R^2} =$$

Площадь полусферы $- 2\pi R^2$

$2\pi R^2 \cdot$ $R\cos\alpha$

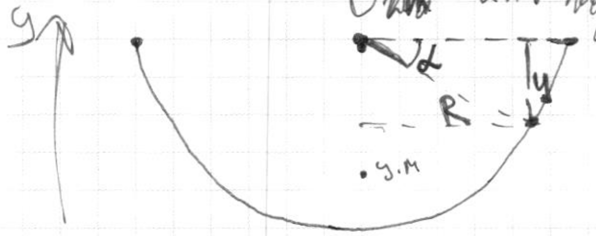
$m = \int$



$$\frac{\int R\sin\alpha\, d\alpha\, dm}{\int_0^M} =$$

M

Отм $2\pi r \rho = \sigma$



$\sigma \cdot dy$

$2\pi r \rho = 2\pi\rho\sqrt{R^2-y^2}$

$\sqrt{4\pi^2\rho^2R^2 - 4\pi^2\rho^2y^2}$

$\cancel{\frac{\int_0^\pi y\,dm}{m}} = \frac{\int_0^\pi 2\pi r\,dy\,\rho \cdot y}{m} =$

$= \frac{2\pi\rho\int_0^\pi \sqrt{R^2-y^2}\,y\,dy}{m} =$