

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

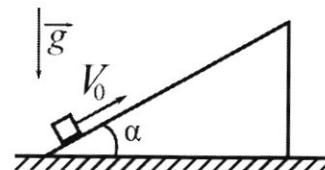
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

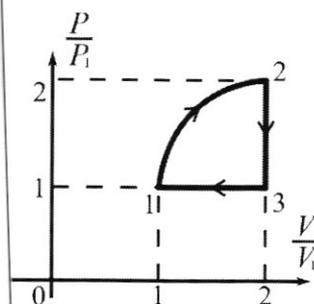
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.



Тангенциальная составляющая равновесия

$$F_{mp} = \frac{\sqrt{3}}{2} mg, \quad F_{mp} \leq \mu N \rightarrow N \geq \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} mg}{0,9}$$

ммм. $N = \frac{\sqrt{3} mg}{1,8} \approx \frac{1,7}{1,8} mg$, ма мм. при

~~ммм~~ $ma = \frac{1,7 + 0,9}{1,8} mg$ $a = \frac{2,6}{1,8} g \approx 15 \text{ м/с}^2$

$a = \frac{v^2}{R} \rightarrow v^2 = 1,2 \cdot 15 = 18 \text{ м}^2/\text{с}^2 \rightarrow v = 3\sqrt{2} \approx 3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ м/с}$

Ответ: 4,2 м/с

№ 4

1) Вольтерные проводники на участке 1-2.

Работа на этом участке равна площади под графической зависимостью P от V на этом участке. Т.к. нам дан график зависимости $\frac{P}{P_1}$ от $\frac{V}{V_1}$, то пропорции можно свести к участку 1-2

и участок 1-2 может представлять из себя сетку эллипса с полуосями, равными $V_3 - V_1$, $P_2 - P_1$. Площадь этой сетки равна

$\frac{\sqrt{1}}{4} (V_3 - V_1)(P_2 - P_1) = \frac{\sqrt{1}}{4} P_1 V_1 \approx \frac{3}{4} P_1 V_1$. Она также равна работе цикла 2) $A_3 = \frac{3}{4} P_1 V_1 = \frac{3}{4} \cdot 2RT_1 = \frac{3}{2} RT_1$

Работа на участке 1-2 равна $A_{12} = \frac{3}{4} P_1 V_1 + P_1 V_1 = 1 \frac{3}{4} P_1 V_1$.

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 1 \frac{3}{4} P_1 V_1 + \frac{3}{2} \cdot 2R(4T_2 - T_1)$. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} \rightarrow T_2 = 4T_1$

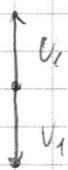
$P_1 V_1 = nRT_1$ 1) $Q_{12} = (1,45 + 4,5)nRT_1 = 6,25 RT_1$

3) $\eta = \frac{A_3}{Q^+}$, $Q^+ = Q_{12} \rightarrow \frac{0,45 RT_1}{6,25 RT_1} = \frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$1) \frac{m v_0^2}{2} = 28 \text{ Дж} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{4300} = 10\sqrt{43} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с}$$



$T = t_2 - t_1$, t_2 - время падения последнего шарика, t_1 - первого.

Первым упадёт шарик, v_1 которого направлена вниз, последний - вверх.

тогда; $h - v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 0$ $h + v_1 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 0$

$$t_1 = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{-g}, \quad t_2 = \frac{-v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{-g}, \quad \text{т.к. } v_1 < \sqrt{v_1^2 + 2gH},$$

нам подходят только отрицательные корни.

$$T = \frac{-v_1 - \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{-g} - \frac{v_1 - \sqrt{v_1^2 + 2gH}}{-g} = \frac{2v_1}{g} \rightarrow \frac{2v_1}{g} = 10 \rightarrow v_1 = 50 \text{ м/с}$$

$$2) K = \sum \frac{m_0 v_i^2}{2} = \frac{m v_i^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

№ 3

1) $p = N = ma$, т.к. модель движется с у.с. ускорением, направленное горизонтально, а горизонтальная составляющая силы тяжести, действующая на модель есть только у силы реакции опоры N .

$$p = 0,4 \cdot \frac{3,4^2}{1,2} = \frac{3,4^2}{3} = \frac{13,69}{3} = 4,56 \text{ М}$$

2) Три v_{min} минимально и ma .

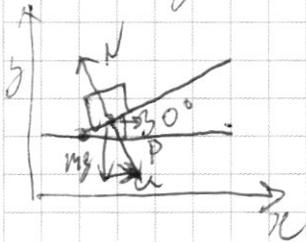
Рассмотрим верхнюю точку пружины

движения:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2}$$

Пусть клин движется с ускорением a .

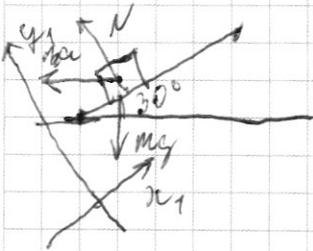


со стороны плиты на клин действует

$$P = N. \text{ тогда } m a = \frac{N}{2} P_{x1} = \frac{1}{2} N \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{N}{2m}.$$

Теперь рассмотрим ^{плитку} клин, движущуюся (вниз) по наклонной. Все тела (в т.ч. плитка) в этой системе будут двигаться ускорением a .



Т.к., плитка движется равномерно

вдоль клина, то сумма сил, действующих

на ось y_1 равна нулю.

$$0 = \frac{1}{2} m a + N - \frac{\sqrt{3}}{2} m g \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} m g = \frac{1}{2} N$$

$$m g = \frac{2,5}{\sqrt{3}} N \quad 1,25 N = \frac{\sqrt{3}}{2} m g \rightarrow N = 0,4 \sqrt{3} m g$$

$$a = 0,2 \sqrt{3} g \approx 3,4 g$$

Найдём ускорение по оси x_1 : $m a_{x1} = \frac{\sqrt{3}}{2} m a + \frac{1}{2} m g =$

$$= |a_{x1}| = 3 \cdot 0,1 g + 0,5 g = 0,8 g = 8 \text{ м/с}^2$$

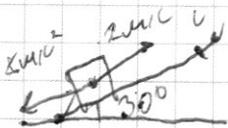
Теперь мы можем прописать условие со скоростью клина и плитки, движущихся вправо к нач. положению

$V_0 = 2 \text{ м/с}$ с ускорением 8 м/с^2 ,

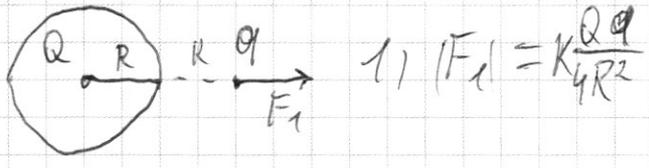
тогда: $m a_{x1} l = \frac{m V_0^2}{2} \rightarrow 8 l = 2 \rightarrow l = 0,25 \text{ м}$

1) $l = \frac{1}{2} a t^2 = 0,125 \text{ м}$

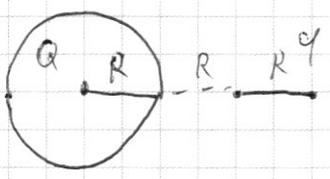
2) $V = a t$, $0 = V_0 - a t$, $t = 0,5 \text{ с} \rightarrow V = 1,4 \text{ м/с}$



№ 4



$$1) F_1 = K \frac{Qq}{4R^2}$$



$$F_2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^x K \frac{Q \frac{q}{x}}{(2R + R \frac{n}{x})^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^x \frac{KQq}{R^2 x (2 + \frac{n}{x})^2} \quad | \quad \frac{KQq}{R^2} = a, \quad F_2 = a \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^x \frac{1}{x(2 + \frac{n}{x})^2} =$$

$$\frac{1}{x(4 + 4\frac{n}{x} + \frac{n^2}{x^2})} = \frac{1}{4x + 4n + \frac{n^2}{x}} \quad F_2 = \frac{a}{x} \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^x \frac{1}{4 + \frac{4n}{x} + \frac{n^2}{x^2}}$$

$$= \frac{a}{x} \left(\frac{(2 + \frac{1}{x})^2 (2 + \frac{2}{x})^2 + (2 + \frac{1}{x})^2 \dots}{(2 + \frac{1}{x})^2 (2 + \frac{2}{x})^2 \dots} \right) = \frac{a}{x} \left(\frac{(2 + \frac{1}{x})(2 + \frac{2}{x}) \dots + (2 + \frac{1}{x}) \dots}{(2 + \frac{1}{x})(2 + \frac{2}{x}) \dots} \right) =$$

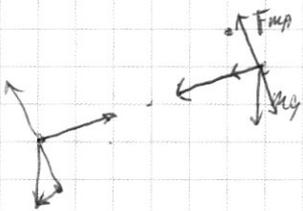
$$= \frac{a}{x} \left(\frac{(1 + \frac{1}{2x})(1 + \frac{2}{2x}) \dots + (1 + \frac{1}{2x}) \dots}{(1 + \frac{1}{2x})(1 + \frac{2}{2x}) \dots} \right) = \frac{a}{x} \left(\frac{x + \frac{1}{2}S - 1 + 2 + \frac{1}{2}S - 2 \dots}{x + (\frac{1}{2x} + \frac{2}{2x} + \dots)S} \right) =$$

$$= \frac{a}{x} \left(\frac{x^2 + S - S}{x + \frac{1}{2}S} \right)$$

$$F_2 = \frac{Qq}{6R^2}$$

$$R_{cp} = \sqrt{2R \cdot (2R + R)}$$

$$2) F_2 \approx \frac{Qq}{6R^2}$$

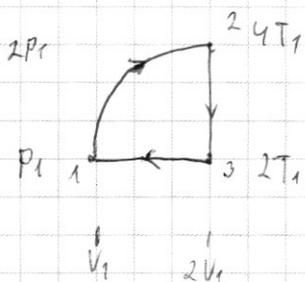


$$F_{mpr} = 0,5 \text{ mg} = 0,9 \text{ N}$$

$$m_{ca} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ mg} + N$$

$$1,8^2 = 1,8 + 1,44 = 3,24$$

$$1,7^2 = 1,7 + 1,19 = 2,89$$



$$Q = A + \frac{3}{2} \omega R \Delta T$$

R6

$$1,4^2 = 1,4 + 0,56$$

$$1 = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \quad 1 = \frac{p_2 - p_1}{p_1}$$

$$p_1 v_2 - p_1 v_1 = p_2 v_1 - p_1 v_1$$

$$p_1 v_2 = p_2 v_1$$

$$\frac{\pi}{4} (v_2 - v_1)^2 = A_y$$

$$A_{12} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1} \right)^2 \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1} \right) + p_1 v_1 = \frac{\pi}{4} p_1 v_1 + p_1 v_1$$

$$Q^* = \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) p_1 v_1 + \frac{3}{2} \omega R T_1 = \left(\frac{\pi}{4} + 5,5 \right) p_1 v_1$$

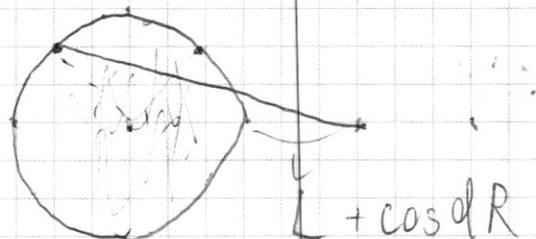
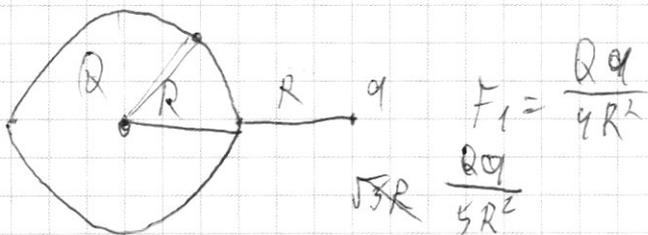
$$A_y = \frac{\pi}{4} p_1 v_1$$

$$\eta = \frac{A_y}{Q^*} = \frac{\frac{\pi}{4} + 5,5}{\frac{\pi}{4} + 5,5}$$

$$2,5^2 = 5 + 1,25 = 6,25$$

$$8 \frac{1}{3} = \frac{25}{3}$$

$$\frac{0,25}{0,6} = 0,625$$



$$\frac{Q_0}{\pi} \left(\frac{1}{(2 + \frac{1}{\pi})^2} + \frac{1}{(2 + \frac{2}{\pi})^2} \right) + \frac{Q_0 d}{2\pi (2 + \frac{1}{\pi})(2 + \frac{2}{\pi})} + \frac{Q_0 d}{2\pi (2 + \frac{1}{\pi})(2 + \frac{3}{\pi})^2} + \dots$$

$$L + \cos \alpha R$$

$$L + R(1 + \cos \alpha)$$

$$\frac{Q_0 d}{(2R - 6)^2} + \frac{Q_0 d}{(2R + 6)^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Delta x = 6,5 + (V_0 - V_1)t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 0$$

$$6,5 + (V_0 + V_1)t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 0$$

$$T = t_2 - t_1$$

$$t_1 = \frac{-(V_0 - V_1) \pm \sqrt{(V_0 - V_1)^2 + 2 \cdot 6,5 \cdot g}}{-g}$$

$$t_2 = \frac{-V_1 \pm \sqrt{V_1^2 + 2gH}}{-g}$$

$$T = \frac{2V_1}{g}$$

*вертикаль направлена
сверху вниз, V₁ которого
направлена вверх,
поэтому - вычитаем*

~~6,5 =~~

$V_1 = 50 \text{ м/с}$

$0 = V_0 - gt \rightarrow t = \frac{V_0}{g}$

$6,5 + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gV_0^2}{2g^2} = 6,5$

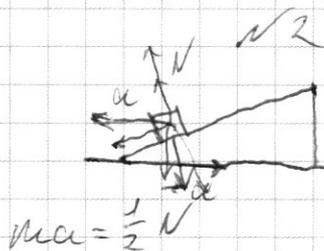
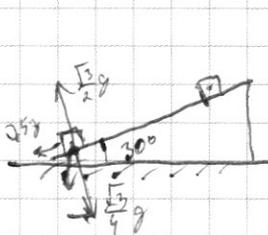
$V_0^2 = 2gH \rightarrow V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1800} = 10\sqrt{18} \text{ м/с}$

$3,5^2 = 10,5 + 1,75 = 12,25 \quad 3,6^2 = 12,96$

$\sqrt{18} \approx 3,6 \rightarrow V_0 \approx 36 \text{ м/с}$

$K = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{mv^2}{2} \right) x = \frac{mv^2}{2} = 50^2 = 2500 \text{ Дж}$

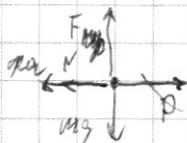
$V_0 = 10\sqrt{18} \text{ м/с} \approx 36 \text{ м/с} \quad K = 2500 \text{ Дж}$



$mg \sin 30^\circ = 1,7 \text{ м/с}$

$\frac{mv^2}{2} = mgh \quad h = 0,1 \text{ м}$

$m \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha + N \sin \alpha = 0 \quad V_1 = \sqrt{2} \text{ м/с}$



$0,3 N = mg \quad N = m \frac{v^2}{R}$

$N = \frac{10}{8} \cdot 0,7 \cdot \frac{10}{0,9} \quad N = 0,7 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} = \frac{15,69}{3}$

$4 \frac{7}{9} = 9,44 \text{ м/с} \quad 4 \frac{7}{9} \text{ м}$

$$\begin{array}{r} 3,7^2 = 3,7 \\ \times 3,7 \\ \hline 25,9 \\ + 111 \\ \hline 13,69 \end{array}$$



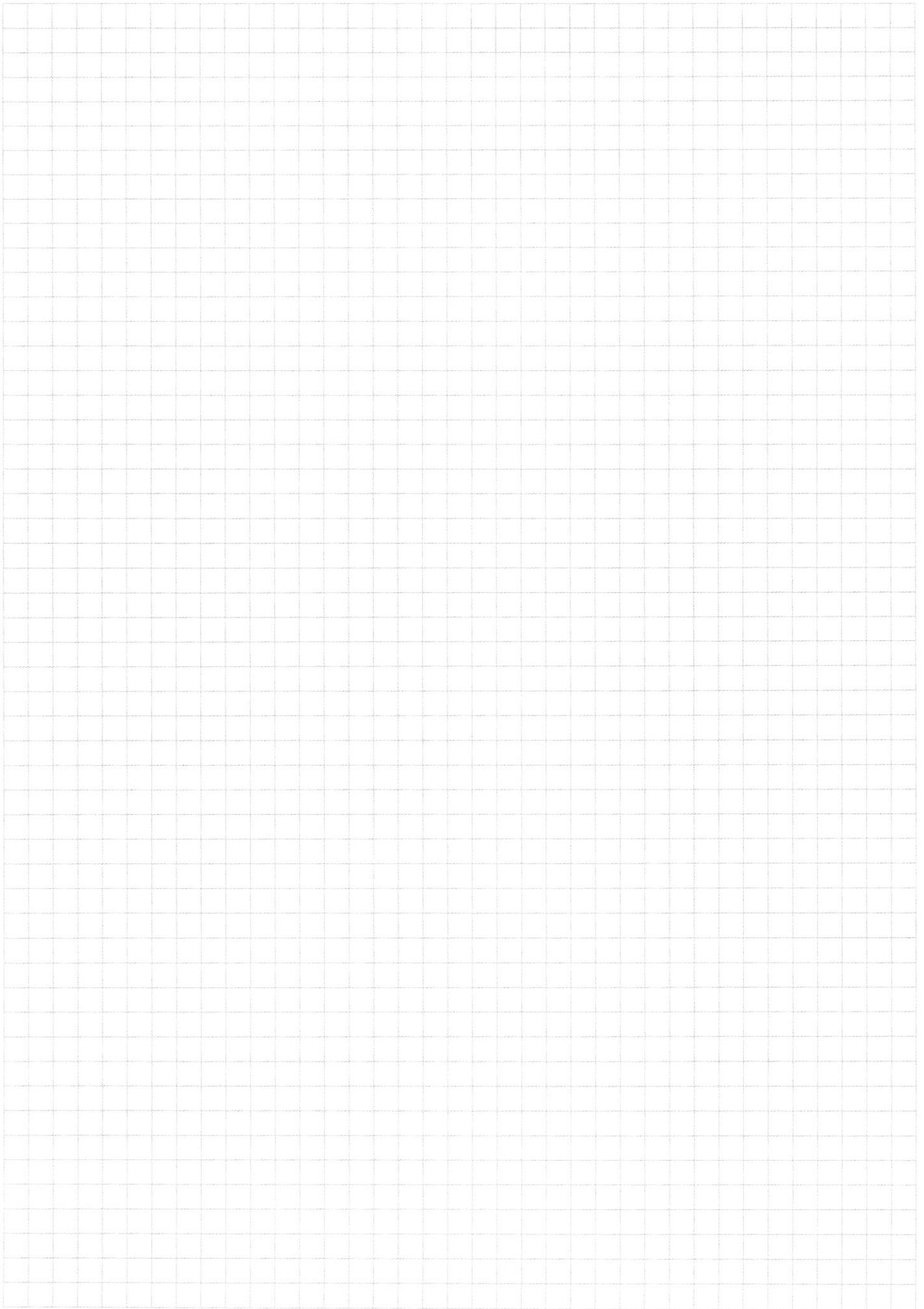
ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



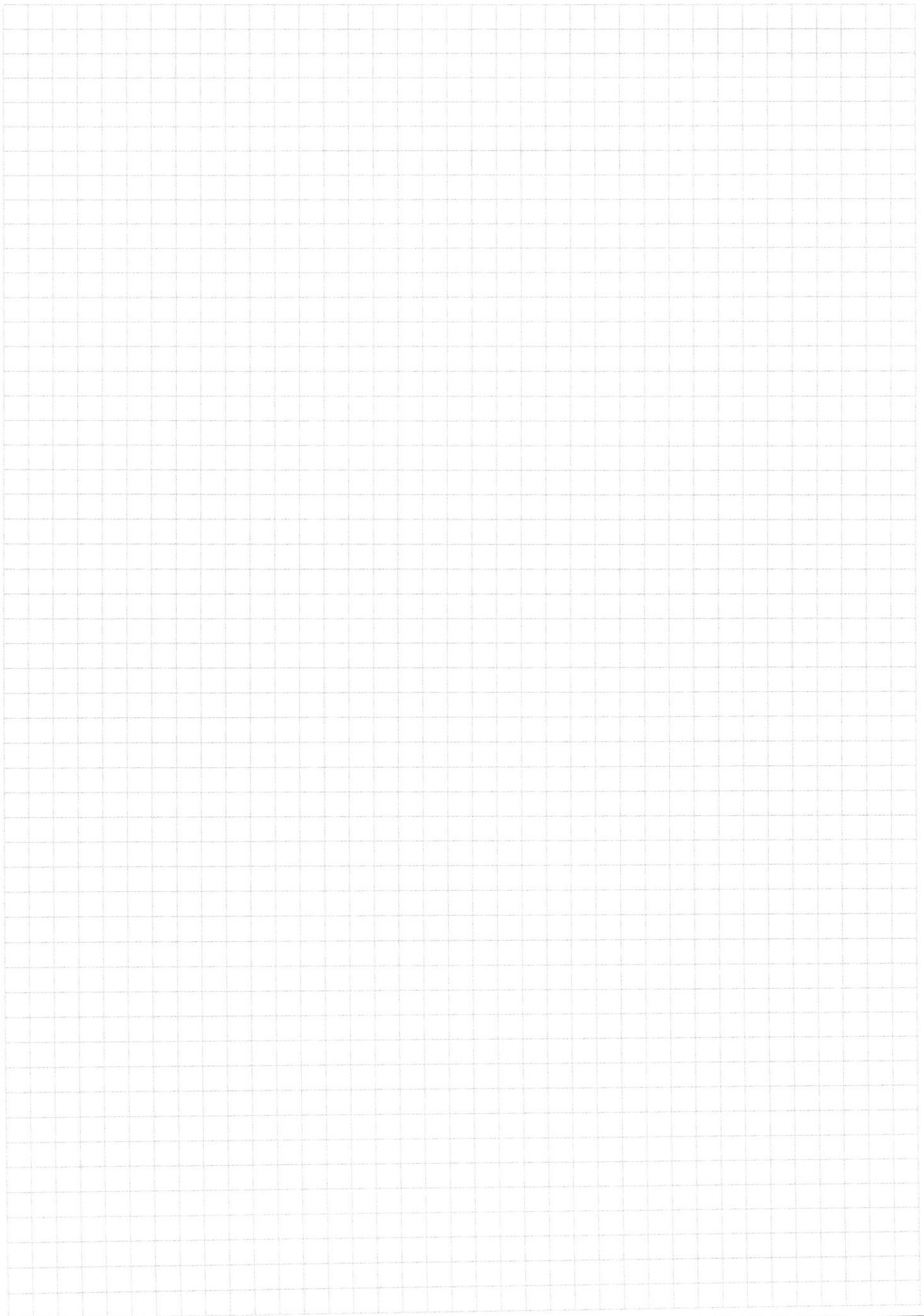
ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)