

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

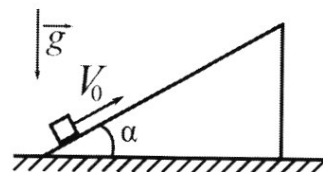
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

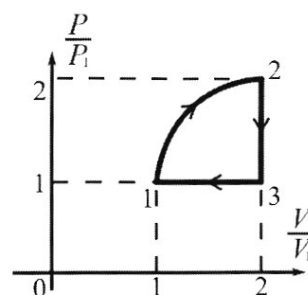
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

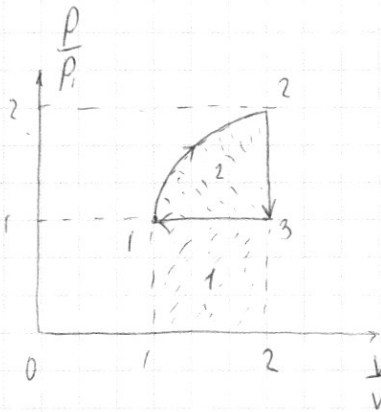
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Из графика $P_2 = 2P_1$ $V_2 = 2V_1$
 $P_3 = P_1$ $V_3 = 2V_1$, где P_2 и P_3 - давления в т. 2 и 3, V_2 и V_3 - объемы в т. 2, 3

а) Процесс расширения - процесс 1-2

То 1 началу термодинамики

$Q_{полн} = \Delta U + A$, где ΔU - изменение

внутренней энергии. A - работа газа

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, где ν - кол-во молей газа R - газовая постоянная

ΔT - изменение температуры

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R$$

Закон Менделеева-Клапейрона

$$I. P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$II. P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$V_1 = V_2 \text{ (не меняется)}$$

$$\Rightarrow P_2 V_2 = 4 P_1 V_1 = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{\nu R T_2}{4} = P_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = 4 T_1$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (4 T_1 - T_1) = \frac{9}{2} \nu R \Delta T_1$$

A_{12} есть площадь под графиком

$A_{12} = S_{пр} = S_1 + S_2$; где S_1 - под прямой 1-3, S_2 - внутри дуги

$$S_1 = P_1 \cdot (V_3 - V_1) = P_1 (2V_1 - V_1) = P_1 V_1 = \nu R T_1 \text{ (закон Менделеева-Клапейрона)}$$

1-2 - дуга окружности с центром в т. 3.

$$\text{угол } 132 = 90^\circ \Rightarrow S_2 = \frac{1}{4} S_{окр}$$

$$S_{окр} = \pi R_0^2; R_0 - \text{радиус}$$

Продолжение на стр 2

и ч (продолжение)

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= V_3 - V_1 = 2V_1 - V_1 = V_1 \\ R_0 &= P_2 - P_1 = 2P_1 - P_1 = P_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_1 = V_1 = R_0 \Rightarrow S_0 = \pi P_1 V_1 \left. \vphantom{\begin{aligned} R_0 &= V_3 - V_1 = 2V_1 - V_1 = V_1 \\ R_0 &= P_2 - P_1 = 2P_1 - P_1 = P_1 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow S_0 = \pi \sqrt{RT_1}$$

$$P_1 V_1 = \sqrt{RT_1}$$

$$A_{12} = S_1 + S_2 = \sqrt{RT_1} + \frac{1}{4} S_0 = \sqrt{RT_1} + \frac{\pi \sqrt{RT_1}}{4} = \sqrt{RT_1} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q = \Delta U + A_{12} = \frac{9}{2} \sqrt{RT_1} + \sqrt{RT_1} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{RT_1} \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\textcircled{2} \quad A_{\text{затр}} = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

$$A_{12} \text{ (из предыдущего)} = \sqrt{RT_1} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$A_{23} = 0, \text{ т.к. } A = P \Delta V; \text{ но } \Delta V = 0 \Rightarrow P \Delta V = 0 \Rightarrow A_{23} = 0$$

$$A_{31} = P \Delta V = P_1 (V_1 - V_3) = -P_1 V_1 = -\sqrt{RT_1}$$

$$A_{\text{затр}} = \sqrt{RT_1} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) + 0 - \sqrt{RT_1} = \sqrt{RT_1} \frac{\pi}{4}$$

$$\textcircled{3} \quad \eta = \frac{A}{Q_{\text{затр}}}$$

$$Q_{\text{затр}} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{III} \quad P_3 V_3 &= \sqrt{3} RT_3 \\ \sqrt{3} &= \sqrt{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 P_1 V_1 = \sqrt{RT_3} \Rightarrow T_3 = 2 T_1$$

$$Q_{12} \text{ (из } \textcircled{1}) = \sqrt{RT_1} \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$$

$$A_{23} = 0$$

$$\Delta U_{23} \text{ (не учитывается т.к. } \Delta T = 0 \text{ (} T_3 - T_2 = -2 T_1 \text{))}$$

$$Q_{31} = 0 \text{ (т.к. } A < 0 \text{ и } T_3 > T_1 \text{)}$$

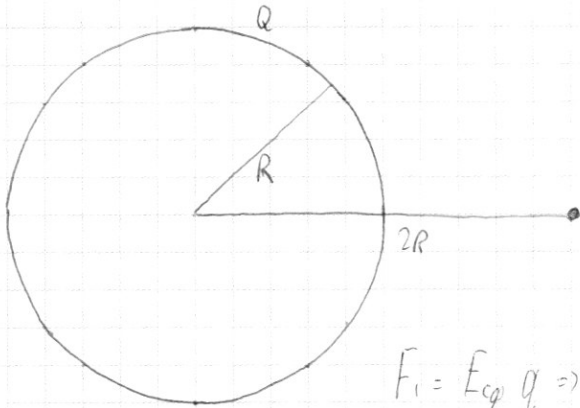
$$Q_{\text{затр}} = \sqrt{RT_1} \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\eta = \frac{\sqrt{RT_1} \frac{\pi}{4}}{\sqrt{RT_1} \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\pi}{22 + \pi} = \frac{3,14}{25,14} \approx 0,125 = 12,5\%$$

$$\text{Ответ} \quad 1) Q = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{RT_1} \approx 6,29 \sqrt{RT_1} \quad 2) \frac{\pi}{4} \sqrt{RT_1} = 0,79 \sqrt{RT_1} = A$$

$$3) \eta = 0,125 = 12,5\%$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



5

1) E - напряженность

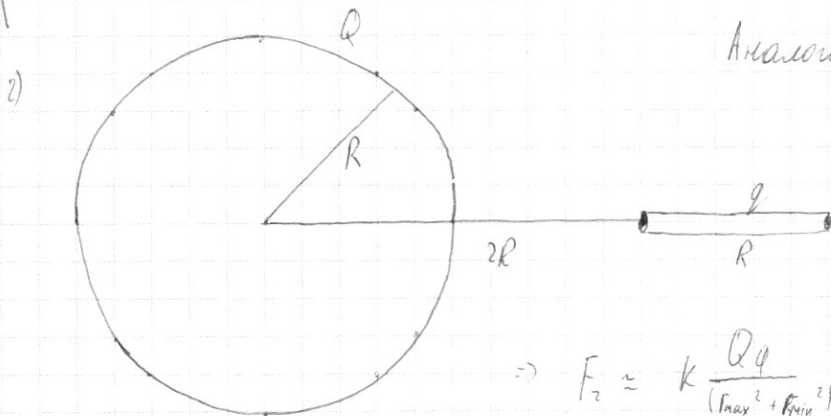
E для равномерно заряженной

сферы: $r < R \Rightarrow E = 0$

$r \geq R \Rightarrow E = k \frac{Q}{r^2}$

$$F_1 = E_{\text{сф}} q \Rightarrow F_1 = k \frac{Q}{(2R)^2} q = k \frac{Qq}{4R^2}$$

$$\left(ES = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{сфера} \quad E = 4\pi r^2 \cdot \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \Rightarrow k \frac{q}{r^2} \text{ и т.д.} \right)$$



Аналогично $E(r) = k \frac{Q}{r^2}$

$F(r) = k \frac{Qq'}{r^2}$

$$F_2 = \sum_{i=1}^{100} k \frac{Qq'_i}{r_i^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 \approx k \frac{Qq}{(\Gamma_{\text{max}}^2 + \Gamma_{\text{min}}^2)}$$

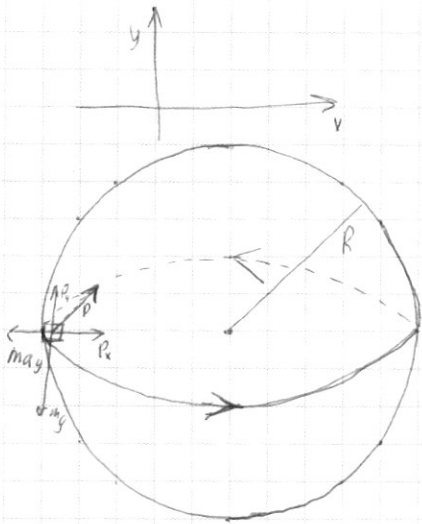
q' - малый заряд на расстоянии r_i

$$\Gamma_{\text{min}} = 2R \quad \Gamma_{\text{max}} = 3R \Rightarrow (\Gamma_{\text{max}}^2 + \Gamma_{\text{min}}^2) / 2 = 6,5 R^2$$

$$\Rightarrow F_2 \approx k \frac{Qq}{6,5 R^2}$$

Итого $F_1 = k \frac{Qq}{4R^2}$

$$F_2 \approx k \frac{Qq}{6,5 R^2}$$



$$x: ma_y = P_x \quad ; \quad P_x - \text{проекция на ось } x$$

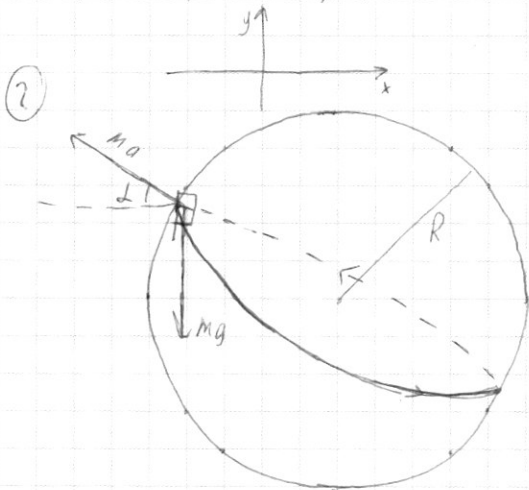
$$y: mg = P_y \quad ; \quad P_y - \text{проекция на ось } y$$

$$a_y = \frac{v^2}{R} = \frac{v_0^2}{R}$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{m^2 a_y^2 + m^2 g^2} = m \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}}$$

$$P = 0,4 \sqrt{100 + \frac{3,7^4}{1,2^2}} \approx 0,4 \sqrt{219,96} =$$

$$\approx 0,4 \cdot 14,85 \approx 5,94 \text{ Н}$$



Для того, чтобы машина смогла совершить круг, $\vec{m}\vec{a}$ должно быть $\geq m\vec{g}$ в верхней точке, иначе автомобиль отвалится.

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

$$m a \sin \alpha = mg \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow v_{\min}^2 \frac{m \sin \alpha}{R} = mg \Rightarrow$$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

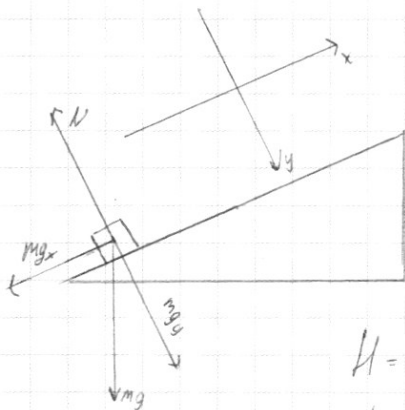
$$\Rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{gR}{\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1,2}{\sin \frac{\pi}{6}}} = \sqrt{10 \cdot 1,2 \cdot 2} = \sqrt{24} \approx$$

$$\approx 4,9 \text{ м/с}$$

Ответ $P = 5,94 \text{ Н}$

$v_{\min} = 4,9 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№ 2.

Рассмотрим по осям.

$$\left. \begin{aligned} m a &= m g_x \\ a &= g \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = v_0 / a = v_0 / g \sin \alpha ; t - \text{время по высоте}$$

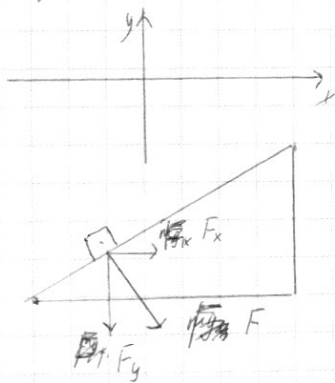
$$\left. \begin{aligned} H &= L \cdot \sin \alpha ; L - \text{пройденное расстояние} \\ L &= v_0 t - \frac{a t^2}{2} \\ v_0 &= a t \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = \frac{a t^2}{2}$$

$$\Rightarrow H = \frac{a t^2}{2} \sin \alpha = \frac{v_0^2 \sin \alpha}{g \sin^2 \alpha} = \frac{v_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$$

2) ~~тремя~~ ~~вверх~~ спуска: $L = \frac{a t_{\text{сп}}^2}{2} \Rightarrow t_{\text{сп}} = \sqrt{\frac{2L}{a}}$

$$\Rightarrow t_{\text{сп}} = \sqrt{\frac{2 \cdot a t^2}{a}} \Rightarrow t_{\text{сп}} = t \Rightarrow t_{\text{общ}} = 2t = 2 \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

Введем новые оси и будем рассуждать так.



$$F = m g_y \text{ (из первого)} = m g \cos \alpha$$

F_y - не влияет на V т.к. перпендикулярно.

$$m a' = F_x ; a' - \text{ускорение}$$

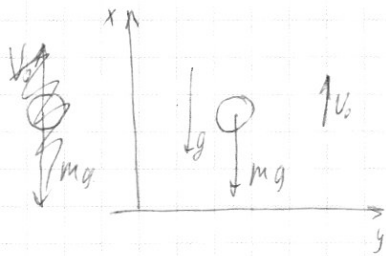
$$m a' = F \sin \alpha$$

$$m a' = m g \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$a' = g \cos \alpha \cdot \sin \alpha \Rightarrow V = a' t = t_{\text{общ}} \cdot g \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$= 10 \cdot 2 \frac{2 \cdot 2}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2 \sqrt{3} \approx 1,75 \cdot 2 \approx 3,5 \text{ м/с}$$

Ответ 1) $V \approx 3,5 \text{ м/с}$ 2) $H = 0,2 \text{ м}$



$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} ; \quad x - \text{конечная координата}$$

$$H = 0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2} ; \quad x_0 - \text{начальная}$$

t - время

v_0 - нач скорость
 a - ускорение

$$\Rightarrow v_0 = gt \Rightarrow H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \Rightarrow H = 0 + \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1500} \approx 38.7 \text{ м/с}$$

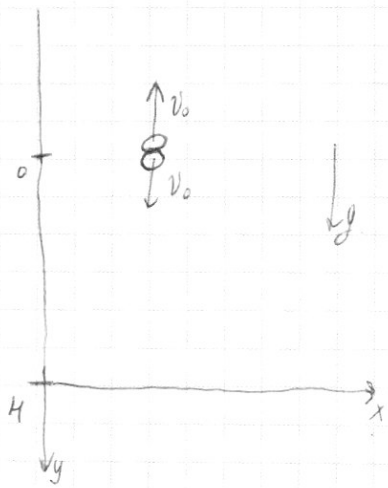
2) в силу того, что осколков много и они разлетались во всех направлениях с одинаковыми скоростями, мы рассмотрим два из них. $v_{осколок}$ складывается из проекций \Rightarrow максимальная скорость к земле будет в том случае, если осколок сразу же полетит вниз \Rightarrow аналогично максимальная скорость вверх если осколок ~~летит~~ летит вверх.

$$x = x_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow (H - \frac{gt^2}{2}) t = v_0$$

чем больше v_0 тем больше v_0 тем меньше t и наоборот \Rightarrow самым первым упадет тот, который изначально летит вертикально вниз, а последним тот, который летит изначально вверх



Продолжение на стр 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Напишите уравнение движения для каждого

вниз) $H = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

вверх) $H = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$v_0 t + \frac{g t^2}{2} = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$v_0 t + \frac{g t^2}{2} = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$v_0 t + \frac{g t^2}{2} = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

Взрыв происходит в то же время

$$H = (v_0 + \frac{g t^2}{2}) t$$

$$v_0 \downarrow \Rightarrow (v_0 + \frac{g t}{2}) \downarrow \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \uparrow (v_0 \downarrow \Rightarrow t \uparrow)$$

* t над I - падение

I тела из точки взрыва I тела

t над II - время падения

II тела из точки взрыва II тела.

Рассмотрим отдельно осколок летящий вверх

Он теряет свою скорость поднимаясь наверх.

$$v = t' g, \text{ при этом } \Delta h = v t' - \frac{g t'^2}{2} \Rightarrow \Delta h = \frac{g t'^2}{2}$$

После этого он падает без начальной скорости.

$$\text{и возвращается в точку начала } \Delta h = \frac{g t_2'^2}{2} \Rightarrow t_2' = t' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{повая}} = g t_2' = g t' = v \Rightarrow \text{скорость осколка найдём}$$

в точке взрыва со скоростью та же направление

вертикально вниз \Rightarrow этот осколок находимся

в тех же условиях, что и II (который со скоростью

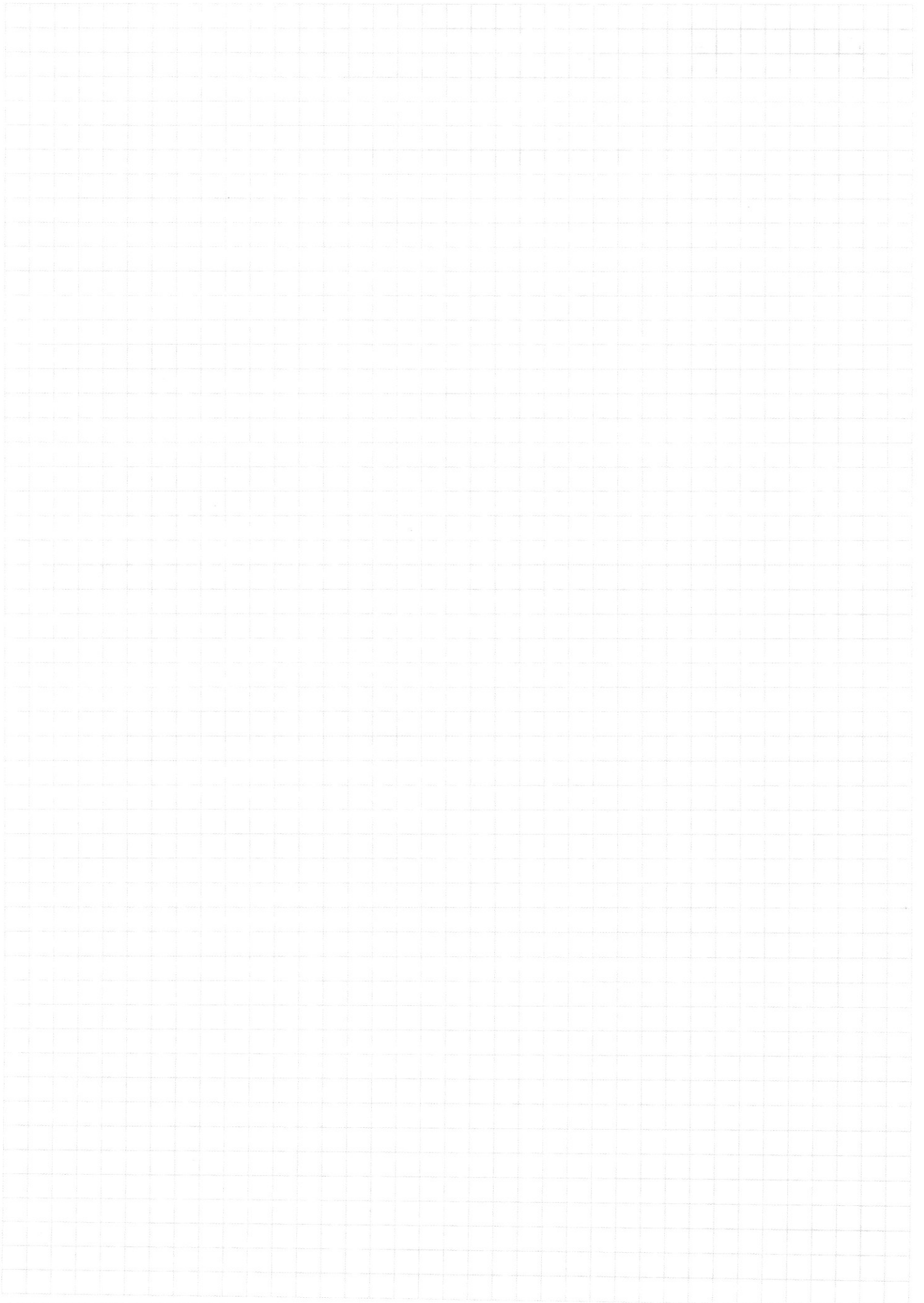
вниз) $\Rightarrow t_{\text{пад I}} = t_{\text{пад II}}$ (ситуации одинаковы \Rightarrow)

$$\Rightarrow t_2' + t' = T \text{ (искомая разность)*} = t' = 3 \text{ сек (} T/2 \text{)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = t' \cdot g = 50 \text{ м/с} \Rightarrow K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m v^2}{2} = \frac{2 \cdot 2500}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

* (время t_2' и t_2' - падение от точки взрыва)

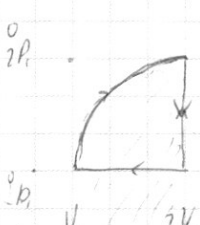
Ответ $v_0 = 36 \text{ м/с}$ $K = 2500 \text{ Дж}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$P_1 V_1 = \sqrt{RT_1}$$

$$2P_1 V_2 = \sqrt{RT_2}$$

$$2P_1 V_3 = \sqrt{RT_3}$$

$$T_3 = 2T_1$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$U = \frac{3}{2} \sqrt{R \Delta T} + P \Delta V$$

145
 145
 725
 580
 145
 21025

146
 146
 876
 584
 146
 21316

147
 147
 147
 588
 147
 11609

314 | 2514
 -2514 | 012848
 -6260
 5028
 -12320
 170
 10056
 -22640
 2

37
 37
 259
 111
 1369
 1369
 12
 1369 | 12
 -12 | 114
 16 | 114
 -12
 49

$4R^2 + 9R^2 = 6R^2$
 $5R^2 = 6R^2$
 $10,15 + 9 = 19,25$
 $19,25 \cdot 592 = 11378$
 $6,41148$
 21804

$$F = Ek$$

114
 114
 456
 114
 114
 11996

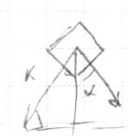
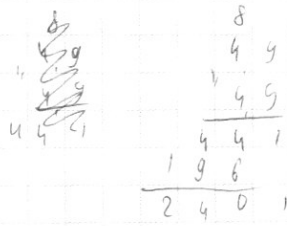
132
 1485
 05
 5940

314 | 4
 -28 | 0785
 34

$15 \times 15 = 225$
 $14 \times 14 = 196$
 $5,5 + 0,79 = 6,29$

145
 145
 229
 2
 35
 36
 35
 36
 175
 216
 105
 108
 1225
 1296

$t = 0,1 \text{ с} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{0,1 \cdot 0,1}{2} = 10 \cdot 0,005 \text{ м} = 0,5 \text{ см}$



$1 \cdot 0,1 = \frac{10 \cdot 0,1 \cdot 0,1}{2} = 0,5$
 $0,1 = \frac{0,05}{3} = \frac{0,05}{6} = 0,005 = 5 \text{ см}$
 16
 16
 96
 16
 256

18
 18
 144
 18
 324

17
 17
 119
 17
 289

$$mg \cdot \sin \alpha = F_{\text{упр}}$$

$$65 = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{v_0}{8}$$

$$650 \cdot 1300 = v_0^2$$

$$H = -v_0 t' + \frac{g t'^2}{2}$$

$$t' = t + 10.$$

↑ v_0

$$H = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

↓ v_0

~~↑~~