



# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

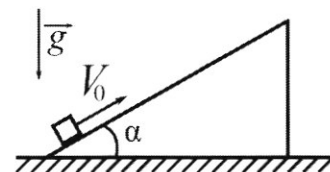
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

- 1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?
  - 2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



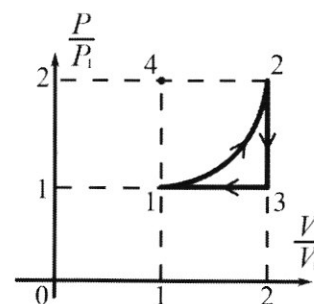
$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.
- 2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение  $a$  модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .



- 1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.
- 3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

- 1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

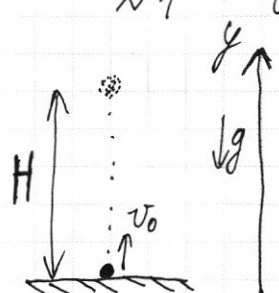
- 2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1  $v_0$  - начальная скорость фейерверка.



П.к. в условии сказано, что снаряд разорвался в высшей точке, его скорость в тот момент равнялась нулю. Запишем уравнение

скорости при равноускоренном движении на ось  $y$ .

$$1) (y): v_0 - gT = 0$$

$$v_0 = gT. \text{ По ЗСЭ } \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const. Запишем тоже}$$

$$2) \frac{mv_0^2}{2} = mgh \text{ (часть потенциальной энергии мы взяли на уровне земли)}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}. \text{ Подставляем } v_0 \text{ из пункта 1}$$

$$H = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{g T^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ (м)}$$

3) В условии сказано, что снаряд разорвался на множество осколков, каждый из которых имеет одинаковую скорость  $v$ .

Тогда:

$$K = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{m_3 v^2}{2} + \dots + \frac{m_n v^2}{2}, \text{ где } m_1, m_2, m_3, \dots, m_n \text{ - массы осколков}$$

$$K = \frac{v^2}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n). \text{ } m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n = m \text{ (сумма масс осколков равняется массе снаряда)}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Нас интересует, через какое время после взрыва упадет первый осколок. Очевидно, что первым будет тот осколок, у которого будет максимальная проекция скорости на вертикальную ось, направленная вниз. А из-за того, что у всех осколков скорости по модулю равны, первым упадет осколок, у которого скорость направлена ровно вниз. Запишем для этого осколка уравнение пути при равноускоренном движении на ось  $y$

$$H = vt_1 + \frac{gt_1^2}{2}, \text{ где } t_1 - \text{ время падения первого осколка}$$

$$t_1^2 + \frac{2v}{g}t_1 - \frac{2H}{g} = 0$$

$$D = \frac{4v^2}{g^2} + \frac{8H}{g} = \frac{8K}{mg^2} + 4T^2 \quad (\text{подставим из первых пунктов})$$

$$t_1 = \frac{-\frac{2v}{g} + \sqrt{\frac{8K}{mg^2} + 4T^2}}{2}$$

$$t_1 = \frac{-\frac{2v}{g} - \sqrt{\frac{8K}{mg^2} + 4T^2}}{2} \text{ не подходит, } t_1 > 0$$

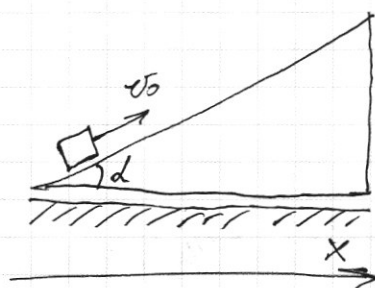
$$t_1 = \frac{2\sqrt{\frac{2K}{mg^2} + T^2} - \frac{2v}{g}}{2} = \sqrt{\frac{2K}{mg^2} + T^2} - \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1 \cdot 100} + 9} - \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}}}{10} =$$

$$= \sqrt{45} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2) \approx 3 \cdot 0,24 \approx 0,72 \text{ (с)}$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24$$

Ответ: 45 метров и 0,72 секунды

N2

1) Пусть  $m$  - масса шайбы, тогда  $2m$  - масса клина.

П.к. ни на одной поверхности нет трения, клин тоже будет двигаться из-за того, что шайба давит на него перпендикулярно его плоскости, а значит есть и горизонтальная проекция этой силы.

2) Запишем закон сохранения импульса для системы на ось  $x$

$m v_0 \cos \alpha = 2m v_x + m v_x$ , где  $v_x$  - скорость, с которой будет двигаться клин в момент, когда шайба достигнет максимальной высоты. А т.к. шайба не отрывается от клина, в этот момент у нее будет та же скорость.

$$m v_0 \cos \alpha = 3m v_x$$

$$v_x = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

3) Запишем ЗЭ для системы, взяв нулевой уровень потенциальной энергии на высоте, где изначально находится шайба.

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{2m v_x^2}{2} + mgH + \frac{m v_x^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2v_x^2 + 2gH + v_x^2$$

$$v_0^2 = 3v_x^2 + 2gH$$

$$v_0^2 = \frac{3 \cdot v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} + 2gH$$

$$v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{0,36}{3}}} = \sqrt{\frac{4}{0,82}} = \sqrt{\frac{200}{41}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

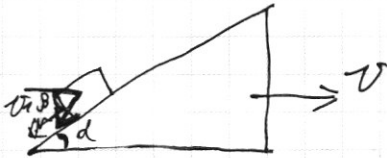
4) Если массы шайбы и клина равны, то снова запишем ЗСЭ на горизонтальную ось.

$$m v_0 \cos \alpha = m v + m v$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2} + \frac{m v_y^2}{2}, \text{ где } v_y - \text{вертикальная проекция скорости шайбы в этот момент}$$

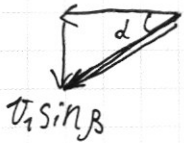
Запишем ЗСЭ в начальный момент и конечный

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v^2}{2}, \text{ } v_1 - \text{скорость шайбы в этот момент}$$



$v_1$  направлена не вдоль поверхности клина, т.к. он движется. А если мы пересядем со клина, то  $v_1$  будет параллельно поверхности клина

$$v + v_1 \cos \beta$$



$$\begin{cases} v_1 \sin \beta \cos \alpha = v + v_1 \cos \beta \\ m v_0 \cos \alpha = m v - m v_1 \cos \beta \\ v_0^2 = v_1^2 + v^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 \sin \beta \cos \alpha = 2v - v_0 \cos \alpha \\ \cos \beta = \frac{v - v_0 \cos \alpha}{v_1} \\ v_0^2 = v_1^2 + v^2 \end{cases}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \left( \frac{v - v_0 \cos \alpha}{v_1} \right)^2}$$

№3

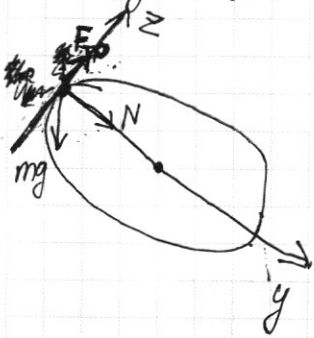
1) По условию  $N = 2mg$ . П.к. модель движется в горизонтальной плоскости по большому кругу, единственная сила, создающая центростремительное ускорение -  $N$ , она направлена горизонтально в центр сферы, а  $mg$  и  $F_{TP}$  лежат в вертикальной плоскости.

$$N = m \cdot a_{ц.с.}$$

$$2mg = m \cdot a_{ц.с.}$$

$a_{ц.с.} = 2g = 20 \left(\frac{m}{с^2}\right)$  П.к. модель движется с постоянной скоростью, тангенциальное ускорение отсутствует. нас интересует только центростремительное, и оно равно  $2g$ .

2) В случае, когда мы движимся по большому кругу в наклонной плоскости, ситуация меняется. Чтобы проехать по такой траектории, ~~нужно проехать верхнюю точку~~ ~~нужно проехать верхнюю точку~~ надо иметь нужное центростремительное ускорение.



Рассмотрим верхнюю точку. Если мы проедем ее, то и весь оставшийся кулак.

Запишем II закон Ньютона на ось  $y$

$$N + mg \cos 45^\circ = \frac{m v_{min}^2}{R}$$

$F_{TP}$  всегда направлена по касательной к ~~с~~ сфере, а

$OZ \perp OY$ . II з. Н на  $OZ$  значит перпендикулярна оси  $y$

$F_{TP} = mg \sin 45^\circ$  и  $N = mg \sin 45^\circ$ . Подставляем отсюда  $N$  в первое.

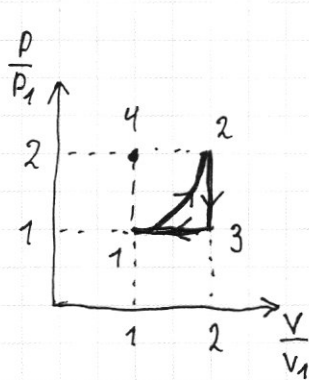


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{mg \sin 45^\circ}{\mu} + mg \cos 45^\circ = \frac{m v_{\min}^2}{R}$$

$$v_{\min} = \sqrt{gR \left( \frac{\sin 45^\circ}{\mu} + \cos 45^\circ \right)} = \sqrt{\frac{10}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{5}{4} \right)} = \sqrt{\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{2\sqrt{2}}} = 3\sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ (м/с)}$$

Ответ:  $20 \text{ м/с}^2$  и  $3\sqrt{\frac{5}{2\sqrt{2}}} \text{ м/с}$



$n=4$

$Q=Q_{12}$

1)  $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$  - первое начало термодинамики.

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot 3 P_1 V_1 = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

По Клапейрону-Менделееву для точек

$$1: P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2: 4 P_1 V_1 = \nu R T_2$$

$$3: 2 P_1 V_1 = \nu R T_3$$

$$\Rightarrow T_2 = 4 T_1 \text{ и } \nu R (T_2 - T_1) = 3 P_1 V_1$$

$$T_3 = 2 T_1$$

П.к 1-2 - дуга окружности с центром в точке 4, то площадь четверти окружности  $S = \frac{\pi R^2}{4}$ . А работа процесса 1-2 равняется площади ~~треугольника~~ прямоугольника под отрезком 2-4 минус площадь четверти данной окружности.

$$A_{12} = 2 P_1 V_1 - \frac{\pi \cdot P_1 V_1}{4} = P_1 V_1 \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$Q = Q_{12} = \frac{9}{2} P_1 V_1 + P_1 V_1 \left( 2 - \frac{\pi}{4} \right) = P_1 V_1 \left( 6,5 - \frac{\pi}{4} \right)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Работа  $A$  за цикл - это площадь квадрата 1-4-2-3  
минус четверть площади окружности

$$A = P_1 V_1 - P_1 V_1 \cdot \frac{\pi}{4} = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

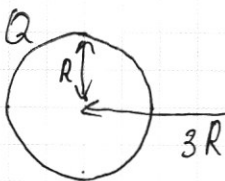
3)  $\eta = \frac{A}{Q_+}$  по определению, где  $Q_+$  - подведенное тепло.

В данной цикле мы подводим тепло только на участке  
1-2.

$$\eta = \frac{P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{P_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

Ответ:  $P_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4}\right)$ ;  $P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ ;  $\frac{4 - \pi}{26 - \pi}$

№5

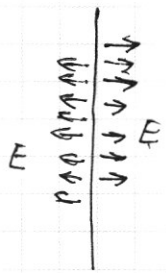


1)  $Q$  сферы, имеющей заряд  $Q$ , напряженность  
снаружи ее оболочки рассчитывается,  
как  $E = \frac{kQ}{r^2}$ , где  $r$  - расстояние от центра  
сферы до интересующей нас точки.

Значит на шарик действует сила

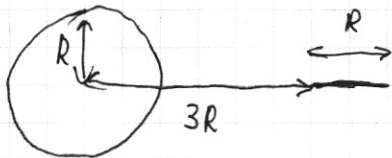
$$F = E \cdot q = \frac{k \cdot Q \cdot q}{9R^2}$$

2) Рассмотрим заряженный стержень бесконечно малого поперечного сечения. Мы можем его вращать вдоль его оси, а также перевернуть на 180 градусов. Его поле не должно от этого измениться.



Значит вектора напряженности направлены от стержня перпендикулярно поверхности.

Значит если ~~его~~ расположить, как показано на рисунке, вектора напряженности разойдутся перпендикулярно его боковой стороне и не будут проходить через центр.

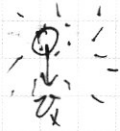


Значит он не будет ни с какой силой действовать на центр.

Ответ:  $\frac{kQq}{9R^2}$ ; 0

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$$\frac{mv_x^2}{2} = k$$

$$v_x = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$v = gT$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgH$$

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2}$$

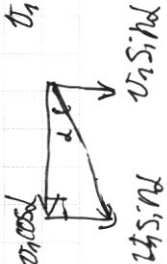
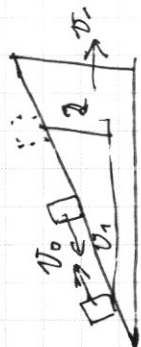
$$H = v_x t + \frac{gt^2}{2}$$

$$t^2 + \frac{2v_x}{g}t - \frac{2H}{g} = 0$$

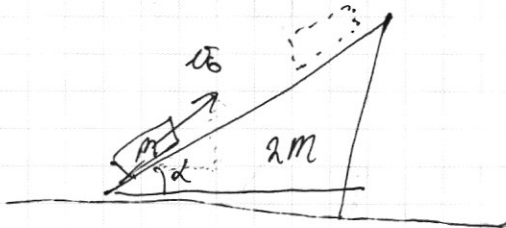
$$D = \frac{4v_x^2}{g^2} + \frac{8H}{g} = \frac{8k}{g^2 m} + \frac{8T^2}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2}$$

$$v_1 \sin \alpha \cos \alpha = v + v_1 \cos \alpha$$



№2



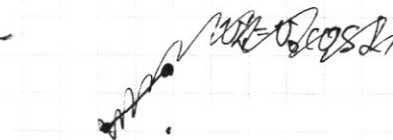
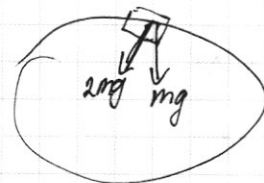
$$mv_0 \cos \alpha = 2mv_x$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{2mv_x^2}{2}$$

$$v_x = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$$

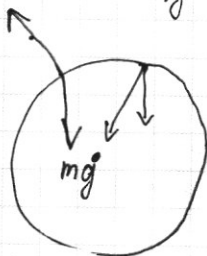
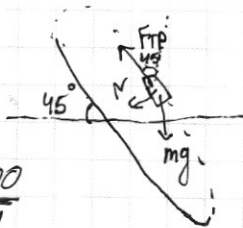
№3



$$2mg = ma \quad a = 2g$$



$$\frac{4 \cdot 100}{2} = \frac{200}{41}$$



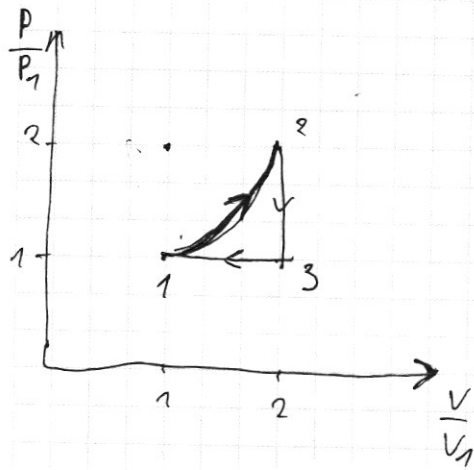
$$N = \frac{mv_{min}^2}{R}$$

$$F_{TP} = \frac{\mu mv_{min}^2}{R}$$

$$mg = \frac{\mu mv_{min}^2}{R} \cdot \cos 45^\circ$$

$$2gH = 0,82 \cdot \sqrt{\frac{200}{41}}$$

$$\sqrt{\frac{200}{41}} = \frac{4}{0,82}$$

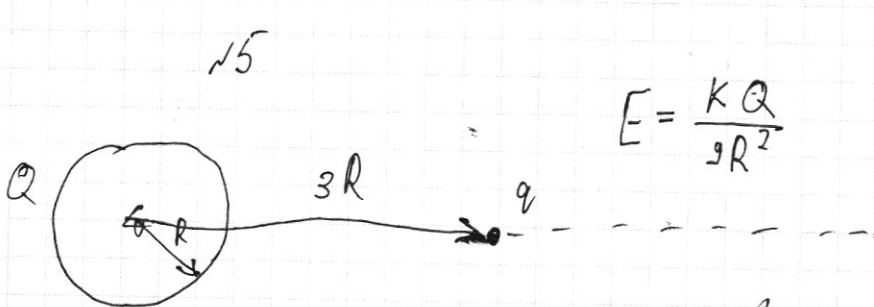
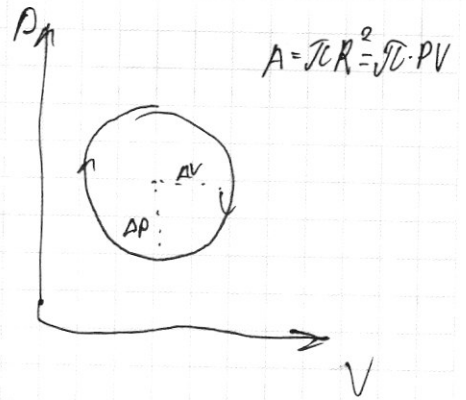


$$P_2 V_1 = \nu R T_1$$

$$4P_1 V_1 = \nu R T_2$$

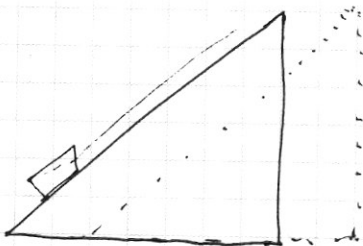
$$P_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_3$$

$$A_{12} = 2 P_1 V_1 - \frac{\pi \cdot P_1 V_1}{4}$$



$$E = \frac{kQ}{9R^2}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 225 \\ \hline 450 \\ 4500 \\ \hline 50625 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 50176 \quad 22400 \\ -44800 \quad 2,24 \\ \hline 53760 \\ -44800 \\ \hline 89600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50625 \quad 22500 \\ -22500 \quad 1, \\ \hline 28125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ \times 2,24 \\ \hline 448 \\ 4480 \\ \hline 50776 \end{array}$$

$$36 \cdot 4 + \frac{8 \cdot 45}{10} = 144 + 36 = 180$$

$$\frac{\sqrt{180} - 12}{2} = \sqrt{45} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} =$$

$$mv_0 \cos \alpha = mv_2$$

$$v_2 =$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2v_2^2 \quad v_2 =$$

