

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня $H = 10$ м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта $h = 7$ м.



1) Найдите начальную скорость V_0 камня.

2) Найдите $\cos \beta$ (см. рис.), здесь β - угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

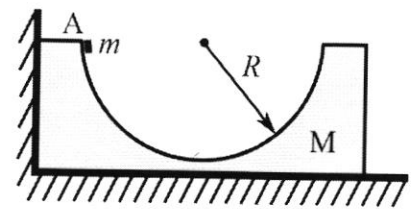
2. Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса $R = 1,2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) За какое минимальное время T автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом.

2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} , равномерного движения модели по окружности радиуса $R = 1,2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0,8$.

3. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки А с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m . Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты $H = \frac{2R}{3}$, отсчитанной от нижней точки



полусферы.

1) Найдите массу M бруска.

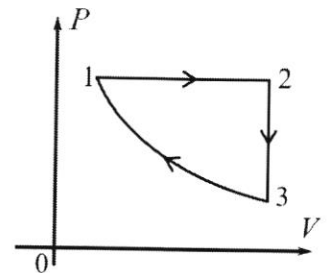
2) Найдите максимальную скорость V_{MAX} бруска при дальнейшем движении системы.

3) С какой по величине силой P брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость V_{MAX} ? Ускорение свободного падения g .

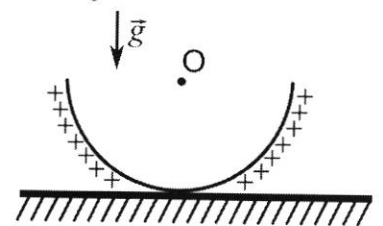
4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в $n = 8$ раз.

1) Найдите КПД такого цикла. *Указание: в адиабатическом процессе с*

одноатомным идеальным газом $PV^{\frac{5}{3}} = const$.



5. На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m . Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точку O переносят точечный заряд $Q > 0$.

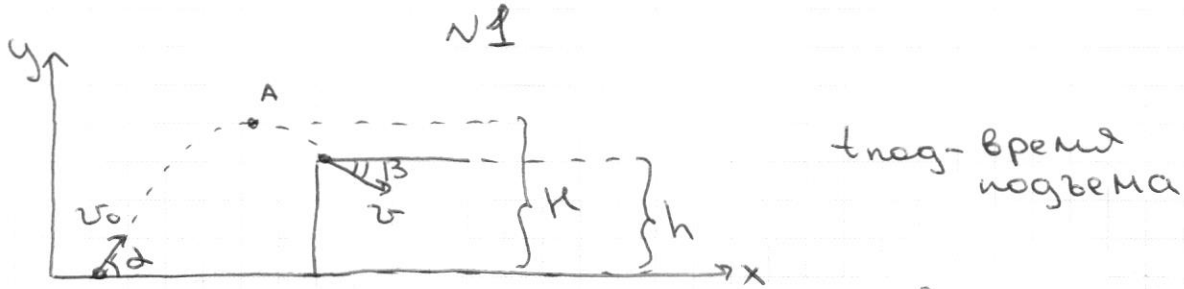


1) Найдите работу A внешней силы при переносе заряда Q из бесконечности в точку O . Электрическая постоянная ϵ_0 .

2) С какой по величине силой P полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда Q из бесконечности в точку O ? Ускорение свободного падения g .

Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1) \quad t_{\text{ног}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad H = v_0 \sin \alpha t_n - \frac{gt_n^2}{2}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow v_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10^2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20 \text{ м/с}$$

$$2) \quad \text{в т. А - максимальной высоте } v_y = 0$$

значит за время t_1 он преодолел $\Delta H = H - h$

$$\frac{gt_1^2}{2} = H - h \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{\frac{6}{10}} = \sqrt{\frac{3}{5}} \text{ сек}$$

к этому моменту его скорость по Oy равна $v_{y1} = -gt_1 = -10 \sqrt{\frac{3}{5}} \text{ м/с} = -\sqrt{60} \text{ м/с}$

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ \times 6,5 \\ \hline 130,0 \end{array}$$

а по Ox $v_x = \text{const} \quad v_x = v_0 \cos \alpha$

Тогда v - полная скорость на высоте h
из ЗСЭ

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{\frac{2gH}{\sin^2 \alpha} - 2gh} =$$

$$= \frac{\sqrt{2g(H - h \sin^2 \alpha)}}{\sin \alpha}$$

$$\text{отсюда } \cos \beta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0 \cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{2g(H - h \sin^2 \alpha)}} = \frac{20 \cdot 0,5}{\sqrt{20(10 - 3,5)}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$$

Ответ: 1) $v_0 = 20 \text{ м/с}$

2) $\cos \beta = \sqrt{\frac{10}{13}}$

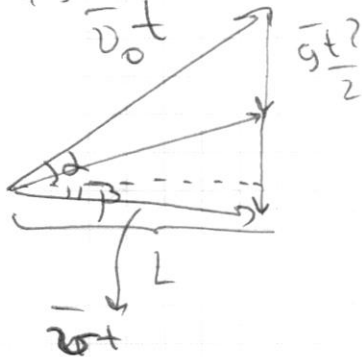
$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1,57 \\ \hline 1099 \\ 785 \\ 157 \\ \hline 24649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,465 \\ \times 1,57 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,15 \\ 2,465 \\ \hline 75 \\ 3129 \\ \hline 36975 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 12 \\ \hline 360 \\ 600 \\ \hline 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2920 \\ \times 313 \\ \hline 2817 \\ 878 \\ \hline 91796 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1,2 \overline{) 8} \\ \underline{- 8} \\ 0,15 \\ \underline{- 0,12} \\ 0,03 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 314 \\ 1,57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21700 \overline{) 313} \\ \underline{- 1878} \\ 2920 \\ \underline{- 2817} \\ 103 \end{array}$$

$$400 - 20 \cdot 7 = 140$$

$$\sqrt{260}$$

$$\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{260}} = \frac{10}{\sqrt{130}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

$$0,4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{13}{10}}$$

$$0,4\sqrt{3} - 0,5$$

$$\times 1,73$$

$$\begin{array}{r} \times 0,4 \\ 1,73 \\ \hline 12 \\ 28 \\ 49 \\ \hline 0,692 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,73 \\ 2 \\ \hline 2,46 \end{array} \quad 2100$$

$$0,692 - 0,5 = 0,192$$

$$0,2$$

$$2 \cdot 1,2$$

$$2,4$$

$$\begin{array}{r} 246 \overline{) 225} \\ \underline{- 225} \\ 0,09 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{121}{5}} = 2\sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$\frac{24}{40}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ \times 2,25 \\ \hline 450 \\ 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$

$$\frac{1,73}{2,25}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 9 \\ \hline 2025 \end{array}$$

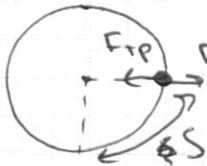
$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 2,3 \\ \hline 69 \\ 69 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ \times 2,25 \\ \hline 450 \\ 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

1)



Для минимального времени
должна быть максимальная
скорость

$$F_y = \frac{mv^2}{R} \quad F_{TP} = mg$$

Чтобы модель двигалась равномерно:

$$F_y - F_{TP} = 0$$

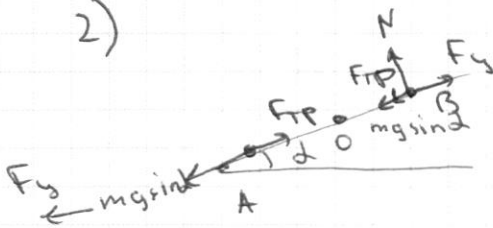
$$\frac{v^2}{R} = mg \quad v = \sqrt{mgR}$$

$$S = \frac{\pi R}{2}$$

$$T = \frac{S}{v} = \frac{\pi R}{2\sqrt{mgR}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R}{mg}} = 1,57 \cdot \sqrt{\frac{1,2}{8}} =$$

$$= 1,57 \cdot \sqrt{0,15} \text{ сек} = \sqrt{0,37} = \sqrt{\frac{37}{100}} \approx 0,6 \text{ сек}$$

2)



$$\text{В т. B: } F_{TP1} + mgs \sin \alpha = F_y$$

$$\text{В т. A: } F_y + mgs \sin \alpha = F_{TP2}$$

сила $mgs \sin \alpha = \text{const}$

F_{TP} - может меняться до $F_{TP \max} = mg \cos \alpha$

F_y - нужно найти max значение

Критический случай происходит в точке A

ведь против F_{TP} направ 2 сила $\Rightarrow F_{TP2} = F_{TP \max}$

$$F_y + mgs \sin \alpha = F_{TP \max} \quad \frac{mv^2}{R} + mgs \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha$$

$$v_{\max} = \sqrt{gR(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)} =$$

$$= \sqrt{10 \cdot 1,2 (0,4\sqrt{3} - 0,5)} \text{ м/с} = \sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 1,2} \text{ м/с} =$$

$$= \sqrt{24} \text{ м/с} = 2\sqrt{6} = 2 \cdot \frac{1,73}{2,25} \text{ м/с} = 1,09 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $T = 0,6 \text{ сек}$

2) $v_{\max} = 1,09 \text{ м/с}$

Мно

$$m v = v_y (m + M)$$

$$\frac{m v}{m + m} = v_y \Rightarrow v_y = \frac{v}{3} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$$

S =

$$v^2 = 2u^2 + v_m^2$$

$$u' = \frac{v + v_m}{2}$$

$$v^2 = \frac{v^2 + 2v v_m + v_m^2}{2} + v_m^2$$

$$4^3 = 64$$

$$2v^2 = v^2 + 2v v_m + v_m^2 + 2v_m^2 \quad \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}$$

$$3v_m^2 + 2v v_m - v^2 = 0$$

$$A = P \Delta V$$

$$Q = c \Delta T$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{2}{1} \Rightarrow v^2 + 3v^2 = (2^2 v)^2$$

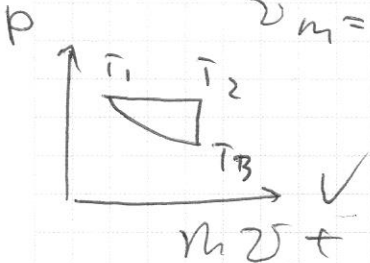
$$4 \cdot 4 \sqrt[3]{8}$$

$$4 \cdot 4 \cdot 2$$

$$v_m = \frac{-v \pm 2v}{3} = \begin{cases} -v \\ \frac{v}{3} \end{cases}$$

$$8 - \frac{1}{4} = \frac{31}{4}$$

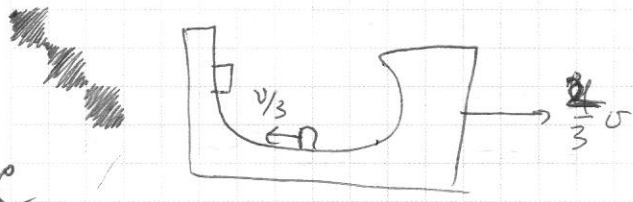
$$\begin{array}{r} 217 \overline{) 313} \\ \underline{10} \end{array}$$



$$-\frac{m v}{3} + M u = m v$$

$$\frac{1}{3} m v = 2 m u$$

$$u = \frac{2}{3} v$$



$$\frac{m v^2}{9 \cdot 2} + \frac{2 m 4 v^2}{9 \cdot 2} = \mu g h$$

$$v^2 + 8 \frac{9 v^2}{9 \cdot 2} = g h$$

$$\frac{5}{3} = \frac{c - \frac{3}{2}}{c - \frac{5}{2}}$$

$$u = \frac{2gR}{2g}$$

$$5c - \frac{25}{2} = 3c - \frac{9}{2}$$

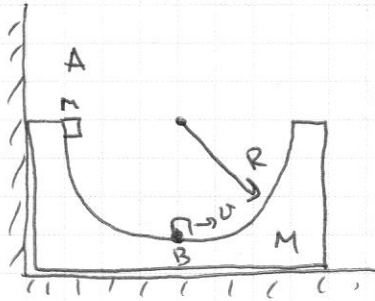
$$2c = \frac{16}{2}$$

$$c = 4$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 2 \\ \hline + 217 \\ \hline 96 \\ \hline 3 \overline{) 323} \\ \underline{323} \\ \hline 96 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3



из-за стенки во время
прохождения участка АВ
тело "m", тело "M" покоится

$$E_0 = mgR$$

за нулевой уровень

касательная к точке В

В точке максимальной высоты

$$E_{n,m} = \frac{2}{3} mgR \quad \text{В т. В } E_z = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgR \Rightarrow v = \sqrt{2gR}$$

Затем из ЗСИ

$$1) mv = (M+m)u \Rightarrow u = \frac{mv}{M+m}$$

$$\frac{mv^2}{2} = (M+m)\frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} mgR$$

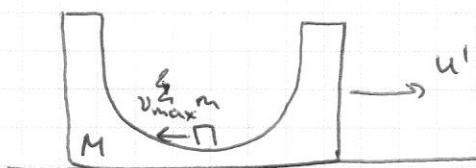
$$2gR \left(\frac{M}{M+m} \right) = \frac{4}{3} gR$$

$$2M = \frac{4}{3} M + m \frac{4}{3}$$

$$6M = 4M + 4m$$

$$M = 2m$$

2) Максимальная скорость будет в точке В
~~на обратном пути~~ u , ведь его потенциальная энергия = 0
ЗСИ u_{\max} - скорость
относительно тела М



$$mv = Mu' - m(v_{\max} + u')$$

$$mv = Mu' - m(v_{\max} + u') \Rightarrow u' = \frac{v + v_{\max}}{2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu'^2}{2} + \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$v^2 = 2u'^2 + v_{\max}^2$$

подставим u'

Получим квадратное уравнение

$$3v_m^2 + 2vv_m - v^2 = 0$$

$$v_m = -\frac{v \pm 2v}{3} = \begin{cases} -v \\ \frac{v}{3} \end{cases}$$

Ответ "-v" отвечает положению когда тело

"M" еще покоится.

При дальнейшем движении такая ситуация повторится

значит $v_{\max} = v$

3) Р складывается из F_y и $mg + Mg$

$$F_y = \frac{mv_m^2}{R} \quad v_m^2 = v^2 = 2gR$$

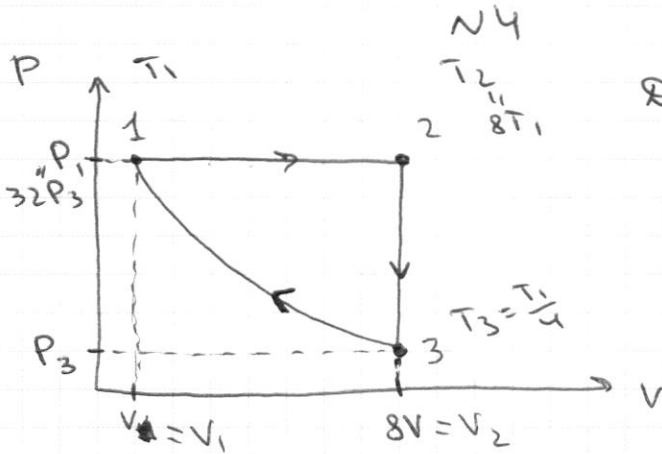
$$P = F_y + mg + Mg = 5mg$$

Ответ: 1) $M = 2m$

2) $v_{\max} = v$

3) $P = 5mg$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Для адиабатического процесса

$$P_1 V_1^{\frac{5}{3}} = P_3 (8V_1)^{\frac{5}{3}}$$

$$P_1 = P_3 \cdot 8^{\frac{5}{3}} = 32P_3$$

$$12: \frac{V}{T_1} = \frac{8V}{T_2}$$

$$T_2 = 8T_1$$

$$23: \frac{32P_3}{8T_1} = \frac{P_3}{T_3}$$

$$T_3 = \frac{T_1}{4}$$

~~$$A_1 = P \Delta V$$~~
~~$$A_2 = P \Delta V$$~~

~~$$A_3 = (P + \Delta P)(V + \Delta V) - P_3 V_3$$~~
~~$$= \Delta P V + P \Delta V$$~~

$$P V^{\gamma} = \text{const}$$

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$\gamma = \frac{C - C_V R}{C - C_R}$$

$$C_V = \frac{3}{2}$$

$$C_R = \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{C - \frac{3}{2}}{C - \frac{5}{2}} \Rightarrow \boxed{C = 4R}$$

уравнение состояния газа
для T. 1: $32P_3 V = \nu R T_1$
 $T_1 = \frac{32P_3 V}{R}$

$$\Delta Q = 7T_1 C - \frac{31}{4} T_1 C = 28T_1 R - 31T_1 R = -3T_1 R$$

$$\Delta A = -P_1 \Delta V_1 + P_2 \Delta V_2 + \Delta P V_2 =$$

$$= -32P_3 \cdot 7V_1 + 8V_1 \cdot 31P_3 + 7V_1 \cdot 31P_3 + 31P_3 \cdot 8V_1 = 7P_3 V (32 - 1) =$$

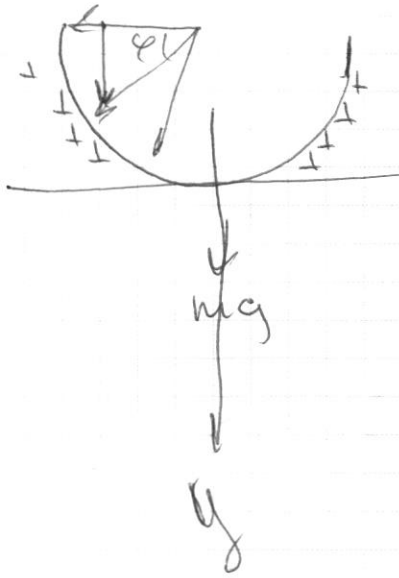
$$\eta = \frac{\Delta A}{\Delta A + \Delta Q} = \frac{-31 \cdot 7}{-(32 \cdot 3 + 31 \cdot 7)} = -31 \cdot 7 P_3 V$$

$$= \frac{217}{313} \cdot 100\% = 69,3\%$$

Ответ: ~~42~~ $\eta = 69,3\%$

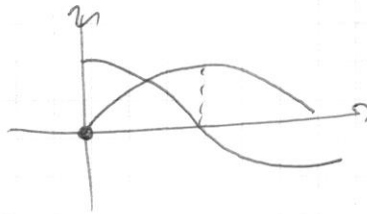
$$S = 2\pi R^2$$

$$F_3 = Q \varepsilon_0 2\pi b$$



$$F_{\rightarrow y} = F_3 \sin \varphi$$

$$- \cos \varphi$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

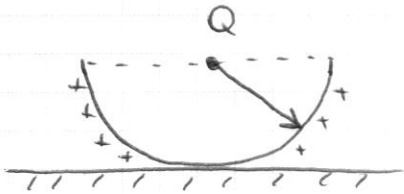
$2\pi R^2$ - площадь
поверх полусферы

№5

1) Запишем ЗСЭ

$$0 = A - \epsilon_0 \frac{Qq}{R^2}$$

$$A = \epsilon_0 \frac{Qq}{R^2}$$

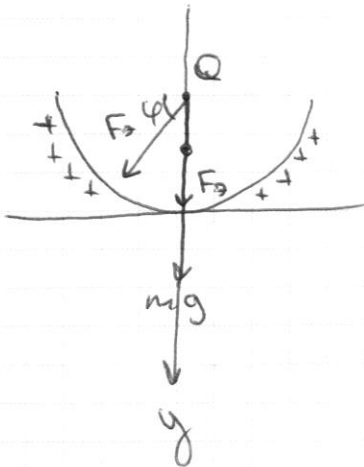


заряд

При этом q - эквивалентный заряду
на полусфере т.к. заряд Q равномерно
от всех точек полусферы, такая замена
имеет место $q = 2\pi R^2 \sigma$

$$A = \epsilon_0 \frac{Q}{R^2} \cdot 2\pi R^2 \sigma = Q \epsilon_0 2\pi \sigma R$$

2)



$$P = mg + \sum F_{3y}$$

$$F_{3y} = F_3 \sin \varphi$$

$$F_{3y} = \int_0^\pi F_3 \sin \varphi d\varphi = \pi F_3$$

$$P = mg + \epsilon_0 \frac{Q 2\pi R^2 \sigma}{R^2} \cdot \pi = mg + 2\epsilon_0 Q \sigma \pi^2$$

Ответ: 1) $A = Q \epsilon_0 2\pi \sigma R$

2) $P = mg + 2\epsilon_0 Q \sigma \pi^2$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)