

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

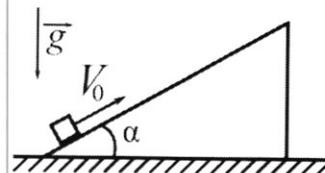
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

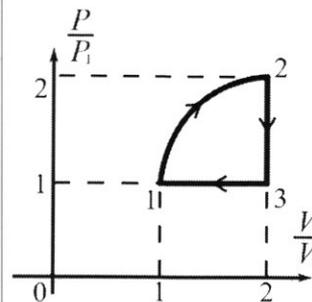
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11

1) Прилетели осколки со скоростью v перпендикулярно к поверхности, выходящей из нулевого уровня E_1 горизонтально E_2 — поверхность.

$$E_{k1} + E_{п1} = E_{k2} + E_{п2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH, \quad v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 13} =$$

$$= 10\sqrt{13} \approx 36,1 \text{ м/с}$$

2) Время движения всех осколков одинаково, т.е. они имеют одинаковую нач. скорость и ускорение g . Рассмотрим движение осколка, v_0 которого направлена вертикально вниз; направим ось Oy вертикально вниз, прич. начало совпадет с точкой разрыва.

$$H = vt + \frac{gt^2}{2}, \quad v = H - \frac{gt^2}{2}$$

Эквивалентная кинетическая энергия после разрыва всех осколков:

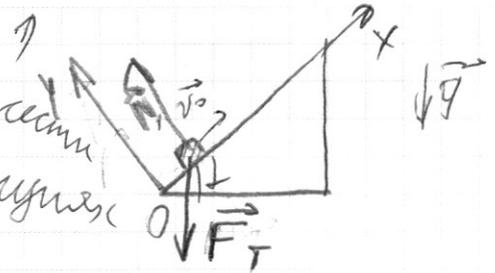
$$K = \frac{m v^2}{2n} = \frac{m v^2}{2} = \frac{m (H - \frac{gt^2}{2})^2}{2t^2} = \frac{2 \cdot 165 - \frac{10 \cdot 100}{2}}{2 \cdot 100} = \frac{87^2}{100} = 75,69 \text{ Дж}$$

2) Разные времена падения первого и последнего оставшихся на землю осколков равны t . Дальше время летел выходящий вертикально вверх осколок, меньше всего — тот, скорость которого была направлена вертикально вниз.

Продолжение пункта 2) задачи №1 смотреть на странице №5

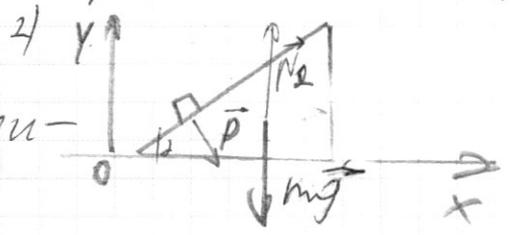
№2

1) На шайбу действует сила тяжести \vec{F}_T и сила реакции опоры \vec{N} . В проекциях на ось Ox :



$m a_0 = F_T x$, $m a_0 = m g \sin \alpha$, $a_0 = g \sin \alpha$, где a_0 - ускорение шайбы.

На клин действует сила давления шайбы \vec{P} , которая равна по модулю и противоположна по направлению \vec{N} .



Если направить ось Ox вдоль горизонтальной поверхности:

$P \sin \alpha = \text{так}$, $m g \cos \alpha \sin \alpha = m a$, $a_k = \frac{g \sin^2 \alpha}{2}$, где a_k - ускорение клина.

Проекция на ось Ox (рисунок 1) общего ускорения шайбы

Даны: $a_{\text{общ}} = a_{kx} + a_{0x} = g \sin \alpha \cos^2 \alpha + g \sin \alpha = g \sin \alpha \cos^2 \alpha + g \sin \alpha$

Пусть S до остановки шайбы ($S = \frac{H}{\sin \alpha}$)

$$S = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{20^2}{2a}, \quad H = \frac{20^2 \sin \alpha}{2 g \sin^3 \alpha} = \frac{20^2}{2 g \sin^2 \alpha} = \frac{4 \cdot 4}{2 \cdot 10} = 0,8 \text{ (м)}$$

2) Подъёмная и тормозная шайбы одинаковы.

$\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{20 t_0}{2} + t_0 = \frac{2H}{20 \sin \alpha}$ (t_0 - время подъёма)

$t = t_0 + t_c = \frac{4H}{20 \sin \alpha}$ (t_c - время спуска). Ускорение клина

a_k неизменно при движении шайбы вверх и вниз.

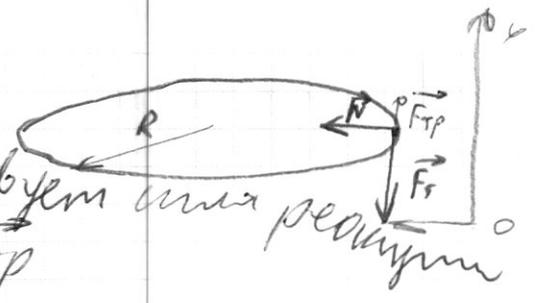
$v_x = a_k t$ (v_x - проекция скорости клина). При $t = t_0 + t_c$

$v = v_x = \frac{4H}{20 \sin \alpha} \cdot g \sin \alpha \cos^2 \alpha = \frac{4H g \cos^2 \alpha}{20} = \frac{4 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 0,8}{2 \cdot 2} = \frac{12,8}{2} = 6,4 \text{ (м/с)}$

Ответ: $H = 0,8 \text{ м}$, $v = 6,4 \text{ м/с}$

13

1) На модель автомобиля действует сила реакции опоры \vec{N} , сила тяжести \vec{F}_T и \vec{F}_{TP}



В некоторый момент времени направим координатную ось Oz вертикально вверх, ось Ox — в центр окружности. $N = ma$, в проекциях на Ox: $N = mv^2/R$; $N = \frac{mv^2}{R}$, $F_{TP} = mg$ (в проекции на ось Oz);

Сила, с которой автомобиль действует на дорогу:

$$\vec{P} = \vec{N} + \vec{F}_{TP}, P = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + m^2g^2} = \frac{m\sqrt{v^4 + g^2R^2}}{R}$$

$$= \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot (3,7)^4 + 100 \cdot 1,44}{3} = \frac{1 \cdot 12 \sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{2} = 4 \cdot 1,4 = 5,6 \text{ (Н)}$$

2) Вектор силы трения \vec{F}_{TP} направлен под углом α к вертикали.



Пусть в некоторый момент времени ось Oz (или вектору \vec{F}_{TP}) совпадает, ось Ox направлена в центр окр.

$m\vec{a} = \vec{N}_2 + \vec{F}_{TP} + \vec{F}_T$ (2 закон Ньютона)

Oz: $mg \cos \alpha = F_{TP}$,

Ox: $N_2 + F_T \sin \alpha = ma$

$F_{TP} = N_2 \mu = mg \cos \alpha, N_2 = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$

$ma = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha, \frac{v_{min}^2}{R} = g \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)$

$v_{min} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{12 \cdot \frac{0,86}{0,9} + \frac{1}{2}} \approx \sqrt{12,6 \cdot \frac{3}{2}} = 3\sqrt{2} = 3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ м/с}$

Ответ: $P = 5,6 \text{ Н}, v_{min} = 4,2 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Уч 11 сам переписать график $\frac{p}{p_1}$ в pV -диаграмме, то дуга окружности 12 превратится в дугу эллипса

Для построения 1 и 2, используя уравнение $pV = \text{const}$, получим:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 \cdot 2V_1}{T_2}, T_2 = 4T_1.$$

Работа газа на участке 12:

$$A_{12} = \int p_1 V_1 + V_1 p_1 = V_1 p_1 (\int + 1) = VRT_1 \left(\frac{1}{4} + 1 \right)$$

$$\Delta U_{12} = VRT_1 (4 - 1) = 3 \frac{1}{2} VRT_1, \text{ где } \Delta U_{12} - \text{изменение внутренней энергии газа на участке 12. Кол-во теплоты } Q_{12}, \text{ подводимое к газу на участке 12.}$$

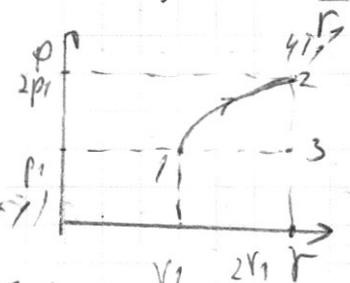
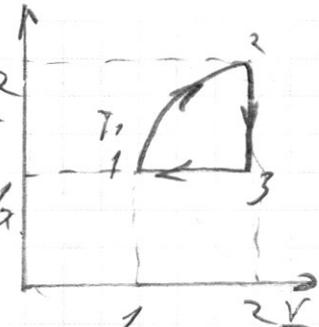
$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = VRT_1 \left(4 + \frac{3}{2} \right) = RT_1 \left(4 + \frac{3}{2} \right) = Q$$

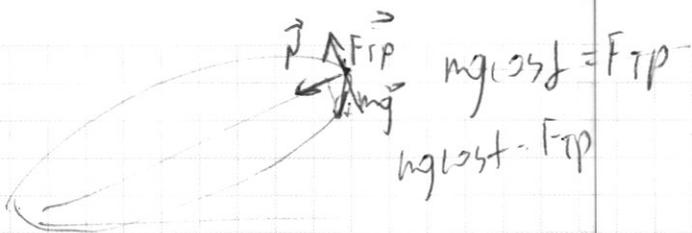
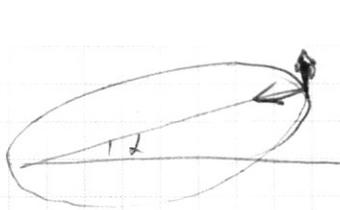
2) Работа газа за цикл $A = \frac{1}{4} V_1 p_1 T = \frac{VRT_1 T}{4}$

3) $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{1}{4} VRT_1 T}{RT_1 \left(4 + \frac{3}{2} \right)} = \frac{T}{16 + T}$

Ответ: $Q = RT_1 \left(4 + \frac{3}{2} \right), A = \frac{RT_1 T}{4}, \eta = \frac{T}{16 + T}$

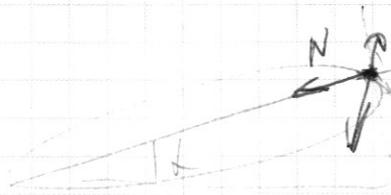
К5
Ответ: $Q = RT_1 \left(4 + \frac{3}{2} \right), A = \frac{RT_1 T}{4}, \eta = \frac{T}{16 + T}$





$$mg \cos \alpha = F_{TP}$$

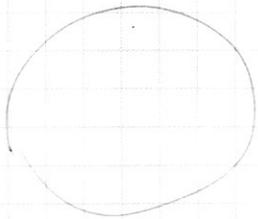
$$mg \cos \alpha = F_{TP}$$



$$N \sin \alpha - N =$$

$$F_{TP} = mg \cos \alpha = N \sin \alpha,$$

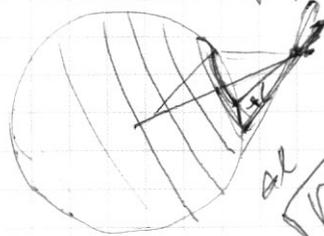
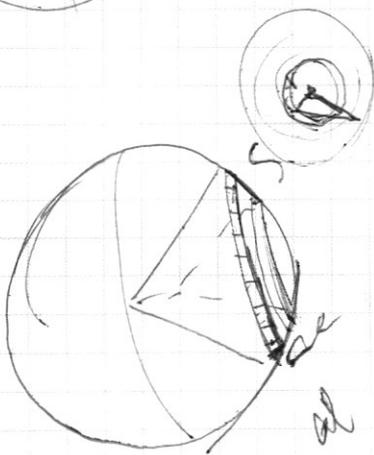
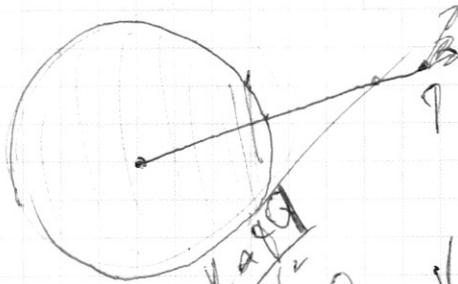
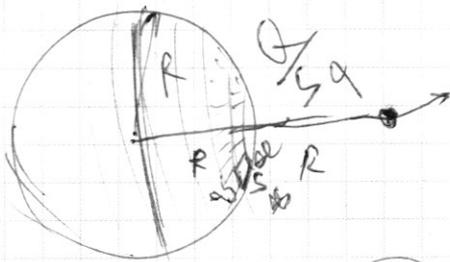
$$N = \frac{mg \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



$$N + mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}$$

$$mg (\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha})$$

$$\alpha = \frac{g}{v^2}$$



$$S = 2\pi R a$$

$$Q = \frac{2\pi R a Q}{2\pi R}$$

$$\frac{R Q \sin \alpha}{R^2 + R^2}$$

$$\frac{R Q}{2R^2 / (R^2 + R^2)}$$

$$S = \frac{2\pi R a Q}{2\pi R^2}$$

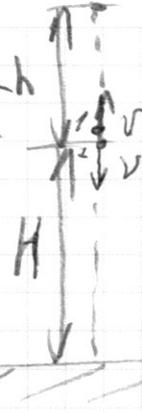
$$a = \frac{R Q}{2R^2}$$

$$a = g = \frac{R Q}{2R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2)

Из кинемат. закона движения 1-ого осколка:
ка: $h = \frac{v^2}{2g}$, $t_1 = \frac{v}{g}$ (время подъёма до макс.
сильноразворота 1-ого осколка).



$$h+h = \frac{gt_2^2}{2}, t_2 = \sqrt{\frac{2(h+h)}{g}}, \text{ где } t_2 - \text{время } \downarrow$$

подъёма 1-ого осколка с высоты $H+h$. Время полёта
2-ого осколка равно сумме из его кинематич. закона
движения (ось Ox вертикально вниз направлена)

$$h = vt' + \frac{gt'^2}{2}, \frac{gt'^2}{2} + vt' - H = 0, D = v^2 + 2gH,$$

$$t'_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}, t'_2 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$t = \frac{v}{g} + \sqrt{\frac{2(h+h)}{g}} - \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} =$$

$$= \frac{v}{g} + \sqrt{\frac{2(\frac{v^2}{2g} + H)}{g}} - \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g}, \sqrt{v^2 + 2gH} - \sqrt{v^2 + 2gH} + v +$$

$$+ v = tg$$

$$2v = tg, v = \frac{tg}{2}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} \cdot n = \frac{mv^2}{2} = \frac{m t^2 g^2}{8} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10}{84} = 250 \text{ Дж}$$

(n - число осколков) 8

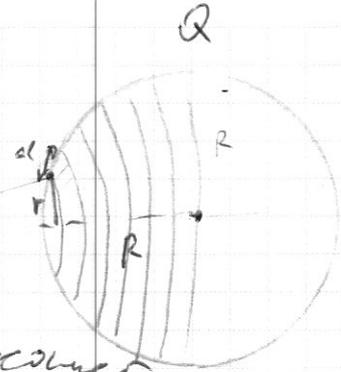
84

Ответ: 1) $v_0 = 36,7 \text{ м/с}$, 2) $K = 250 \text{ Дж}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15

Задачей является поверхность сферы радиуса R , как показано на рисунке, q — заряд, dl — ширина полосы равна dl .



Расстояние от точки, привязываемой к полюсу, до линии, соединяющей заряд и центр шара равно r . С такой полосой равен $dL = 2\pi r \cdot dl$.

$= 2\pi r dl$, от сферы шар радиуса R занимает $n = \frac{2\pi r dl}{4\pi R^2} = \frac{dl}{2R}$. На такой полосе распределён заряд $q_i = \frac{4\pi R Q}{2R} \cdot \frac{dl}{2R}$. В единице площади такой полосы находится заряд

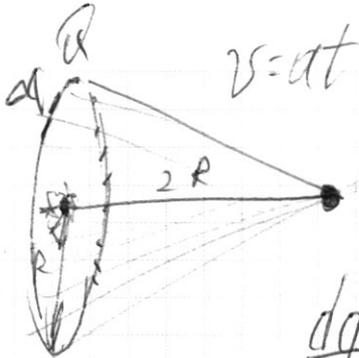
Сила взаимодействия полусферы с точечным зарядом

$$F_1 = \frac{Kq q_i}{r^2} = Kq \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{4\pi R Q}{2R(R^2 + r^2)} = \frac{Kq \pi^{\frac{1}{2}} R}{4\pi(R^2 + R^2)}$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}, \quad F_1 = Kq \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{Q \cos \alpha}{4\pi R^2} = \frac{2KqQ}{4\pi R^2} \left(\frac{R}{\sqrt{3}} - 1 \right)$$

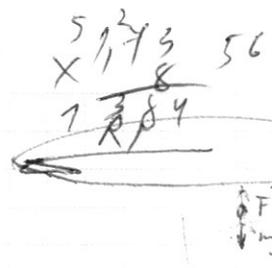
где σ — поверхностная плотность заряда, α — угол, под которым видна каждая полоска на рисунке из н. относительно заряда.

Ответ: $F_1 = \frac{KqQ}{4\pi R^2} \left(\frac{R}{\sqrt{3}} - 1 \right)$



$$v = at$$

1,73.8

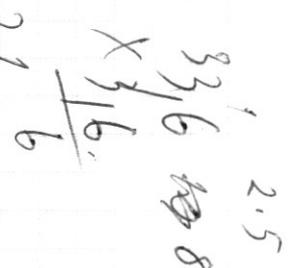


$$\int \frac{k Q q}{r^2}$$

$$dq = \frac{Q}{l} \frac{R \alpha}{3R^2}$$

$$dq = \frac{Q}{l}$$

$$\int \frac{k q q}{3r^2}$$

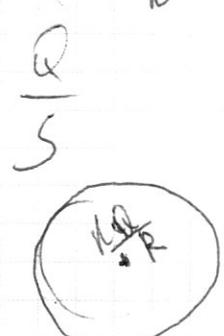
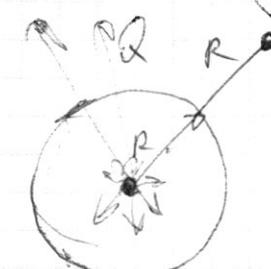
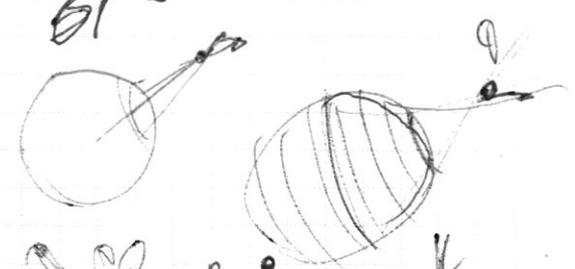


$$\frac{Q}{l} = dq$$

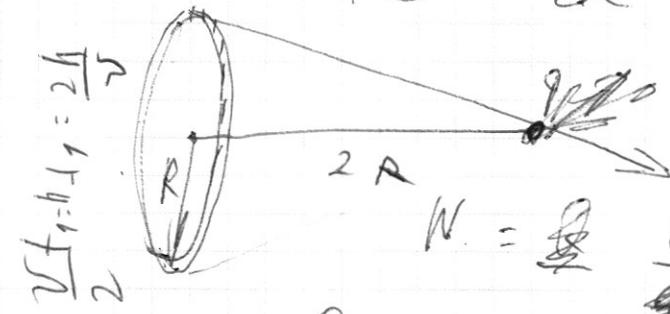
$$\frac{k Q q^2}{6r^2}$$



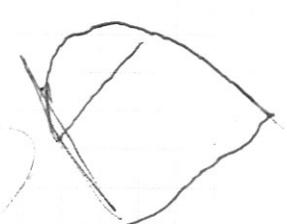
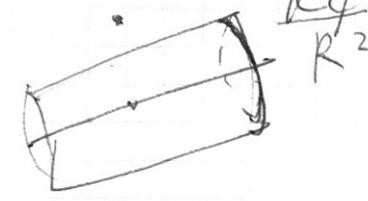
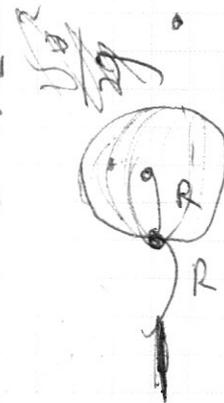
$$\frac{dq \cdot Q}{4l}$$



$$H = v^2 + g \frac{l^2}{2}$$



$$N = \frac{Q}{l}$$

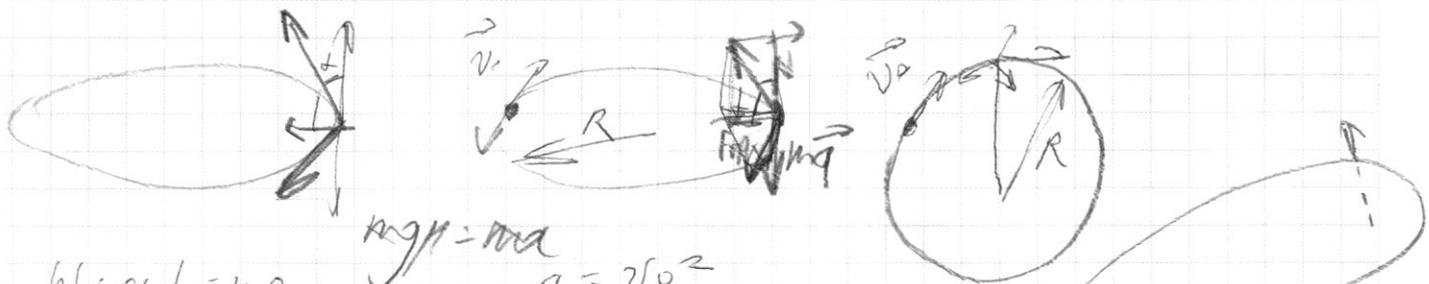


$$H = v^2 + g \frac{l^2}{2}$$

$$\frac{v^2}{g} + H$$

$$\sqrt{\frac{2}{g} (v^2 + H)} = \dots$$

$$\frac{2}{g} (v^2 + H) = \dots$$



$$N \cos \theta = mg$$

$$N \sin \theta = ma$$

$$mg \sin \theta = ma$$

$$a = \frac{v_0^2}{R}$$

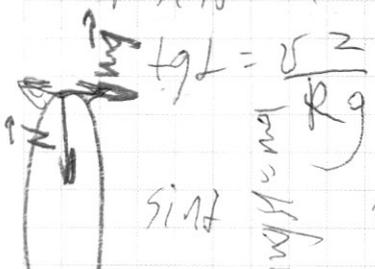
$$N \sin \theta = mg$$

$$N \cos \theta = ma$$

$$mg \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$$

$$N \sin \theta = m$$

$$F_{\text{TP}} = mg \cos \theta$$



$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

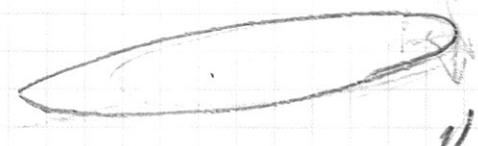
$$\sin \theta = \frac{v}{\sqrt{Rg}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

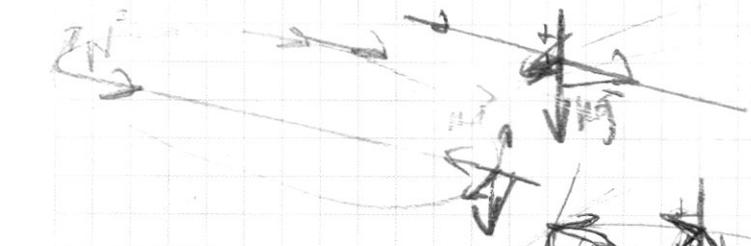
$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \theta}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{v^4}{R^2 g^2}}} = \frac{Rg}{\sqrt{R^2 g^2 + v^4}}$$

$$N = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{mg \sqrt{R^2 g^2 + v^4}}{Rg}$$



$$N = \frac{mv^2}{R}$$



$$N \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$N \cos \theta = mg$$

$$N \sin \theta + mg = \dots$$

$$N = \frac{mv^2}{R}$$

$$N \sin \theta = mg$$

$$N = \frac{mg}{\sin \theta}$$

$$v = \sqrt{g(R(1 - \sin \theta))}$$

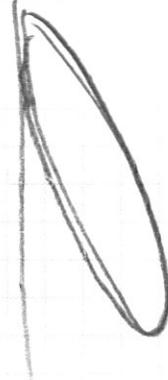
$$N(1 - \sin \theta) = mg$$

$$N \sin \theta + mg = N(1 - \sin \theta)$$

$$N \sin \theta (1 - \sin \theta) = \dots$$

$$N = \frac{mg}{1 - \sin \theta}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$N \sin \alpha = N \sin \alpha + mg$$

$$N \sin \alpha = N \sin \alpha + mg$$

$$N \sin \alpha (1 - 1) = mg$$

$$N - mg \sin \alpha = mg$$

$$mg = N \sin \alpha + N \mu \sin \alpha$$

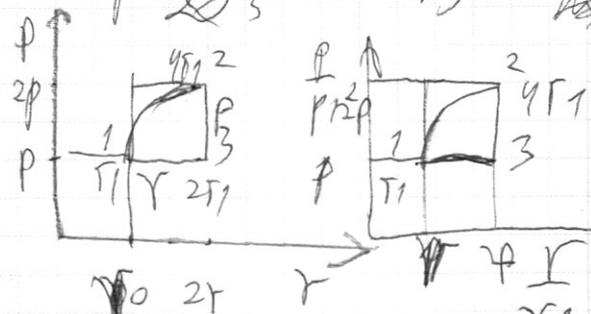
$$N - mg \sin \alpha = \frac{v^2}{R} = \frac{mg(1 - \sin \alpha)}{R}$$

$$N \sin \alpha (1 + \mu) = \frac{mg}{R} (1 + \mu)$$

$$\frac{mg}{\sin \alpha (1 - \mu)} - mg \sin \alpha = \frac{v^2}{R}, \quad v^2 = \sqrt{gR(1 - \sin^2 \alpha (1 - \mu))} =$$

$$= \sqrt{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \mu) gR} =$$

$$= \sqrt{2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{20} \right)} = \sqrt{\frac{24.723}{205}} = 23 \sqrt{\frac{2}{5}}$$



$$S = \frac{p r}{4} + p r$$

$$\frac{p r}{T_1} = \frac{p r}{T_2}$$

$$\frac{p r}{T_1} = 2 \frac{p r}{T_2}$$

$$\frac{p r (T_2 + r)}{4}$$

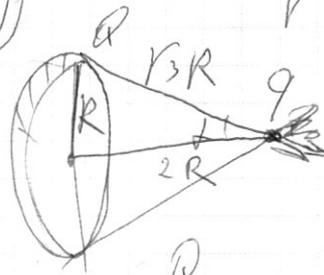
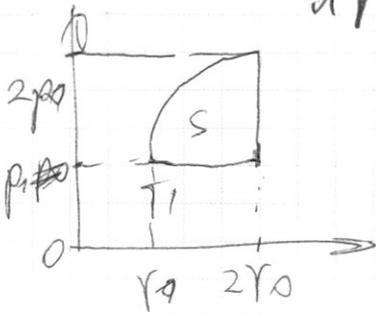
$$T_2 = 4 T_1, \quad \frac{2 p r}{4 T_1} = \frac{p r}{T_1}, \quad T_2 = 4 T_1$$

$$\frac{p r T_1 (T_2 + r)}{4}$$

$$3 p r T_1 + \frac{p r T_1 (T_2 + r)}{4} = \frac{p r T_1 (16 + r)}{4}$$

$$A_2 = \frac{p r T_1}{4}$$

101119



$$s = \frac{r_0 r_0}{4} + \frac{r_0 r_0}{4} + \frac{r_0 r_0}{4}$$

$$10 \quad r R T_1 (1 + \frac{1}{4}) + r R 3 T_1 =$$

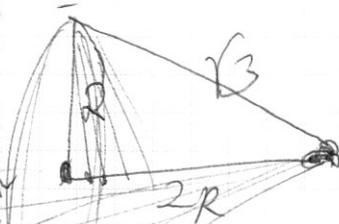
$$\frac{Q}{L}$$

$$\sum \frac{k q Q \cos \alpha}{r^2}$$

$$\frac{\sum k q Q \cos \alpha}{r^2} = \int \frac{k Q dQ \cos \alpha}{2 r R^3}$$

$$\frac{86}{40}$$

$$\frac{43 + 1}{45} = \frac{44}{45}$$



$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2 R}$$

$$\frac{131}{40} \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{k q}{R^2} - \frac{k q}{R^2} dx$$

$$\frac{k q}{2 R}$$

$$\sum k R \cos \alpha$$

$$= \frac{k Q \epsilon_1}{6 \pi r^{-2} R^3}$$

$$\frac{43 + 1}{45} = \frac{44}{45}$$

$$\frac{261}{15}$$

$$\frac{k q}{R^2} - \frac{k q}{R^2} dx = k q \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right)$$

$$R x_1$$

$$\frac{k q}{R} - k q$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2 R}$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2 R}$$

$$\frac{45}{84} \frac{56}{64}$$

$$\frac{13}{40} \frac{609}{646}$$

$$\frac{87^2 - 65}{(435)^2}$$