

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

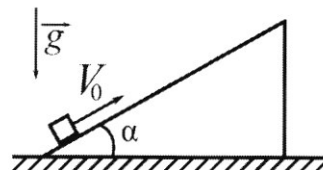
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

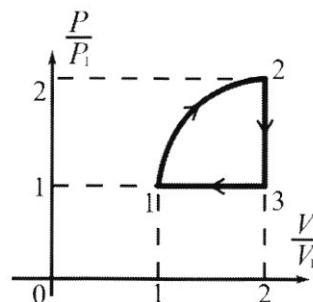
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

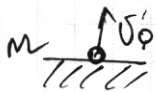
Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. $H = 65 \text{ м}$; $m = 2 \text{ кг}$; $t = 10 \text{ с}$

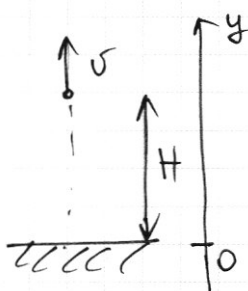
1) По ЗСЭ: $m v_0^2 / 2 = m g H$

$v_0^2 = 2 g H = 2 \cdot 65 \cdot 10 = 1300 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}; \Rightarrow v_0 = \sqrt{1300} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



2) Пусть масса каждого осколка dm , скорость каждого такого осколка в момент взрыва v .

Осколки падают на землю в течение $t = 10 \text{ с}$ дольше всего будет падать осколок, который после взрыва полетит вверх: (если под t подразумевается время с начала взрыва до падения последнего осколка)



ОУ: $0 = H + vt - \frac{gt^2}{2}$; все в м: $0 = 65 + 10v - 500$.

$10v = 500 - 65 = 435; v = 43,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$dK = dm \cdot \frac{v^2}{2}$; $\rightarrow \int dK = K = \int dm \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \int dm =$

$= \frac{m v^2}{2} = \frac{2 \cdot 43,5^2}{2} = 43,5^2 = 1892,25 \text{ Дж}$

Ответ: $v = 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $K = 1892,25 \text{ Дж}$

№2 $\alpha = 30^\circ$



1) Пусть u - скорость клина и шайбы в л. наблюдатели на земле

Когда шайба поднимается максимальную высоту, её скорость в л. клина = 0, \Rightarrow в этот момент шайба и клин движутся как единое целое.

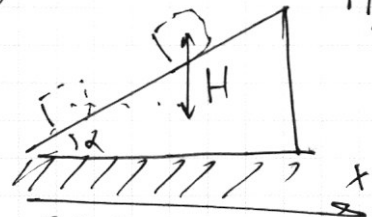
ЗСЭ: $\frac{1}{2} m v_0^2 = m g H + 2m \frac{u^2}{2}; \Rightarrow \int v_0^2 = 2gH + 2u^2$

З.С.П. (Ох): $m v_0 \cos \alpha = 2m u; \int v_0 \cos \alpha = 2u; \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2}; v_0^2 (1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}) = v_0^2 (1 - \frac{3}{8}) = \frac{5}{8} v_0^2 = 2gH; \Rightarrow$

$$\Rightarrow H = \frac{5V_0^2}{8g \cdot 2} = \frac{5 \cdot 2^2}{16 \cdot 10} = \frac{1}{4 \cdot 2} = 0,125 \text{ (м)} = 12,5 \text{ (см)}$$

2)



Пусть скорость шайбы в СД. длинного наблюдателя в момент пересечения точки старта равна V_1^*

V - скорость тельца в этом же момент.

ЗСЭ: $mgH + \cancel{m} \frac{2m u^2}{2} = mV_1^2 \cdot \frac{1}{2} + mV^2 \cdot \frac{1}{2}$

ЗСМ. (0x): ~~...~~ $mV_{1x} = mV; \Rightarrow V_{1x} = V; V_{1x} = V_1 \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_1 \cos \alpha = V$$

$$\begin{cases} gH + u^2 = \frac{1}{2} (V_1^2 + V^2) \\ V_1 \cos \alpha = V \end{cases} \rightarrow 2gH + 2u^2 = V_1^2 (1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}) = V_1^2 (1 + \frac{3}{4}) = \frac{7}{4} V_1^2$$

$$2gH + 2u^2 = V_0^2 = \frac{7}{4} V_1^2; \Rightarrow V_1^2 = \frac{4}{7} V_0^2 = \frac{16}{7} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right); \Rightarrow$$

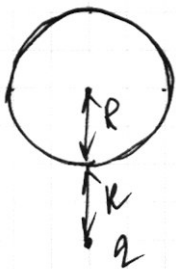
$$\Rightarrow V^2 = V_1^2 \cos^2 \alpha = \frac{16}{7} V_0^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{7} V_0^2 = \frac{12}{7} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right)$$

$$V = \sqrt{\frac{12}{7}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $H = 12,5 \text{ см}; V = \sqrt{\frac{12}{7}} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$

№5

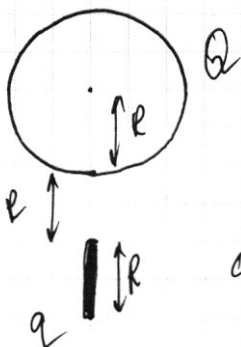
1) $Q > 0; q > 0; \Rightarrow$ шарик и сфера отталкиваются друг от друга



Шарик находится снаружи сферы; $\Rightarrow F_1 = k \cdot Q \cdot q \cdot \frac{1}{(2R)^2}$

$$F_1 = k \frac{Qq}{4R^2}$$

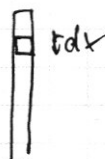
2)



линейная плотность заряда на шершке:
 $\mu = \frac{q}{R}$

Рассмотрим кусочек шершки длиной dx , находящийся на расстоянии r от центра сферы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

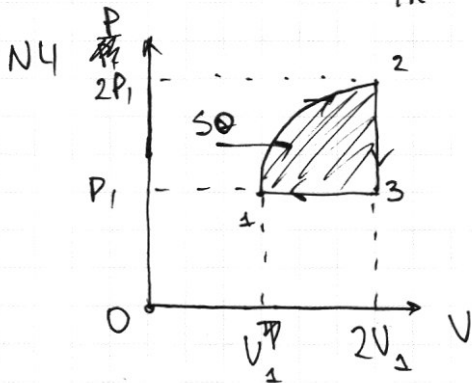


$$dq = \rho dx = \rho \cdot \frac{dx}{R}$$

$$dF = kQ \cdot \frac{dq}{x^2} = kQ\rho \cdot \frac{dx}{x^2 \cdot R} = \underbrace{\frac{kQ\rho}{R}}_{const} \cdot \frac{dx}{x^2}$$

Тогда $F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ\rho}{R} \cdot \frac{dx}{x^2} = \frac{kQ\rho}{R} \cdot \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2} = \frac{kQ\rho}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R} \right) =$
 $= \frac{kQ\rho}{R^2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{kQ\rho}{6R^2}$

Ответ: $F_1 = \frac{kQ\rho}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQ\rho}{6R^2}$



1 → 2 - газ получает энергию

2 → 3; 3 → 1 - газ охлаждается

$$P_1 V_1 = \nu R T_1; P_2 V_2 = \nu R T_2; P_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$P_2 V_2 = 4P_1 V_1 = \nu R T_2; \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$P_3 V_3 = 2P_1 V_1 = \nu R T_3; \rightarrow T_3 = 2T_1$$

$1 \rightarrow 2: Q = A_{12} + \Delta U_1; A_{12} = S_{12}(P, V) = S_0(P, V) + P_1 V_1 \Rightarrow Q = \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{9}{2} + 1 \right) \nu R T_1$
 $\Delta U_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1$
 $S_0(P, V) = \frac{\pi P_1 V_1}{4}; \Rightarrow Q = A_{12} + \Delta U_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 + \frac{9}{2} \nu R T_1 = \nu R T_1 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{9}{2} \right)$

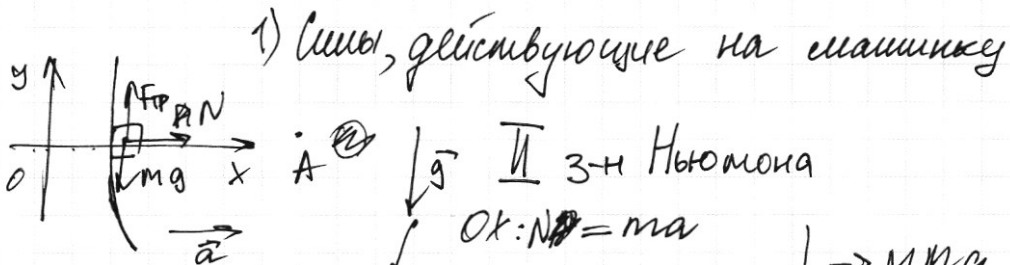
2 → 3; $V = const; \Rightarrow A_{23} = 0$

3 → 1; $P = const$; T уменьшается; $\Rightarrow A_{31} = -P_1 V_1$

$A_{31} = S_0(P, V) = \frac{\pi P_1 V_1}{4}; \Rightarrow \eta = \frac{A_{31}}{Q} = \frac{\frac{\pi \nu R T_1}{4}}{\nu R T_1 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{9}{2} \right)} = \frac{\pi}{\pi + 18}$

Ответ: $Q = \nu R T_1 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{9}{2} \right); \eta = \frac{\pi}{\pi + 18}$

№3



II 3-й Ньютона

$$\begin{cases} O_x: N = ma \\ O_y: mg + F_{тр} = 0; \end{cases} \Rightarrow \mu ma - mg = 0$$

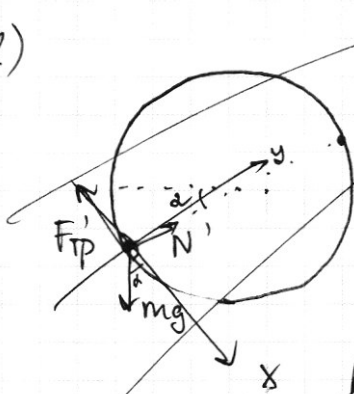
При этом $F_{тр} = \mu N = \mu ma$

$$ma - g = 0; \text{ где } \mu \frac{v_0^2}{R} = g; 0,9 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} = \frac{3 \cdot 3,7^2}{4} = \frac{13,69 \cdot 3}{4} = \frac{41,07}{4} =$$

$$= 10 + \frac{1,07}{4} \approx 10,26 \approx g \text{ (Ну, хорошо, это силы расставлены правильно)}$$

По третьему закону Ньютона $\vec{P} = -\vec{N}; P = N = \frac{mv^2}{R} =$
 $= \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} = \frac{13,69}{3} = 4,56 \text{ (Н)}$

2)



$$\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Пусть машинка движется со скоростью v , тогда центростремительное ускорение:

$$a' = \frac{v^2}{R}$$

IV 3-й Ньютона:

$$\begin{cases} O_x: mg \cos \alpha - F_{тр}' = ma' \\ O_y: N' - mg \sin \alpha = 0; \end{cases}$$

$$F_{тр}' = \mu N = mg \cos \alpha - ma' = \mu mg$$

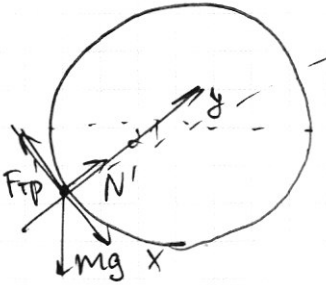
$$O_x: mg \cos \alpha - F_{тр}' = 0; F_{тр}' = mg \cos \alpha = \mu N; N = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} \Rightarrow$$

$$O_y: N' - mg \sin \alpha = ma'$$

$$\Rightarrow mg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right) = ma'; a' = \frac{v^2}{R} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



$$\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Скорость машинки равна v .

Центростремительное ускорение:

$$a' = \frac{v^2}{R}$$

Машинка будет двигаться по такому большому кругу в малом угле, когда в нижней точке своей траектории сила трения $F_{тр}' \geq mg \cos \alpha$

(сила трения не зависит на N , она удерживает машинку на большом круге)

В ~~экстремальном~~ экстремальном угле $F_{тр}' = mg \cos \alpha$
(σ_{min})

По 3-м Ньютоном:

$$\text{OX: } mg \cos \alpha - F_{тр}' = 0; F_{тр} = \mu N' = mg \cos \alpha; N' = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$\text{OY: } N' - mg \sin \alpha = ma'; mg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right) = \frac{mv^2}{R}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = Rg \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} - \sin \alpha \right) = Rg \left(\frac{\sqrt{3}}{0,9 \cdot 2} - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot R \cdot g \left(\frac{\sqrt{3} \cdot 10}{9} - 1 \right) = \frac{1}{2} Rg \frac{\sqrt{300} - \sqrt{81}}{9} = \frac{1}{2} Rg \frac{17,3 - 9}{9} = \frac{8,3 Rg}{18}$$

$$\sigma_{min} = \sqrt{\frac{8,3 Rg}{18}} = \sqrt{\frac{8,3 \cdot 1,2 \cdot 10}{18}} = \sqrt{\frac{8,3 \cdot 2}{3}} = \sqrt{\frac{16,6}{3}} = \sqrt{5 + \frac{1,6}{3}} =$$

$$= \sqrt{5 + 0,53} \approx \frac{2,3}{e}$$

Ответ: $P = 4,56(\text{H})$; $\sigma_{min} = 2,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

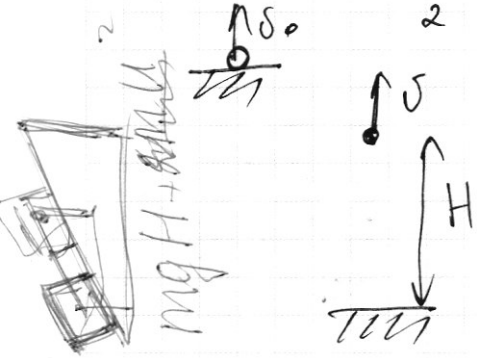
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

NS. \checkmark $m = 2 \text{ кВ}; H = 65 \text{ м}; t = 10 \text{ с}$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH; \rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300}$$



$$0 = H + vt - \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = 65 + 10v - 500$$

$$10v = 435$$

$$v = 43,5$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ -65 \\ \hline 435 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ 435 \\ \times 435 \\ \hline 2175 \\ 17050 \\ \hline 17400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ \times 3,6 \\ \hline 216 \end{array}$$

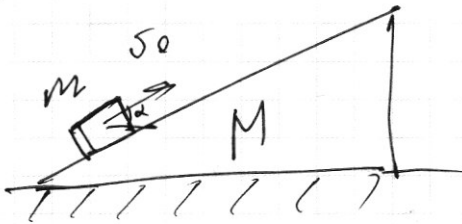
$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ 9 \quad 16 \\ \hline 12,16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,16 \\ \times 3,6 \\ \hline 72,96 \\ 364,8 \\ \hline 43,68 \end{array}$$

$$\frac{dm \cdot v^2}{2} = dk$$

$$\int dk = \int dm \frac{v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \cdot \int dm = \frac{m v^2}{2} = 217,5$$

N2



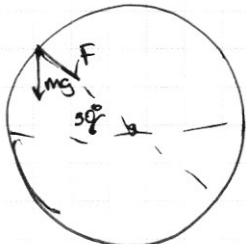
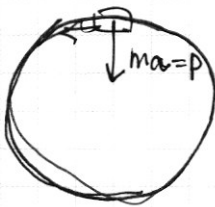
ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{M u^2}{2} + mgH$

ЗСУ: $m v_0 = M u$

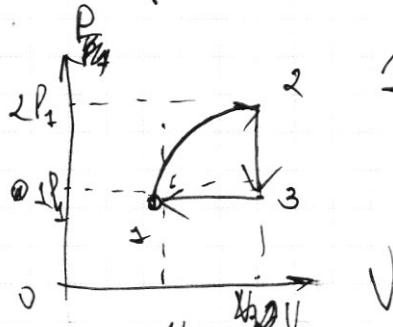
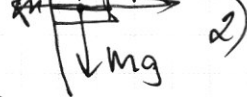
$$\begin{array}{r} 1740 \\ \times 105 \\ \hline 17505 \\ 174000 \\ \hline 181500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times 37 \\ \hline 1639 \end{array}$$

N3.



1) $P = ma; \left(\frac{m v^2}{R} = \frac{10 \cdot 1}{13,69} \right)$



1 \rightarrow 2: $P_1 v_1 = \nu R T_1; 2 P_1 \cdot 2 v_1 = \nu R T_2$

$T_2 = 4 T_1$

2-3; $v = \text{const}$

1) $Q_1 = A_1 + \Delta U_1; \Delta U_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_2; A_1 = \frac{\pi R^2}{4} \cdot \frac{v^2}{4}$

1) $P_1 V_1 = \nu R T_1$; $P_2 V_2 = 4 P_1 V_1 = \nu R T_2$; $P_3 V_3 = 2 P_1 V_1 = \nu R T_3$

1 → 2: $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

2 → 3: $Q_2 = \Delta U_2$ ($W = \text{const}$)

3 → 1: $Q_3 = A_3 - \Delta U_3$ ($P = \text{const}$)

$\int \frac{dr}{r^3(1 + \frac{2dr}{r})}$

$\frac{1}{1+dx} = 1 - dx$

$A_1 = P_1 V_1 + \Delta U_1$; $\Delta U_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

$Q_2 = \Delta U_2 = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2)$

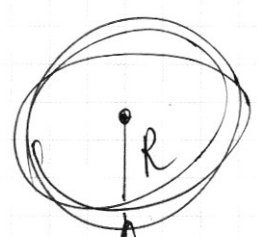
$A_3 = P_1 V_1$; $\Delta U_3 = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3)$

$Q_1 = Q = P_1 V_1 + \frac{\pi P_1 V_1}{4}$

$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{\frac{\pi}{4}}{1 + \frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4 + \pi} \cdot 100\%$

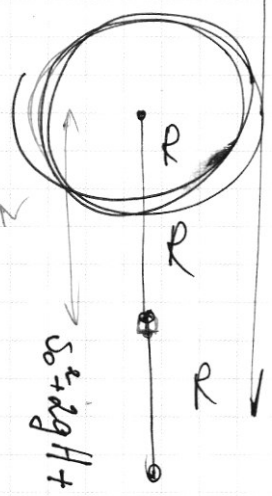
$\int \frac{2c dr}{r^3(1 + \frac{2dr}{r})}$

$\frac{1}{1 + \frac{2dr}{r}} = 1 - \frac{2dr}{r} + \dots$



$F = k \frac{Qq}{(2R)^2}$

$U_0 \cos \alpha = 2U$
 $U_0^2 = \rho g H + 2U^2$



$m U_0^2 = \rho g H + \frac{1}{2} m U^2$
 $m U_0 \cos \alpha = 2mU$

В 00 кинематика Ускорения Кинематика

$\frac{2c \cdot dr}{r^3 + 2c dr} = \frac{2c}{r^2} \cdot \frac{dr}{1 + \frac{2c}{r}}$

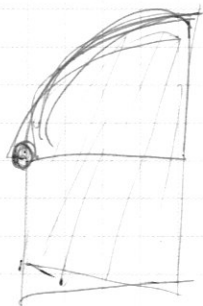
$F = \frac{c}{(r+dr)^2}$
 $dF = \frac{c \cdot 2r dr}{r^2 (r+dr)^2}$

$dF = d \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+dr)^2} \right)$

$\int x = \frac{x^2}{2} + C = \int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_1 V_1 - P_2 V_2 = 4P_1 V_1; P_3 V_3 = 2P_1 V_4$$



$$\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{9}{2} \nu R T_1$$

$$\frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$$



$$\begin{array}{r} 1309 \ 112 \\ - 128 \\ \hline 1429 \end{array} \quad \begin{array}{r} 114 \\ - 11 \\ \hline 103 \end{array} \quad \begin{array}{r} 114 \\ - 11 \\ \hline 103 \end{array} \quad \begin{array}{r} 114 \\ - 11 \\ \hline 103 \end{array}$$

$$\frac{\pi}{4} \nu R T_1 + \frac{9}{2} \nu R T_1$$

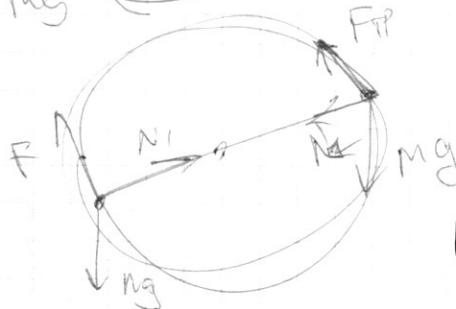
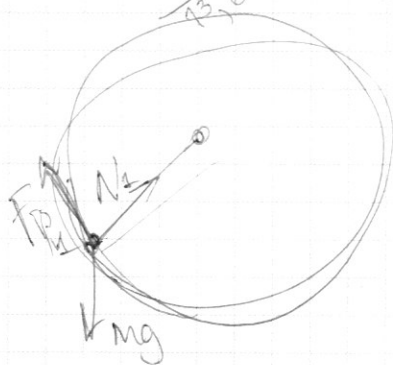
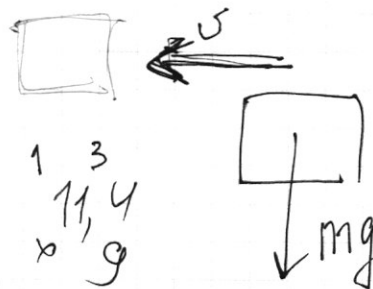
$$P = N = ma = \frac{m v^2}{R}$$

$$F_{ip} + mg = \mu N$$

$$v^2 = \frac{a}{k + 18}$$

$$\frac{237}{37} = \frac{259}{111}$$

$$\frac{111}{13,69}$$



$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 11,4 \\ \hline 102,6 \\ \times 9 \\ \hline 1026 \\ \times 13,69 \\ \hline 41,07 \end{array}$$

$$mg = \mu N = \mu ma$$

$$\mu a = g$$

gr

$$0 = H + \sqrt{t_1} - \frac{gt_1^2}{2}$$

$$0 = H - \sqrt{t_2} - \frac{gt_2^2}{2}$$

43,5

$$\sqrt{t_1} - \frac{gt_1^2}{2} = -\sqrt{t_2} - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$t_1 = 10 + t_2$$

$$\sqrt{10} + \sqrt{t_2} - \frac{g(10+t_2)^2}{2} = -\sqrt{t_2} - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$10\sqrt{g} + 2\sqrt{gt_2}$$

$$H + \sqrt{t_1} - \frac{gt_1^2}{2} = 0, \sqrt{t_1} = \frac{gt_1^2}{2} - H$$

$$H - \sqrt{t_2} - \frac{gt_2^2}{2} = 0; \sqrt{t_2} = H - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$t_1 = t_2 + 10$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{gt_1^2}{2} - H}{H - \frac{gt_2^2}{2}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{gt_1^2 t_2}{2} - H t_2 = H t_1 - \frac{gt_1^2 t_2^2}{2}$$

$$H(t_1 + t_2) = \frac{gt_1 t_2}{2} (t_1 + t_2)$$

$$2H = gt_1 t_2$$

$$130 = t_2^2 + 10t_2$$

$$t_2^2 + 10t_2 - 130 = 0$$

$$\sqrt{D} = 100 +$$

$$-\frac{1}{x} = \left(\frac{1}{x^2}\right)$$