

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

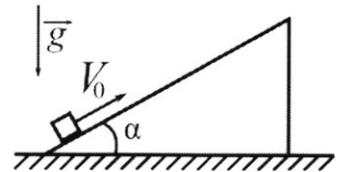
1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

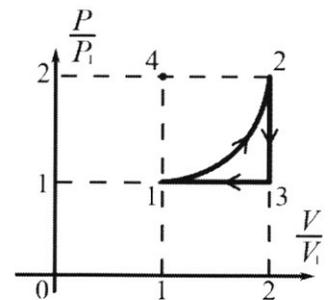
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

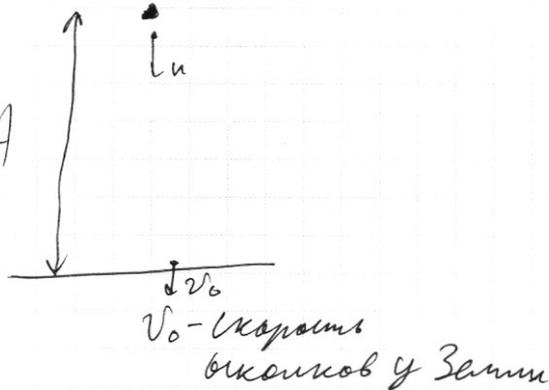
№1

В верхней точке траектории скорости разбивки равна 0, значит осколки летят с одинаковыми скоростями u .

$$K = \frac{\Delta m_1 u^2}{2} + \frac{\Delta m_2 u^2}{2} + \dots + \frac{\Delta m_n u^2}{2} = \frac{m u^2}{2}$$

$$u = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 60 \text{ м/с}$$

$$H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$



Начало отсчёта t будет в момент, когда упадёт первый осколок.

$$H = uT_1 + \frac{gT_1^2}{2}$$

$$5T_1^2 + 60T_1 - 45 = 0$$

$$T_1^2 + 12T_1 - 9 = 0$$

$$T_1 = \frac{-12 + \sqrt{144 + 36}}{2}$$

~~$H =$ время у Земли осколков~~

$$H = \frac{v_0^2 - u^2}{2g}$$

$$v_0^2 = u^2 + 2gH = 3600 + 20 \cdot 45 = 4500$$

$$v_0 = \sqrt{4500} = 100 \cdot 0.5 \text{ м/с}$$

Время t определяется тем, за сколько секунд осколок, летящий вертикально вверх попарно со скоростью u вернётся в точку вырыва

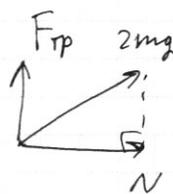
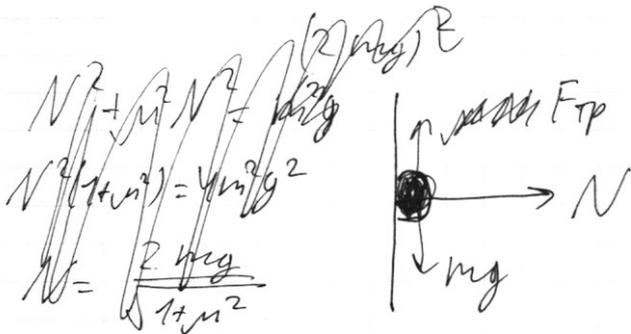
$$v = \frac{2u}{g} = \frac{2 \cdot 60}{10} = 12 \text{ м/с}$$

N 3

T_1 - время падения первого шарика

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g} = 6,75 \text{ с}$$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$
 $T_1 = 6,75 \text{ с}$



Можно геометрия
 равнобедренно, значит
 ускорение при движении
 только центростремительное.

~~$N = ma_y = 2mg$~~

1) $a_y = 2g = 20 \text{ м/с}^2$ $F_{тр} = mg$



Сила, с которой действует масса -
 векторная сумма N и $F_{тр}$

$$m^2 g^2 + N^2 = 4m^2 g^2$$

$$N^2 = 3m^2 g^2 \quad N = \sqrt{3} mg$$

$$N = ma \quad a = \sqrt{3}g = 17,3 \text{ м/с}^2$$

2) $ma_y = N + mg \cos \alpha$

$$N = ma_y - mg \cos \alpha$$

$$a_y = \frac{v_{\min}^2}{R}$$

Вершина
 точка - критическая
 в ней автомобиль
 на автомобильное
 действует сила
 с центробежной
 силой его
 с траектории.

$$mN = mgs \sin \alpha$$

$$m ma_y - m mg \cos \alpha = mgs \sin \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha$$

$$a_y = g \cos \alpha + \frac{g \sin \alpha}{\sqrt{m}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

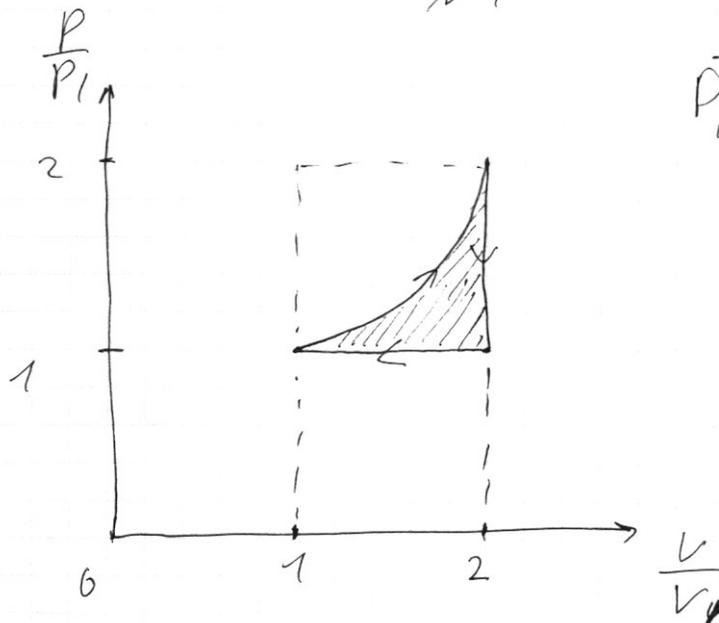
$$\frac{v_{\min}^2}{R} = g \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu} \right)$$

$$v_{\min} = \sqrt{gR \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu} \right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 0,8} \right)} =$$

$$= \sqrt{10\sqrt{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1,6} \right)} = \sqrt{10\sqrt{2} \left(\frac{1,8}{1,6} \right)} = \frac{3\sqrt{45}\sqrt{2}}{2} \text{ м/с} \approx 3,98 \text{ м/с}$$

Ответ: $\alpha = 20^\circ$ $a = 14,1 \text{ м/с}^2$

$$v_{\min} = \frac{3\sqrt{45}\sqrt{2}}{2} \text{ м/с} \approx 3,98 \text{ м/с}$$



$\frac{A}{P_1 V_1}$ — площадь
в цикле

$$\frac{A}{P_1 V_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} (1-1) - \left(\frac{\pi}{4} \cdot 1 \cdot 1 \right) = 1 - \frac{\pi}{4}$$

$$A = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$A_{12} = A +$$

$\frac{A_{12}}{P_1 V_1}$ - мощность под грузом

$$\frac{A_{12}}{P_1 V_1} = \frac{A}{P_1 V_1} + 1.1$$

$$A_{12} = A + P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\sqrt{c}}{4}\right)$$

$$P_2 = 2P_1 \quad V_2 = 2V_1$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2 = 4P_1 V_1$$

$$T_2 = 4T_1$$

$$U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1 = \\ = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

$$Q = A + U = P_1 V_1 \left(2 + \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{c}}{4}\right) = \frac{P_1 V_1}{2} \left(13 - \frac{\sqrt{c}}{2}\right)$$

12 - единичный участок,
где подводят тепло

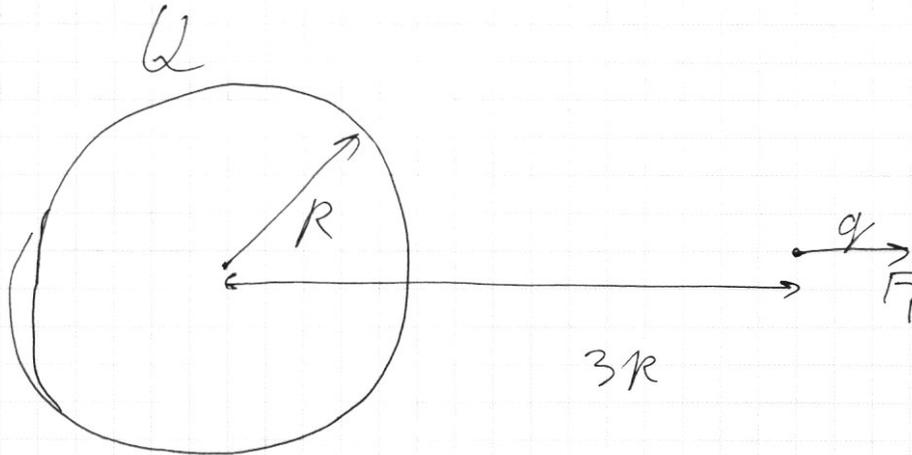
$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{P_1 V_1 \left(2 - \frac{\sqrt{c}}{4}\right)}{\frac{P_1 V_1}{2} \left(13 - \frac{\sqrt{c}}{2}\right)} = 2 \frac{\left(2 - \frac{\sqrt{c}}{4}\right)}{\left(13 - \frac{\sqrt{c}}{2}\right)} = \\ = 2 \frac{2 - \frac{\sqrt{c}}{4}}{13 - \frac{\sqrt{c}}{2}} \approx 3,46\%$$

$$\text{Ответ: } Q = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\sqrt{c}}{4}\right) \quad Q = \frac{P_1 V_1}{2} \left(13 - \frac{\sqrt{c}}{2}\right)$$

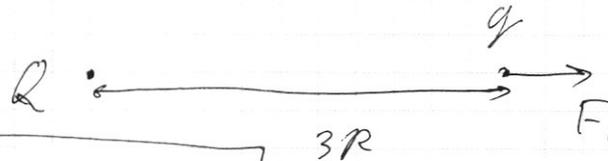
$$\eta = \frac{2 - \frac{\sqrt{c}}{4}}{13 - \frac{\sqrt{c}}{2}} \approx 3,46\%$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

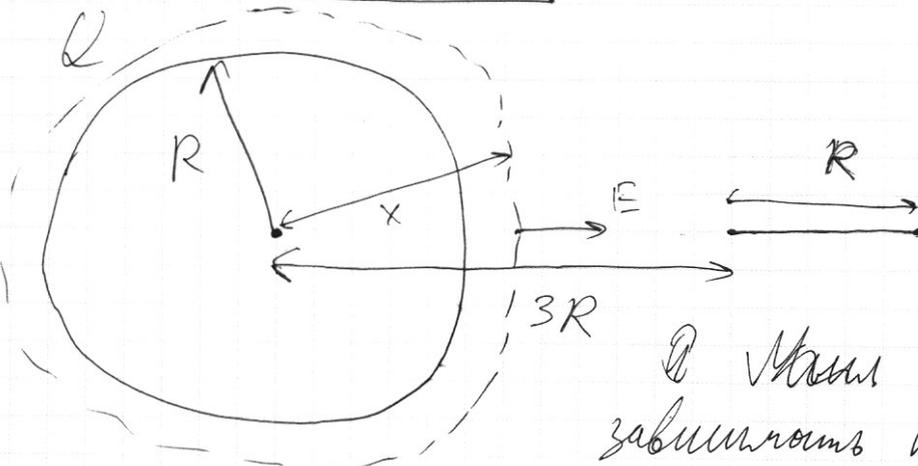
№ 5



q поле вне сферы аналогично полю точечного заряда, в центре сферы. Момент представим это так.



$$F_1 = k \frac{qQ}{9R^2}$$



q Мом Уайдген
зависимость поля от радиус.
 x до центра сферы

То m-е \vec{E} закон

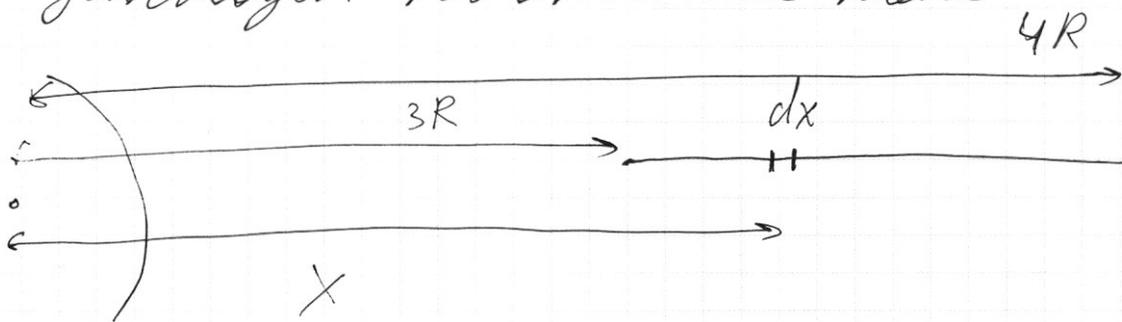
$$E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2} = \frac{kQ}{x^2}$$

λ - линейная плотность заряда

$$\lambda = \frac{q}{R}$$

Мысленно разобьем стержень на элементные точечные заряды, на каждый из которых действует нормальное поле



$$dF = E \cdot dq \quad dq = \lambda dx = \frac{q}{R} dx$$

$$\int dF = \frac{kQ}{x^2} \cdot \frac{q}{R} dx = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{kQq}{R} \cdot \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R^2} \left(\frac{4-3}{12} \right) = \frac{kQq}{12R^2}$$

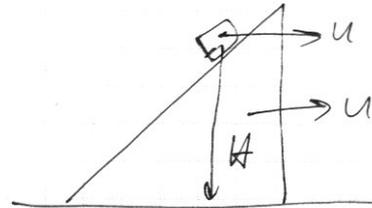
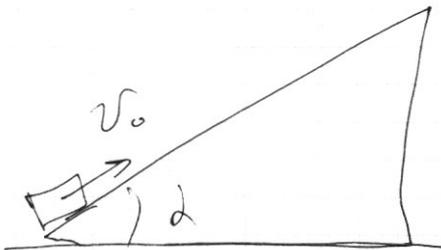
Ответ: $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$

$$\underline{\underline{F_2 = \frac{kQq}{12R^2}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

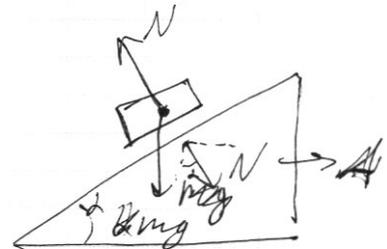
Рассмотрим момент, когда маятник на макс. высоте.



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mu^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}$$

$$M = 2m$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{3mu^2}{2}$$

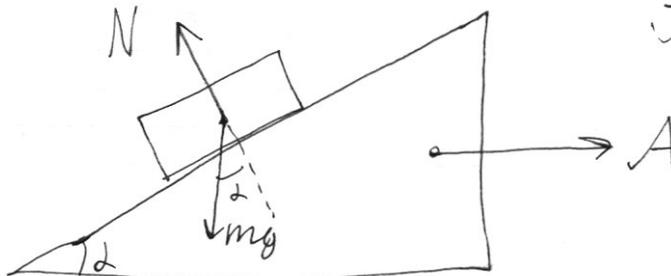


$$N = mg \cos \alpha$$

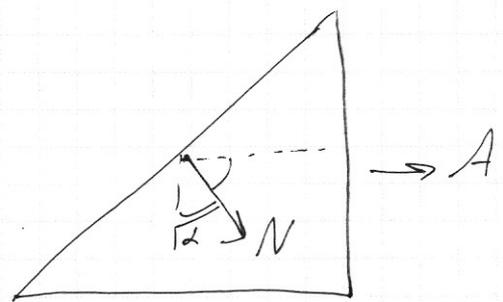
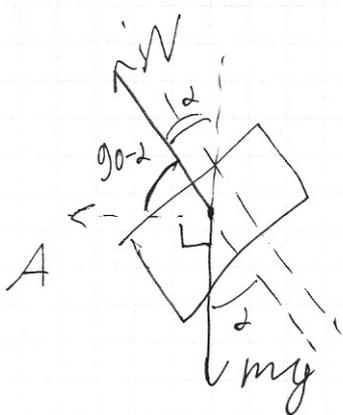
$$MA = N \sin \alpha = mg \cos \alpha \sin \alpha$$

$$A = \frac{mg}{2m} \cos \alpha \sin \alpha = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{2}$$

перейдет в СО
маятника



$\cos \alpha = 0,6$
 $\sin \alpha = 0,8$



~~$m A \sin \alpha = N \cos \alpha$
 $N = \frac{m A}{\sin \alpha}$
 $N \sin \alpha = m A$~~

$N \sin \alpha = m A$
 $N \sin \alpha = 2 m A$

~~$m A \sin \alpha = N \cos \alpha$
 $m A = \frac{N \cos \alpha}{2}$~~

$m A \sin \alpha = N - m g \cos \alpha$

$\frac{N \sin \alpha}{2} = N - m g \cos \alpha$

$N \left(\frac{\sin \alpha}{2} - 1 \right) = - m g \cos \alpha$

$N = \frac{m g \cos \alpha}{1 - \frac{\sin \alpha}{2}} = \frac{2 m g \cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$

$A = \frac{N \sin \alpha}{2 m} = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{2 - \sin \alpha} = \frac{10 \cdot 0,8 \cdot 0,6}{2 - 0,6} = 3,53 \text{ m/s}^2$

$T = \frac{U}{A} = \frac{2 v_0}{g \sin \alpha}$
 $U = \frac{v_0}{g \sin \alpha} \cdot A$

$A = \frac{N \sin \alpha}{2 m} = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{2 - \sin \alpha} \approx 3,53 \text{ m/s}^2$

~~$T = \frac{U}{A} = \frac{2 v_0}{g \sin \alpha}$
 $U = \frac{v_0}{g \sin \alpha} \cdot A$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{3mv_0^2 \cdot \frac{A^2}{g^2 \sin^2 \alpha}}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$$

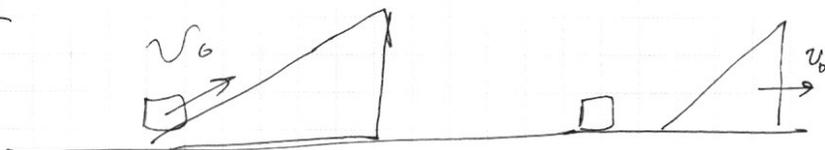
$$\frac{v_0^2}{2} \left(1 - \frac{3A^2}{g^2 \sin^2 \alpha} \right) = gAt$$

$$v_0^2 = \frac{2gAt}{1 - \frac{3A^2}{g^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{3 \cdot 2,53^2}{100 \cdot 0,64}} \approx 9,13$$

$$v_0 \approx 3,02 \text{ м/с}$$

2) Массы одинаковы и деформаций нет, значит, мы можем рассмотреть это как соударение двух тел равной масс. То есть после взаимодействия тело должно остановиться. Верно

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$



Найдём v_0 для случая, когда массы равны

$$mA' = N \sin \alpha$$

$$A' = \frac{N \sin \alpha}{m}$$

$$mA' \sin \alpha = N - mg \cos \alpha$$

$$N \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = mg \cos \alpha \quad A' = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$A = \frac{10 \cdot 0,8 \cdot 0,6}{1 - 0,64} = \frac{4,8}{0,36} = 13,33 \text{ м/с}^2$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh \quad v = \frac{v_0'}{g \sin \alpha} \cdot A'$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{2m v^2}{2}$$

$$v_0'^2 = \frac{2gh}{1 - \frac{2A'^2}{g^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{4}{1 - \dots}$$

1) ~~Определить~~ ~~Кинетическая~~ ~~Энергия~~ ~~Закон сохранения~~ ~~гравитационной~~ ~~Энергии~~ ~~Кинетическая~~
 Машина имеет скорость v_0
 и тормозит с ускорением

1) (Прогарметие)



$$N \sin \alpha = mA$$

$$N \sin 2 = 2mA$$

$$N = \frac{2mA}{\sin 2}$$

$$a = g \sin \alpha - A \cos \alpha =$$

$$= 9,8 - 3,53 \text{ м/с}^2 =$$

$$= 4,47 \text{ м/с}^2$$

$$ma + m A \cos \alpha = m g \sin \alpha$$

$$\frac{v_0}{a} = \frac{4}{A}$$

$$v_0 = 4 \cdot \frac{a}{A} \quad u = \frac{A}{a} \cdot v_0$$

$$mA \sin 2 + N = mg \cos 2$$

$$mA \sin 2 = N - mg \cos 2$$

$$mA \sin 2 = \frac{2mA}{\sin 2} - mg \cos 2$$

$$v_0^2 = \frac{2gh}{1 - \frac{3A^2}{a^2}} = \frac{19,6}{1 - \frac{3 \cdot 4,47^2}{3}}$$

$$A (\sin^2 2 - \sin^2 2) = g \cos 2 \sin 2$$

$$A = \frac{g \cos 2 \sin 2}{2 - \sin^2 2} \approx 3,53 \text{ м/с}^2$$

$$= \frac{4}{1 - \frac{3 \cdot 3,53^2}{4,47^2}} \approx 8$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{4}{1 - \frac{3 \cdot 3,53^2}{4,47^2}}} \approx 2,82 \text{ м/с}$

