

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

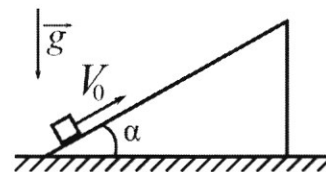
1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

через какое время первый осколок упадет на землю)

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

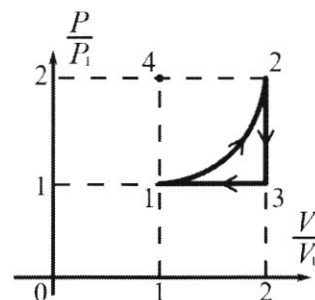
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

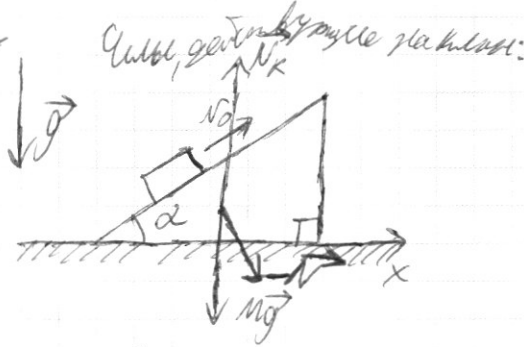
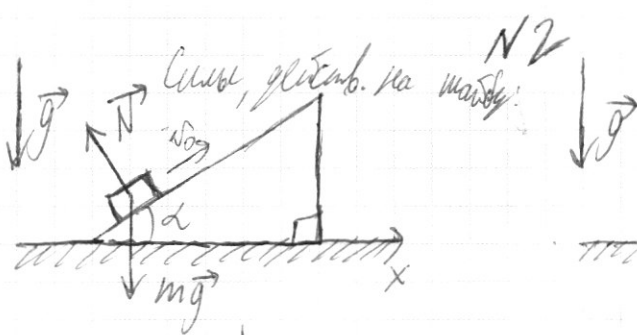
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos \alpha = 0,6$$

$$H = 0,2 \text{ m}$$

$$\frac{M}{m} = 2$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{c}^2}$$

$$V_0 = ?$$

$$V = ? \quad (\cancel{M+m})$$

$$(M=m)$$

m - масса шара

M - масса клина

N - сила реакции клина

N_K - сила реакции горизонтальной поверхности

По III закону Ньютона на клин действует сила $-N$ ^{гор. компонента}
Внешние силы на клин и шар не действуют, так что шар и клин ^{вдоль оси x} \rightarrow ^{сохраняется}

$$mV_0 \cos \alpha = (m+M)V_0 \quad (\text{скорость шара при ударе в момент, когда шар был на высоте H, т.е. 0})$$

V_0 - скорость клина в момент, когда шар ударил в верхней точке

Закон сохранения энергии:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{(m+M)V_0^2}{2} + mgH$$

$$m(V_0^2 - 2gH) = (m+M)V_0^2$$

$$m^2 V_0^2 \cos^2 \alpha = (m+M)^2 V_0^2$$

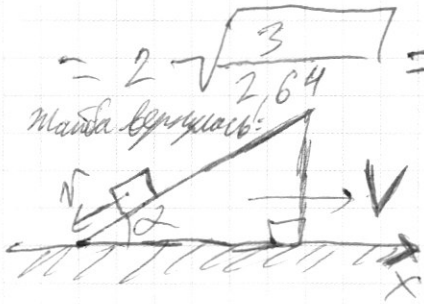
$$2gH(m+M) = V_0^2(m+M - m \cos^2 \alpha)$$

$$m \cos^2 \alpha \cdot \frac{V_0^2}{\sqrt{V_0^2 - 2gH}} =$$

$$= m+M$$

$$V_0 = \sqrt{2gh \cdot \frac{1 + \frac{M}{m}}{1 + \frac{M}{m} - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot \frac{1 + 2}{1 + 2 - 0,36}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{3}{2,64}} = 2 \sqrt{1 + \frac{0,36}{2,64}} \approx 2,2 \frac{m}{c}$$



v - скорость тела по поверхности
 закон сохранения энергии:

$$M V_0 \cos \alpha = M V_0 - m v \cos \alpha$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{M V_0^2}{2} = \frac{M V^2}{2} + \frac{M v^2}{2}$$

~~$$V_0 \cos \alpha = V -$$~~

$$V_0^2 = (V \cos \alpha - v)^2 + v^2$$

$$V_0^2 = \frac{V^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 V v}{\cos \alpha} + \frac{V^2}{\cos^2 \alpha} + v^2$$

$$V \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) = \frac{2 V_0}{\cos \alpha}$$

(Углов $V=0$ это не нам макс что не надо делать на этом)

$$V = \frac{2 V_0 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 1} \approx \frac{2 \cdot 2,2 \cdot 0,96}{0,6^2 + 1} = \frac{4,2144}{1,36} =$$

$$= \frac{2,64}{1,36} \approx 2 \frac{m}{c}$$

Ответ: $V_0 = \sqrt{2gh \frac{1 + \frac{M}{m}}{1 + \frac{M}{m} - \cos^2 \alpha}} \approx 2,2 \frac{m}{c}$, $v = \frac{2 V_0 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 1} \approx 2 \frac{m}{c}$

N1

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Ах}$$

$$U = 10 \text{ В}$$

$$g = 10 \frac{m}{c^2}$$

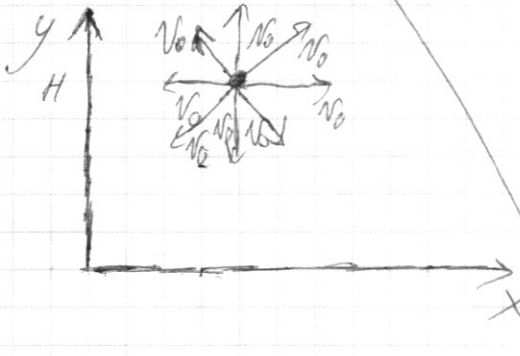
$$H = ?$$

$$t = ?$$

~~Энергия передается сопротивлению, так что
 самая малая кинетическая энергия будет
 сразу после разрыва К. Это, из-за
 того что катушка будет не успевает разогнаться
 и поэтому излучит свою энергию
 через, потому что энергия передается.~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ м}$$



t^* - время, через которое 7-й
этаж будет на высоте
 v_0 - скорость движения
граду на высоте разрыва здания

На время падения на землю
не будем учитывать
скорость, так как для
этого рассматривать только
вертикальные скорости

$$0 = H + v_y t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t = \frac{v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gH}}{g}$$

(не забыть
в формуле
подставить $t > 0$)

За время t камень,
который был направлен
вверх, переместится в землю
несколько сантиметров
Скорость которого направлена
вниз:

Видно, что чем больше
 v_y , тем больше t , и,
соответственно, чем меньше
 v_y , тем меньше t , так

что первым упадет камень,
который был направлен
изначально вниз на землю - вверх

$$-v_0 = -gt + v_0$$

$$t = \frac{2v_0}{g} \quad v_0 = \frac{gt}{2}$$

$$t^* = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = -\frac{t}{2} + \sqrt{\frac{t^2}{4} + T^2}$$

$$t^* = \min(v_y) = t(-v_0)$$

$$= -\frac{10}{2} + \sqrt{\frac{10^2}{4} + 3^2} = -5 + \sqrt{34} \approx 1 \text{ с}$$

ответ: 1) $H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$; 2) $t^* = -\frac{t}{2} + \sqrt{\frac{t^2}{4} + T^2} \approx 1 \text{ с}$

$$\frac{|F_{\text{TP}} + N|}{mg} = 2$$

$$v = \text{const}$$

$$\mu = 0,8$$

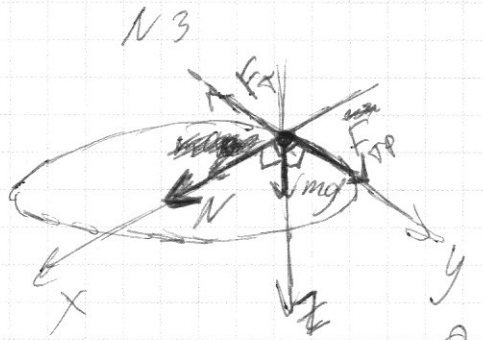
$$R = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = ?$$

$$v_{\text{min}} = ?$$



II ЗН:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{\text{TP}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} =$$

$$= m\vec{a}_x + m\vec{a}_y + m\vec{a}_z$$

Oz: $ma_z = mg$ $a_z = g$

Ox: $N = ma_x = m \frac{v^2}{R}$

Oy: $F_{\text{TP}} - F_g = ma_y$, но $v = \text{const}$, а значит $a_y = 0$

$$F_{\text{TP}} = F_g = \mu N$$

$$|F_{\text{TP}} + N| = \sqrt{F_{\text{TP}}^2 + N^2} = N \sqrt{1 + \mu^2} = m \frac{v^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2}$$

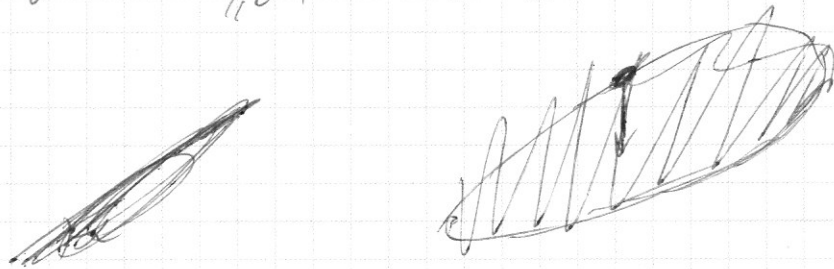
$$a = |\vec{a}_z + \vec{a}_x| = \sqrt{a_z^2 + a_x^2} = \sqrt{g^2 + \frac{v^2}{R^2}} = \sqrt{g^2 + \frac{v^2}{R^2}}$$

$$\frac{|F_{\text{TP}} + N|}{mg} = \frac{\frac{m v^2}{R} \sqrt{1 + \mu^2}}{mg} = \frac{v^2 \sqrt{1 + \mu^2}}{gR} = 2$$

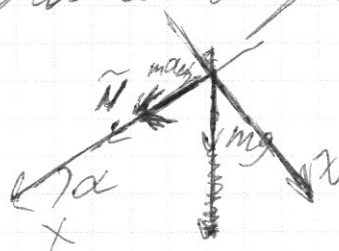
$$v^2 = \frac{2gR}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \frac{4g^2}{1 + \mu^2}} = \sqrt{10^2 + \frac{4 \cdot 10^2}{1 + 0,8^2}}$$

$$= \sqrt{100 + \frac{400}{1,64}} \approx 18 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



Чтобы движение не происходило по прямой, все уравнения, кроме того, чтобы не сворачивать в вершину точки



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{m v^2}{R} = mg \sin \alpha + N$$

Условие минимальности скорости - N в вершине
мысленно равно нулю

$$\frac{m v_{\min}^2}{R} = mg \sin \alpha$$

$$v_{\min} = \sqrt{g R \sin \alpha} = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

N4

p_1, V_1
 $Q = ?$
 $A = ?$
 $\eta = ?$

I закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

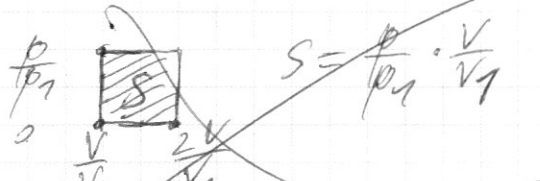
$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$ - так как малюк на 1-2 газы
 это расширение

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \Delta pV = \frac{3}{2} \Delta(pV) \cdot \frac{p_1 V_1}{p_1 V_1} = \frac{3}{2} \Delta \left(\frac{p}{p_1} \cdot \frac{V}{V_1} \right) p_1 V_1 =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 3 p_1 V_1 = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$A_{12} = 2 p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 =$$

$$= p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)$$



$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{9}{2} p_1 V_1 + p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) = p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$A = A_+ + A_- = A_{12} + A_{31}$$

$$A_{31} = -p_1 V_1$$

$$A = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right) - p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{6,5 - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} =$$

$$= \frac{4 - 3,14}{26 - 3,14} = \frac{0,86}{22,86} = \frac{86}{2286} \approx \frac{1}{27} \approx 0,04$$

$$86 \cdot 25 = 1600 + 120 + 400 + 30 = 2150$$

$$86 \cdot 26 = 2150 + 86 = 2236 = 2286 - 50$$

$$86 \cdot 24 = 2236 + 86 = 2286 + 38$$

$$3 \cdot 24 = 60 + 21 = 81$$

Ответ: $Q = p_1 V_1 \left(6,5 - \frac{\pi}{4} \right)$; $A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$; $\eta = \frac{1}{27}$

N5

$Q > 0, R, q > 0, k$
 $F_1 = ?$

Три рассматривая $V > R$ - радиуса
 сферы она будет себя как материаль

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Источники заряда ~~расположены~~ ^{направлены} в центре сферы

$$F_1 = \frac{kQq}{(3R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$$

Пусть x - расстояние от рассматриваемого на сфериче-
 ской поверхности ^{элементарного} элемента до центра

$$\Delta F_{23} = \frac{k\Delta q Q}{x^2}$$
 - по III ЗА сила F_2 равна силе отталкивания

сферы на элемент (но не наоборот) следовательно

по закону КЭД $\Delta q = \frac{q}{R} \Delta x$

$$\Delta F_2 = \frac{kqQ \Delta x}{x^2}$$

$$F_2 = \sum_{3R}^{4R} \frac{kqQ \Delta x}{x^2}$$

Умножив $\Delta x \rightarrow 0$ и получим интеграл

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} \frac{kqQ}{x^2} dx = \frac{kqQ}{R} \cdot \int_{3R}^{4R} \frac{1}{x^2} dx = \frac{kqQ}{R} \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{3R}^{4R} =$$

$$= \frac{kqQ}{12R^2}$$

Итого: $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$; $2) F_2 = \frac{kqQ}{12R^2}$

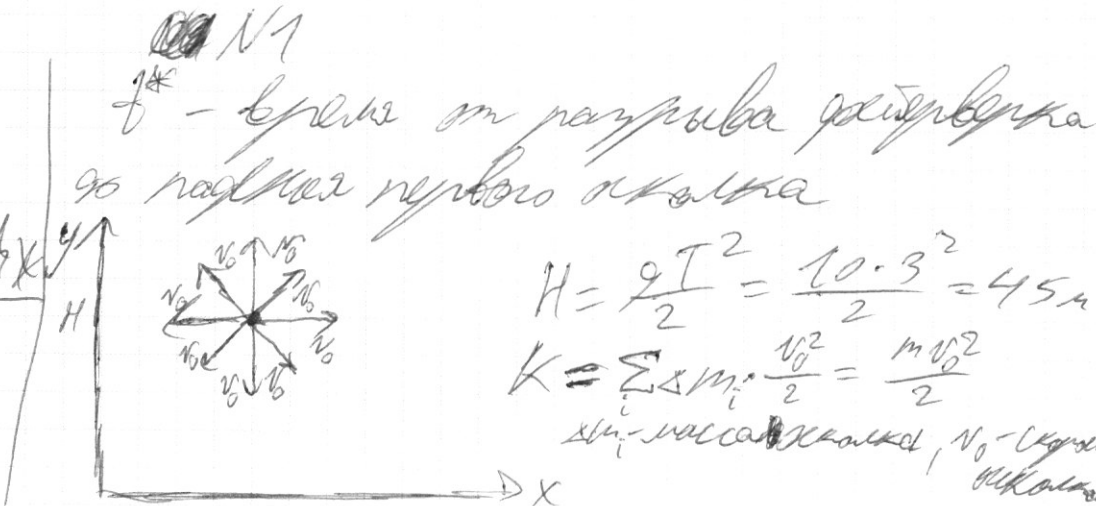
$g = 10 \frac{м}{с^2}$
 $m = 1 кг$

$T = 3 с$

$K = 1800 \frac{А \cdot м}{с}$

$H = ?$

$t^* = ?$



$$H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 м$$

$$K = \sum \Delta m_i \cdot \frac{v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2}$$

Δm_i - масса осколка, v_0 - скорость осколка



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

τ — момент времени

$$y(t) = H + v_y t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y(\tau) = 0 = H + v_y \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\tau_{\text{hit}} = \frac{v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gH}}{g} \quad (\tau < 0 \text{ не рассматриваем})$$

$$t^* = \min_{v_y}(\tau)$$

Видно, что чем меньше v_y , тем меньше τ , так как первая производная от τ по v_y равна нулю. Направление вниз ($v_y = -v_0$)

$$t^* = \tau(-v_0) = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = \frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}}{g}$$

$$= \frac{-\sqrt{\frac{1800 \cdot 2}{7}} + \sqrt{\frac{1800 \cdot 2}{7} + 2 \cdot 10 \cdot 3^2}}{10} = \frac{-60 + \sqrt{4500}}{10}$$

$$= \sqrt{45} - 6 \approx 0,7 \text{ с}$$

$$\text{Объем } H = \frac{g\tau^2}{2} = 45 \text{ м; } t^* = \frac{-\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + g\tau^2}}{g} \approx 0,7 \text{ с}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)