Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

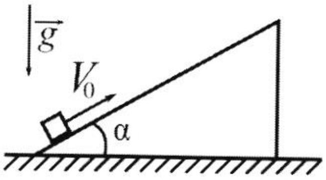
1. Фейерверк массой $m = 1$кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$ м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

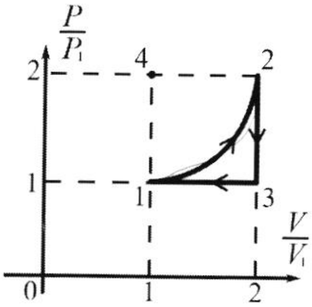
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$m = 1$ кг

$T = 3$ с

$K = 1800$ Дж

$\tau' = 10$ с

1.) $H = ?$

2.) $\tau = ?$

Решение:

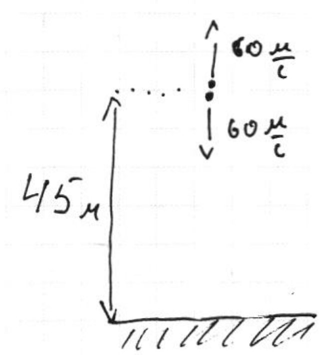
~~$H = \frac{gT^2}{2} = 45$ м~~ $\quad H = \frac{gT^2}{2} = 45$ м

т.к. фейерверк летит вертикально вверх, то скорость его в наивысшей точке равна нулю

$$K = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \dots \frac{m_n v^2}{2} = \sum_i \frac{m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2}\sum_i m_i = \frac{mv^2}{2}$$

где v – скорость каждого осколка

$$K = \frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{3600} = 60\ \frac{м}{с}$$



скорость каждого осколка после взрыва

пусть время t_1 – время за которое после взрыва достигнет землю осколок летящий ровно вниз, а t_2 – время за которое землю достигнет осколок летящий точно вверх. Тогда

$\tau' = t_2 - t_1$

□ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

t_1: $H = \frac{gt_1^2}{2} + t_1 v$

Найдём t_1:

$\frac{g}{2} t_1^2 + t_1 v - H = 0$

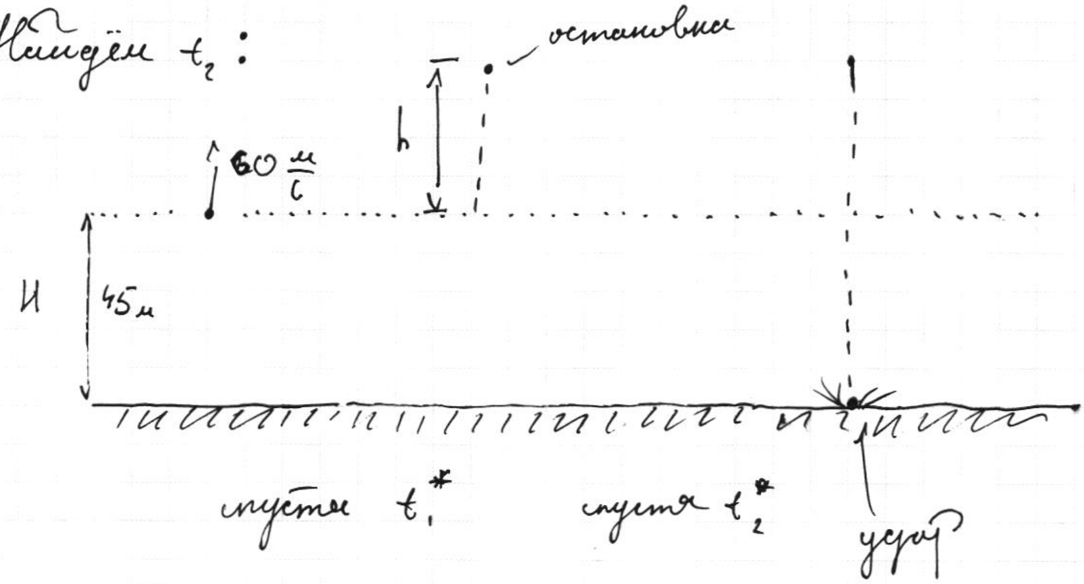
$D = v^2 + 2gH$

$t_1 = \frac{-v - \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$ – не подходит т.к. $t_1 > 0$

$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 900}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{4500}}{10} =$

$= \frac{-60 + 30\sqrt{5}}{10} = \cancel{3\sqrt{5}-1} = 3\sqrt{5} - 6$ с.

Найдём t_2:



$t_2 = t_1^* + t_2^*$

t_1^*: $v - gt_1^* = 0 \Rightarrow t_1^* = \frac{v}{g} = 6$

По ЗСЭ:

$\frac{mv^2}{2} = mgh$

$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{3600}{20} = 180$ м $\qquad t_2^* = \sqrt{\frac{2(h+H)}{g}} = \sqrt{\frac{450}{10}} = 3\sqrt{5}$

$\tau' = t_2 - t_1 = t_1^* + t_2^* - t_1 = 6 + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 = 12$ с

Ответ: 12 с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$\cos\alpha = 0{,}6$

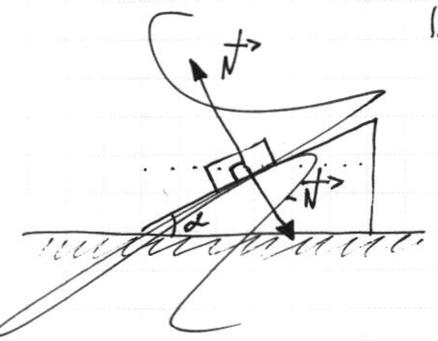
$H = 0{,}2$ м

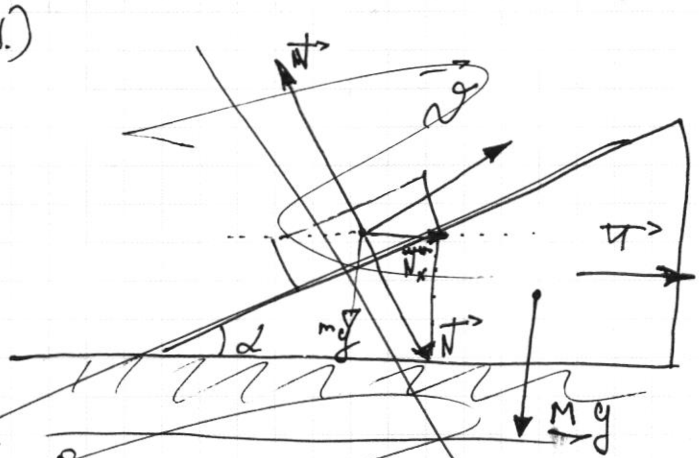
$\vartheta_0 = ?$

$\vartheta_к = ?$

Решение: №2 ~~в произвольный момент~~

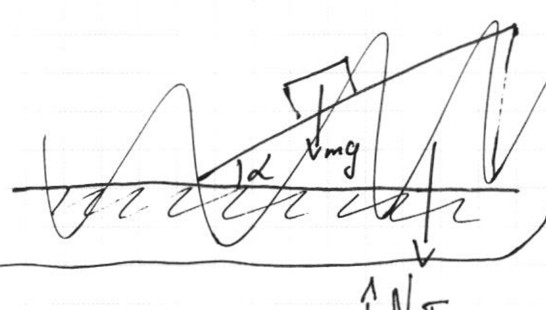
1.)





~~$N_x = N \cdot \sin\alpha$~~

~~мы видим что единственная горизонтальная сила действующая~~



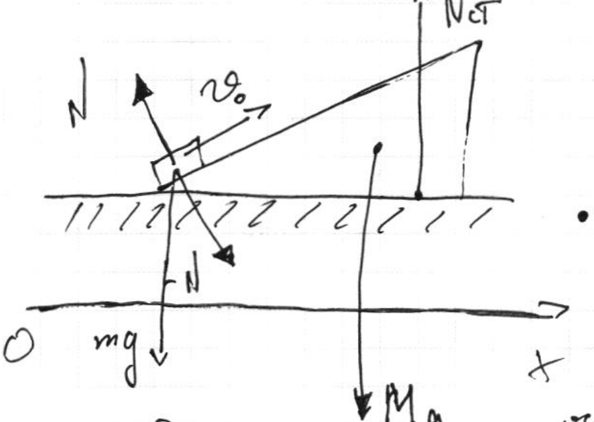


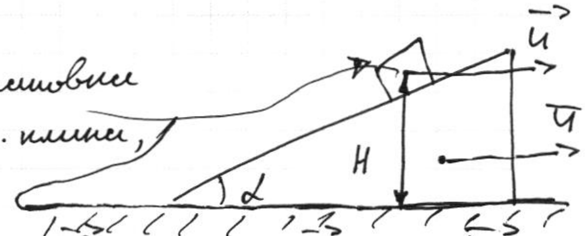
Рис. 1

Исходя из рис. 1 мы видим что внешние горизонтальные силы в системе „клин + шайба" отсутствуют, поэтому

ЗСИ: ox: (от Рис. №1, до Рис. №2)

• $m\vartheta_0 \cdot \cos\alpha = u(m+M)$

остановился отн. клина, то,



$\vec{\vartheta}_{абс} = \vec{\vartheta}_{отн} + \vec{\vartheta}_{пере} \Rightarrow \vartheta_{абс} = u$

Рис. 2

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) теперь можем записать З С Э для системы „шайба + клин"

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{M u^2}{2} + mgH$$

• $m v_0^2 = u^2 (m + M) + 2mgH$

$$\begin{cases} m v_0^2 = u^2(m+M) + 2mgH \\ m v_0 \cdot \cos\alpha = u(m+M) \\ M = 2m \end{cases}$$

$$\begin{cases} m v_0^2 = u^2 \, 3m + 2mgH \\ m v_0 \cos\alpha = u \cdot 3m \end{cases} \quad : m$$

$$\begin{cases} v_0^2 = 3u^2 + 2gH \\ v_0 \cos\alpha = 3u \end{cases} \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos\alpha}{3}$$

$$v_0^2 = 3\,\frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{9} + 2gH$$

$$v_0^2 = \frac{0{,}36}{3} v_0^2 + 2gH$$

$$0{,}88\, v_0^2 = 2gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4}{0{,}88}} = \frac{2}{10}\sqrt{88} =$$

$$= \frac{4}{10}\sqrt{22} = 0{,}4\sqrt{22}\ \frac{м}{с}$$ ~~Ответ: $0{,}4\sqrt{22}$~~

Ответ на 1-ый вопрос: $0{,}4\sqrt{22}\ \frac{м}{с}$

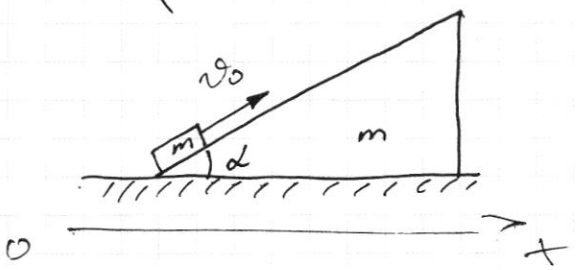
2.) (на следующем месте

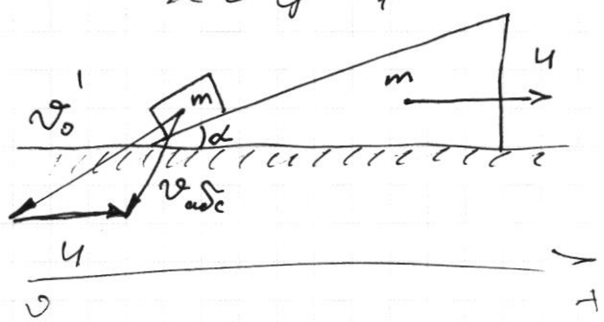
☐ черновик ☒ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.) (ЗСИ и ЗСЭ априори пишутся для системы ~~шайбы~~ "шайба + клин")





ЗСИ: ox: ~~$m v_0 \cos\alpha$~~ =

$$m v_0 \cdot \cos\alpha = mu + M(u - v_0' \cos\alpha)$$

ЗСЭ: $$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{m}{2}\left(|\vec{v}_0' + \vec{u}|\right)^2$$

$$|\vec{v}_0' + \vec{u}| = \sqrt{(v_0'\cos\alpha - u)^2 + v_0'^2\sin^2\alpha}$$

$$mv_0^2 = mu^2 + m(v_0'\cos\alpha - u)^2 + m v_0^2\sin^2\alpha$$

$$\begin{cases} v_0^2 = u^2 + (v_0'\cos\alpha - u)^2 + v_0^2\sin^2\alpha \\ v_0\cos\alpha = u + u - v_0'\cos\alpha \end{cases}$$

~~$v_0^2 + v_0\cos\alpha = u^2 + 2u$~~

$$(v_0'\cos\alpha - u)^2 = (u - v_0\cos\alpha)^2$$

$$\cancel{v_0^2} = u^2 + u^2 - 2uv_0\cos\alpha + v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha - v_0^2 = 0$$

$$2u^2 - 2v_0\cos\alpha\, u + v_0^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) - v_0^2 = 0$$

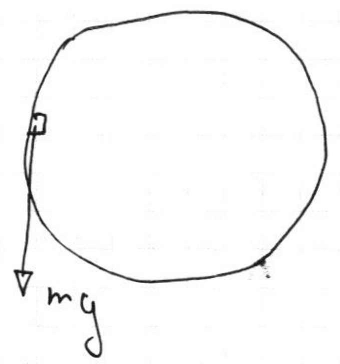
$2u^{\cancel{2}} = 2v_0\cos\alpha$ при $u \neq 0$

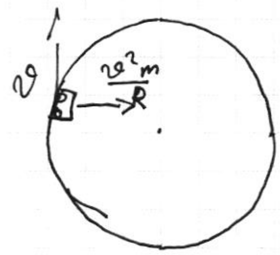
$u = v_0\cos\alpha$!!!!!!

$u = 0{,}6\, v_0$ Ответ на 2-ой вопрос: $0{,}6\, v_0$

№ 3

1.) $a = ?$ вид сбоку: вид сверху:



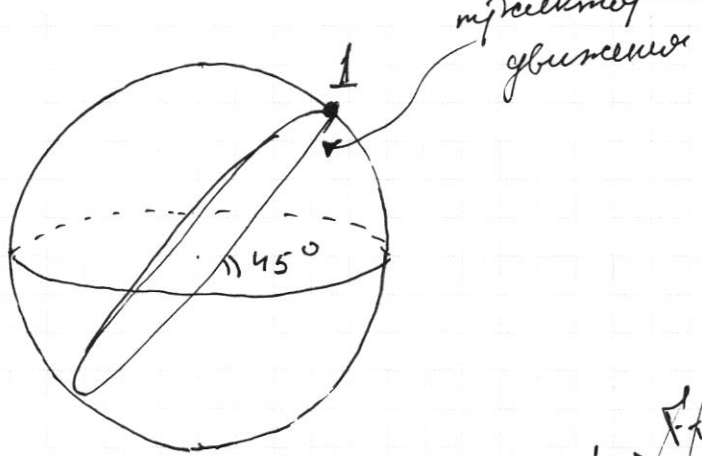


$F_ц = 2F_т$ $\frac{v^2 \cancel{m}}{R} = 2\cancel{m}g$ $\frac{v^2}{R} = 2g = 20\frac{м}{с^2}$

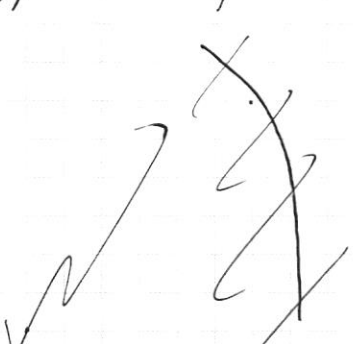
Ответ на 1-ый вопрос: $2g$ или $20\frac{м}{с^2}$

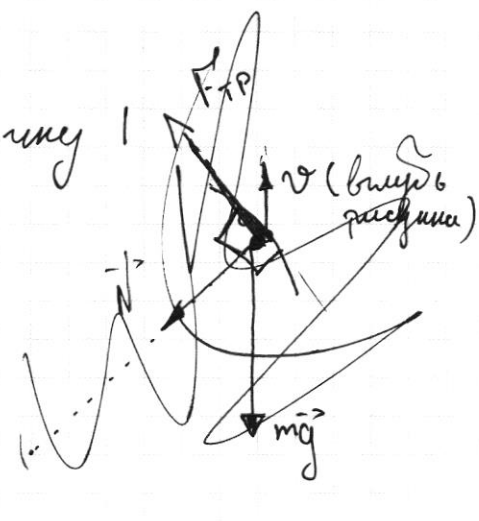
2.) Дано:
$\alpha = 45^\circ$
$\mu = 0,8$
$R = 1м$
$g = 10$
$v_{min} = ?$

Решение.



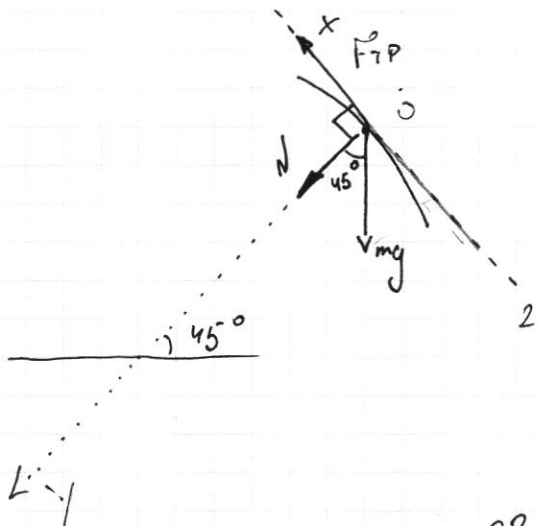
Более подробно рассмотрим точку 1





(на следующем месте)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} = \vec{N}$

т.к $N \perp OX$, то

2ЗН OX: $mg \cdot \overset{\cos}{\cancel{\sin}} 45 = F_{тр}$

но, $F_{тр} \leq N \cdot \mu$

2ЗН OY: $mg \cdot \sin 45^\circ = N$

$N = \frac{m v_{min}^2}{R}$

$mg \cos 45^\circ \leq \frac{m v_{min}^2}{R} \mu$

$mg \sin 45^\circ = \frac{m v_{min}^2}{R}$

$g \sin 45^\circ = \frac{v_{min}^2}{R}$

$v_{min} = \sqrt{g \cdot \sin 45^\circ \cdot R} = \frac{\sqrt{2}}{2} 10 = 5\sqrt{2}$

Ответ

на 2-ой вопрос: $5\sqrt{2}$

№4

(на обратной стороне)

№4 Дано:
$\nu = 1$
$i = 3$

$A = ?$
$\eta = ?$
$Q_{(1-2)} = ?$

Решение! Закон Менделеева - Клапейрона

1.) $PV = \nu RT$

$T = \frac{PV}{\nu R}$

$T_{(2)} - T_{(1)} = \cancel{\frac{1}{\nu R}} = \frac{1}{\nu R}\left(P_{(2)} \cdot V_{(2)} - P_{(1)} \cdot V_{(1)}\right) =$

$= \frac{1}{\nu R}\left(4 P_{(1)} V_{(1)} - P_{(1)} V_{(1)}\right) = \frac{3 \cdot P_1 V_1}{R}$ т.к. $\nu = 1$

$\cancel{Q = \Delta U = \frac{3}{2}k(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}k\left(\frac{3P_1V_1}{R}\right) =}$

$\cancel{= \frac{4{,}5\, P_1 V_1}{N_A}}$

$N = N_A$ т.к. $\nu = 1$

$Q = \Delta U = \frac{3}{2} k N \Delta T = \frac{3}{2} R \Delta T =$

$= \frac{3}{2} R\, 3 \frac{P_1 V_1}{R} = 4{,}5\, P_1 V_1 \cancel{R} = 4{,}5\, P_1 V_1$

Ответ на 1-ый вопрос: $Q = 4{,}5\, P_1 V_1$

2.) $A = S$ (внутри ~~под~~ графика ~~графиком~~ цикла) - "без знака -", т.к. цикл идёт по часовой стрелке

$S = V_1 P_1 - \frac{1}{4}\pi P_1 V_1 = P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

$A = V_1 P_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ ~~Ответ: $A = V_1 P_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$~~

Ответ на 2-ой вопрос: $P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.) $\eta = \frac{S'(\text{внутри графика})}{S'(1-2)} = \frac{P_1V_1(1-\frac{\pi}{4})}{P_1V_1(1-\frac{\pi}{4})+P_1V_1} =$

$= \cancel{\frac{P_1V_1(1-\frac{\pi}{4})}{P_1V_1(2-\frac{\pi}{4})} = \frac{3\pi}{4} : \frac{7\pi}{8} = \frac{3\pi\cdot 8}{4\cdot 7\pi} = \frac{6}{7}}$

$= \frac{\cancel{P_1V_1}\left(\frac{4-\pi}{4}\right)}{\cancel{P_1V_1}\left(\frac{8-\pi}{4}\right)} = \frac{4-\pi}{4} : \frac{8-\pi}{4} = \frac{(4-\pi)\cancel{4}}{\cancel{4}(8-\pi)} = \frac{4-\pi}{8-\pi}$

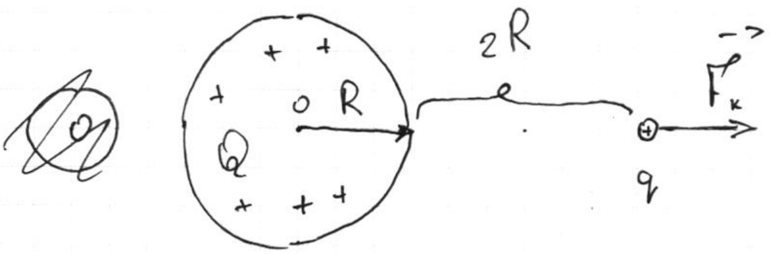
Ответ на 3-ий вопрос: $\frac{4-\pi}{8-\pi}$

№5

1.)

Дано:
$Q > 0$
R
$q > 0$

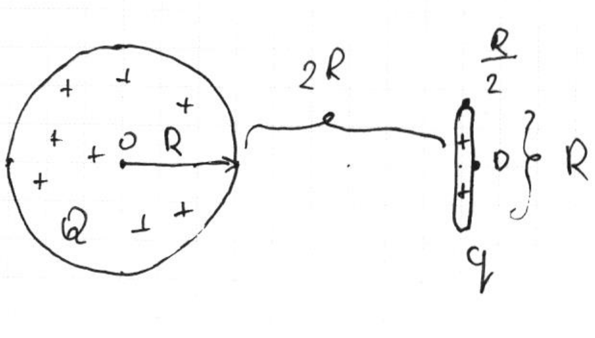
$F_1 - ?$



$|\vec{F}_к| = k\frac{Q\cdot q}{9R^2}$

Ответ на 1-ый вопрос: $\frac{kQq}{9R^2}$

2.)



Разобьём стержень на множество маленьких фрагментов dx имеющих заряды ~~dq~~ dq

$$F = \frac{kQ\,dq_1}{l_1^2} + k\frac{Q\,dq_2}{l_2^2} \dots \frac{kQ\,dq_n}{l_n^2}$$ – где l – расстояние от фрагмента до точки О

~~$F = kQq$~~ ~~$F = kQq\int \frac{1}{}$~~

~~$F = kQq\sum \frac{1}{l_i^2}$~~

$$F = kQ\sum_i \frac{q_i}{l_i^2}$$

в силу симетрии будем интегрировать от 0, до $\frac{R}{2}$, а полученный ответ умножим на 2

$$F = 2kQ\frac{q}{2}\int_0^{0,5R} \frac{1}{9R^2 + x^2}\,dx = kQq\int_0^{0.5R} \frac{1}{9R^2+x^2}\,dx =$$

=