

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

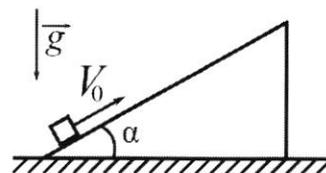
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

- 1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк? *Через какое время первый осколок*
  - 2) ~~В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?~~ *впадет на землю.*
- Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

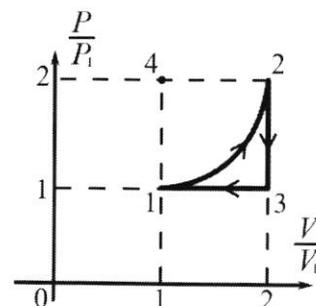
- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.
- 2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение  $a$  модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

- 1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.
- 3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



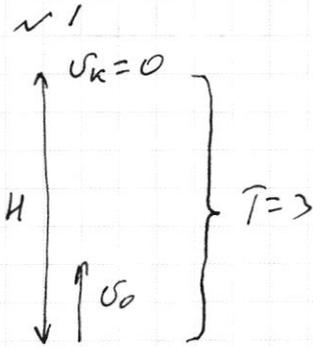
5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

- 1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

- 2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Конечная скорость  $v_k = 0$ , т.к. это  
высшая точка траектории.

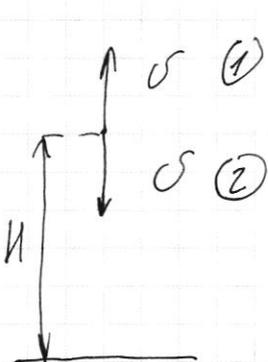
Т.к.  $v_k = 0$ :

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$$

$$H = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м.}$$

$$E = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \Sigma E = \Sigma \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_0 = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2E}{m_0}} = v = \sqrt{3600} = 60$$



$$\tau = \frac{t_2}{t_1} = t_1 - t_2$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} -H = vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} & (1) \\ \textcircled{2} -H = -vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} & (2) \end{cases}$$

①: решим кв. ур. относ.  $t_1$

$$t_1^2 \frac{g}{2} - vt_1 - H = 0$$

$$D = 144 + 9 \cdot 4 = 180 = (2\sqrt{45})^2$$

$$5t_1^2 - 60t_1 - 45 = 0$$

$$t_1 = \frac{12 + 2\sqrt{45}}{2} = 6 + \sqrt{45}$$

$$t_1^2 - 12t_1 - 9 = 0$$

$$t_1 = 6 - \sqrt{45} < 0 \text{ (не физ.)}$$

②: решим кв. ур. отн.  $t_2$

$$t_2^2 + 12t_2 - 9 = 0$$

$$D = (2\sqrt{45})^2$$

$$t_2 = -6 + \sqrt{45}$$

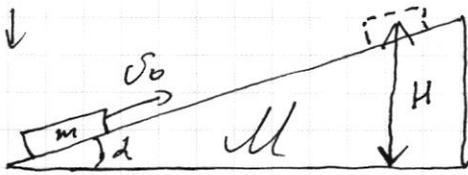
$$t_2 = -6 - \sqrt{45} < 0 \text{ - не физ.}$$

Ответ: 1) 45 м

2)  $\sqrt{45} - 6 \approx 0,8 \text{ с}$

~ 2

9 ↓



1) ЗСЭ:  $\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{m v_m^2}{2}$

ЗСМ:  $m \vec{v}_0 = m \vec{v}_m + M \vec{v}_M + F_T \Delta t$

Т.к. в проекции  $Ox$  суммарные силы нуль, рассмотрим ее:

$$\begin{cases} Ox: m v_0 \cos \alpha = 0 + 2m v_m & (1) \\ \frac{m v_0^2}{2} = mgh + m v_m^2 & (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} (2) &\Rightarrow v_0^2 = 2gh + 2v_m^2 \\ (1) &\Rightarrow v_0 \cos \alpha = 2v_m \Rightarrow v_m = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 2gh + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} \Rightarrow v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}\right) = 2gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 9,8}{1 - \frac{0,36}{2}}} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{1 - 0,18}} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{0,82}}$$

$$\approx \frac{\sqrt{40}}{0,9} = \sqrt{\frac{40}{0,82}} = \sqrt{\frac{400}{82}} \approx \sqrt{5}$$

2) ЗСЭ:  $\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{m v_m^2}{2}$

ЗСМ:  $m \vec{v}_0 = m \vec{v}_m + M \vec{v}_M + F_T \Delta t$

Аналогично 1) рассм. проекцию на  $Ox$

$$\begin{cases} Ox: m v_0 \cos \alpha = -m v_0 \cos \alpha + 2m v_m & (1) \\ ЗСЭ: v_0^2 = 2gh + v_m^2 & (2) \end{cases}$$

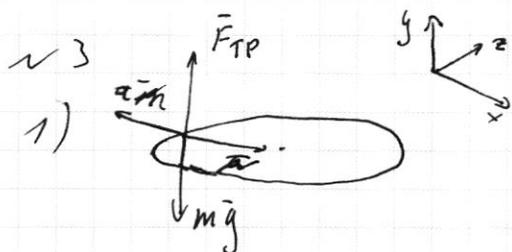
$$(1) \Rightarrow 2v_0 \cos \alpha = 2v_m \Rightarrow v_0^2 = \frac{v_m^2}{4 \cos^2 \alpha} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{v_m^2}{4 \cos^2 \alpha} - v_m^2 = 2gh \Rightarrow v_m^2 \left(\frac{1}{4 \cos^2 \alpha} - 1\right) = \frac{2 \cdot 10 \cdot 9,8}{\frac{1}{4 \cdot 0,36} - 1} =$$

$$= \frac{40}{\dots} \dots v_m = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{4 \cos^2 \alpha} - 1}}$$

Ответ: 1)  $\sqrt{5}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



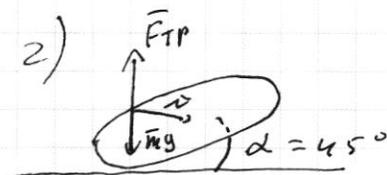
$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = 0$$

$$\begin{cases} O_x: N = ma \neq \frac{mv^2}{R} \\ O_y: F_{тр} = mg \end{cases}$$

~~$$F_{тр} = \mu N = mg$$~~

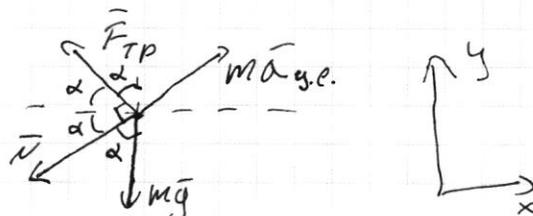
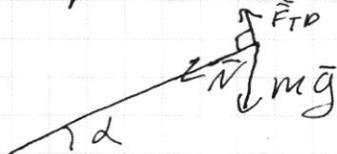
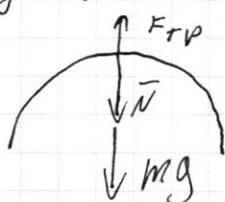
$$N = 2mg \text{ (по условию)}$$

$$ma = N = 2mg \Rightarrow a = 2g = 20 \text{ м/с}^2$$



$$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$$

Рассмотрим случай, когда тело находится на вершине края кольца.



Рассм. проекцию  $O_y$ :

$$O_y: F_{тр} \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow F_{тр} \cos \alpha = mg$$

$$\mu N \cos \alpha = mg$$

$$\mu ma \cos \alpha = mg$$

$$a = \frac{g}{\mu \cos \alpha}$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g}{\mu \cos \alpha} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{\mu \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{0,8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 \sqrt{2}}{0,8}} = \sqrt{\frac{100 \sqrt{2}}{8}} = \sqrt{12,5 \sqrt{2}} = 5$$

Ответ: 1)  $2g = 20 \text{ м/с}^2$     2)  $\sqrt{12,5 \sqrt{2}} \text{ м/с}$

~4

2)  $A$  — площадь под графиком функции:

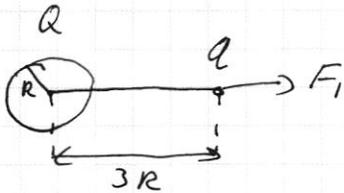
$$S = A = P_1 V_1 - \frac{\pi V_1^2}{4} = V_1 \left( P_1 - \frac{\pi V_1}{4} \right).$$

Ответ: 2)  $V_1 \left( P_1 - \frac{\pi V_1}{4} \right)$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

1)

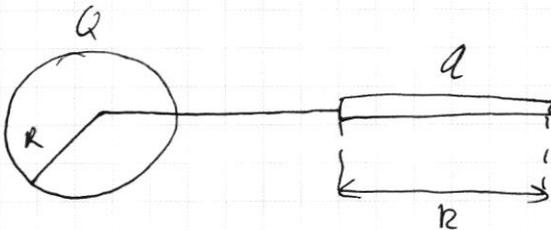


Т.к.  $q$  шарушки сферы, то  $Q$  - точ. заряд

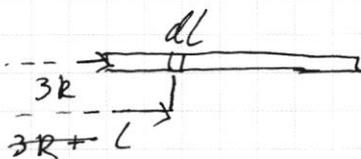
$$F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$$

Т.к. заряды одноименные  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow F_1$  - сила отталкивания.

2)



Пусть  $\rho = \frac{q}{R}$



$$dF = k \frac{\rho dl Q}{l^2} = \frac{kqQ}{Rl^2} dl$$

$$\int dF = \int \frac{kqQ}{Rl^2} dl$$

$$F = \int_{3R}^{4R} \frac{kqQ}{Rl^2} dl = \frac{kqQ}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{1}{l^2} dl =$$

$$= \frac{kqQ}{R} \left( -\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right)$$

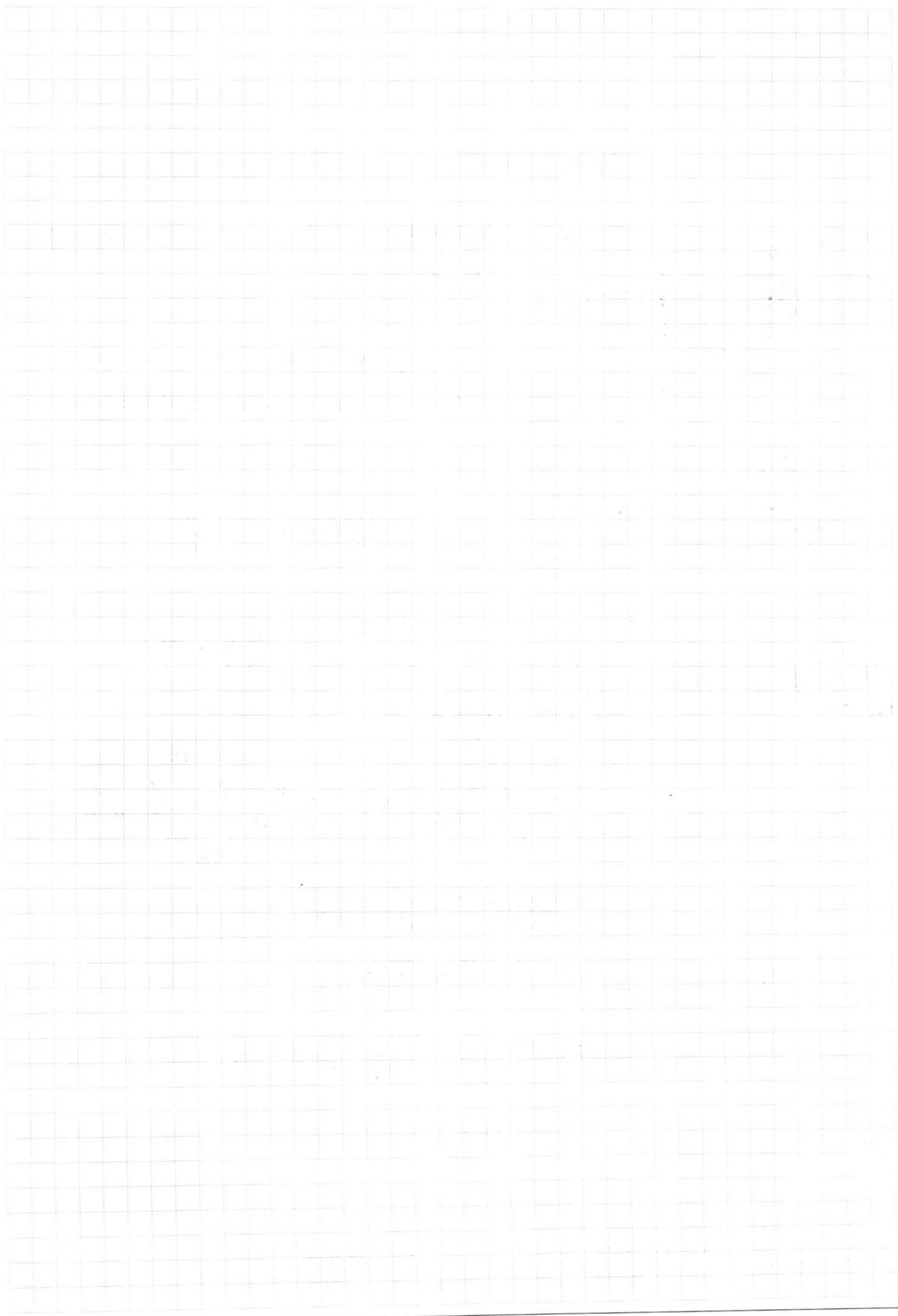
$$F = \frac{kqQ}{R} \cdot \left( -\frac{1}{l} \right) \Big|_{3R}^{4R}$$

$$F = \frac{kqQ}{R} \left( -\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) = \frac{kqQ}{R^2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \frac{kqQ}{R^2}$$

Ответ: 1)  $k \frac{Qq}{9R^2}$

2)  $\frac{1}{12} \frac{kqQ}{R^2}$



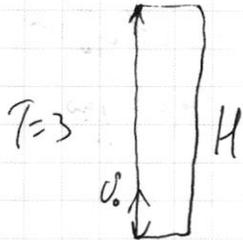
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

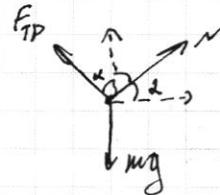
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

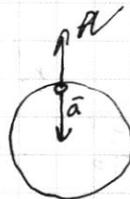
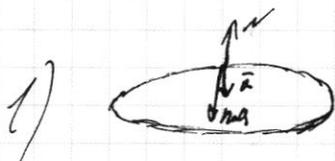
$$H = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow \frac{0,10}{2} = 45 \text{ м}$$



$$\frac{100}{36} \cdot 2 = 250 \frac{36}{10,4}$$



№3 +



$$y = N \cos \alpha + F_{TP} \cos \alpha - mg = 0$$

$$N = 2mg$$

$$ma = 2mg$$

$$a = 2g$$

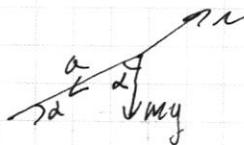


$$\mu = 0,8 \quad R = 1 \text{ м} \quad g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$mg = F_{TP} = \mu N = \mu ma = \mu m \frac{v^2}{R}$$

$$mg = \mu m \frac{v^2}{R}$$

$$g = \mu \frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{gR}{\mu} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{\mu}}$$



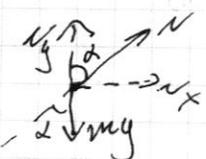
$$N = \mu mg = \mu m \frac{v^2}{R}$$

$$a \cos \alpha (1 + \mu) = g$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g}{\cos \alpha (1 + \mu)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{\cos \alpha (1 + \mu)}}$$

~~$$mg + \mu mg$$~~

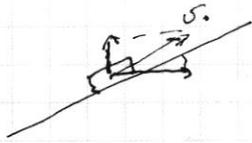
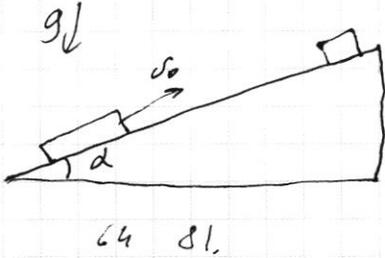
$$\mu a \cos \alpha + \mu m a \cos \alpha = mg$$



$$\vec{F}_{TP} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

$$\sum E_{kin} \vec{v}^2 = E_0 = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}$$

~2



$$\frac{v^2 m}{2} \neq mgh \Rightarrow v \neq \sqrt{2gh}$$

$$\begin{cases} \frac{m v^2}{2} = mgh + \frac{M v^2}{2} \\ m \vec{v}_0 = m \vec{v}_m + M \vec{v}_u \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 82} \\ 328 \overline{) 498} \\ \underline{720} \end{array}$$

$$O_x: m v_0 \cos \alpha = m v_m \cos \alpha + M v_u$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$\cos \alpha = 0,6$$

$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 400} \\ 170 \end{array}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3600} = \\ 60 \end{array}$$

$$\frac{m v^2}{2} = mgh + \frac{M v^2}{2}$$

$$H = 45 \text{ m}$$

$$\frac{M v^2}{2} = mgh + m v_u^2$$

$$\begin{array}{r} 7600 \overline{) 25} \\ 25 \overline{) 110} \\ \underline{100} \\ 100 \end{array}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + v_u^2$$

$$v_0^2 = 2gh + v_u^2$$

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 45} \\ 160 \end{array}$$

$$O_x: m v_0 \cos \alpha = 0 + M v_u$$

$$v_0 = \frac{2M v_u}{m \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 100}{\cos \alpha} \Rightarrow v_u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh + v_u^2} = \sqrt{2gh + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}} = v +$$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} = 2gh$$

$$v_0^2 = \frac{2hg}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}} = \frac{4}{1 - 0,36} = \frac{4 \cdot 100}{91} = \frac{400}{91} \approx 4,55$$

$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 101} \\ 364 \overline{) 455} \\ \underline{260} \\ 255 \end{array}$$

$$\sqrt{455}$$

$$x = t_2 - t_1$$

$$\frac{36}{100} \cdot x = \frac{36}{25} =$$

$$x = 10$$

3 ↓

$$\begin{array}{r} v_0 \\ -h \\ \hline t_2^2 = \frac{12 + \sqrt{180}}{2} \\ = 6 + \sqrt{45} \end{array}$$

$$-H = v_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$$

$$5t_2^2 - 60t_2 - 45 = 0 \quad | \quad t_2^2 - 12t - 9 = 0$$

$$-H = -v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

$$5t_1^2 + 60t_1 - 45 = 0 \quad | \quad -6 + \sqrt{45}$$

$$x = 12 \text{ c.}$$

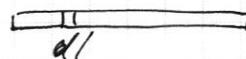
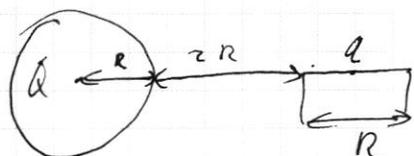
$$H = \frac{g t^2}{2}$$

$$6 + \sqrt{45} + 6 - \sqrt{45}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$F_1 = k \frac{q q}{r R^2}$$

$$\rho = \frac{q}{L_0}$$



$$dF = \frac{\rho dl q}{(2R + L)^2} k$$

$$\int x^2 = \frac{x^3}{3}$$

$$dF = k \frac{\rho q}{(2R + L)^2} dl$$

$$\int x^h = \frac{x^{h+1}}{h+1}$$

$$F = \int_0^R k \frac{\rho q}{(2R + L)^2} dl$$

$$\int x^{-2} = -\frac{1}{2x}$$

$$F = \int_{2R}^{2R+R} k \frac{\rho q}{L^2} dl$$

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = (-x^{-1})' = -(-1)x^{-2}$$

$$\int_1^2 F = x^{-2} \Big|_1^2 = x^{-2}(2) - x^{-2}(1)$$

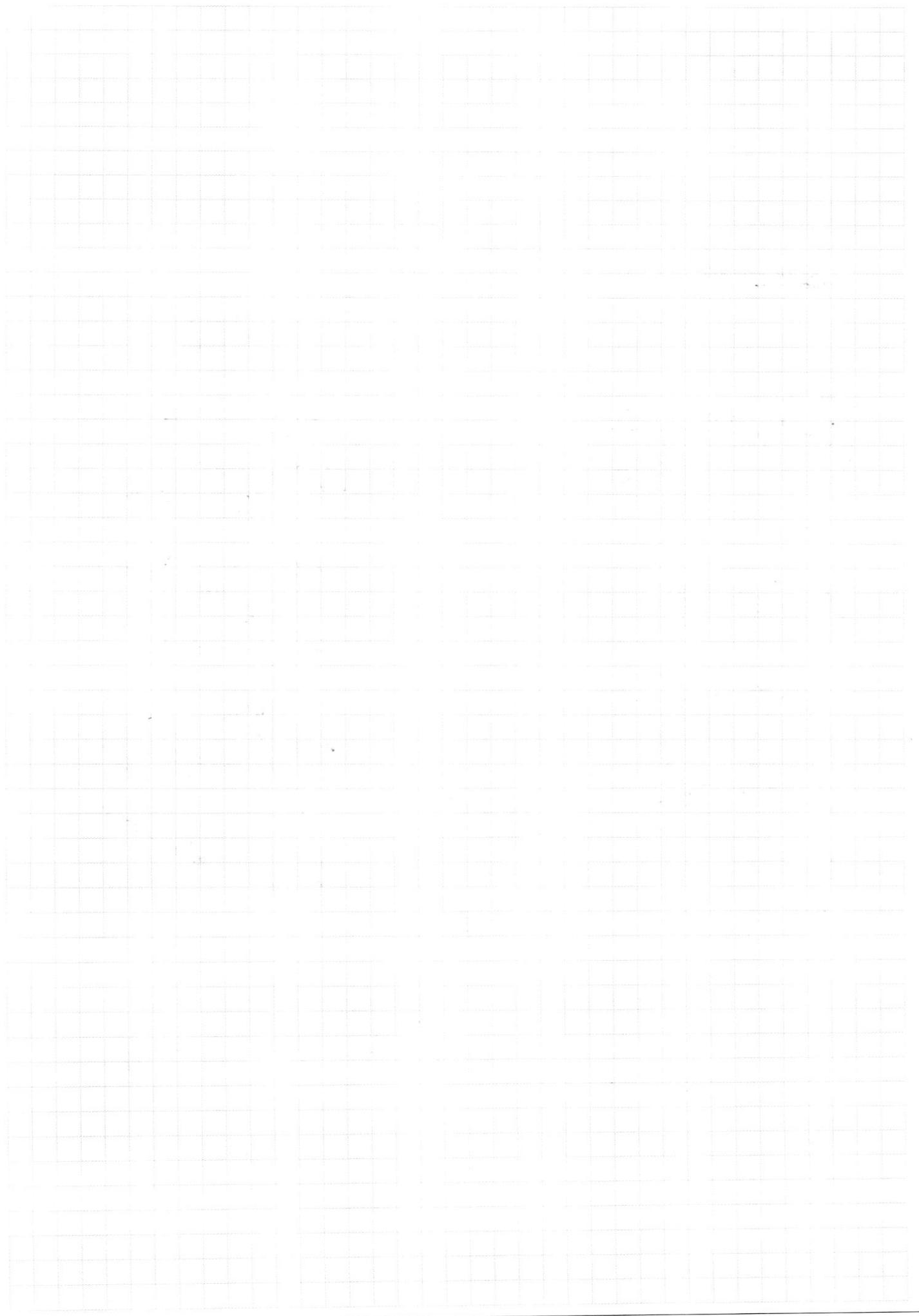
~ 4

Q =

$$|F_1| = \frac{q^2}{R^2}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$E/A = -\frac{\pi R^2}{u} + U_1 \varphi_1$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)