

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

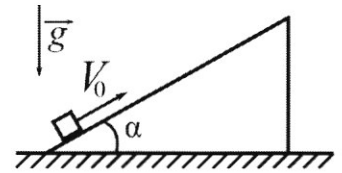
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

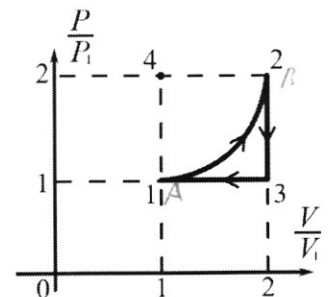
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

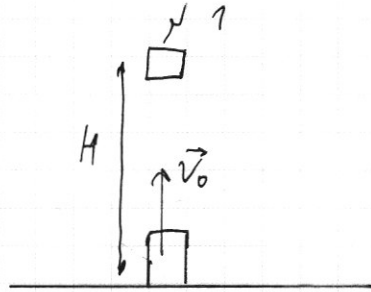
- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

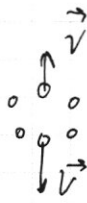
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



v_0 - скорость падающего
каменного
шарика
вертикальной
рабочей
плоскости

$$\frac{gt^2}{2} = H \quad ; \quad H = 45 \text{ м}$$



2) Наибольший
разнос по времени
между скачками,
летящим вертикально
вниз и вверх, м.к.
проекции их скорости
на ось x будет минимально
и максимален соответственно

$$H + vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 0$$

$$vt_1 = \frac{gt_1^2}{2} - H$$

$$v = \frac{gt_1}{2} - \frac{H}{t_1}$$

где t_1 - время
от взрыва до
падения камня
скачка

$$H - vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$$

$$v = \frac{H}{t_2} - \frac{gt_2}{2} \quad \text{где } t_2 - \text{ время от взрыва до падения первого камня}$$

$$\frac{gt_1}{2} - \frac{H}{t_1} = \frac{H}{t_2} - \frac{gt_2}{2}$$

$$t_1 = t + t_2$$

$$\frac{g(t+t_2)}{2} - \frac{H}{t+t_2} = -\frac{gt_2}{2} + \frac{H}{t_2} \quad ; \quad \frac{g(t+2t_2)}{2} = \frac{Ht_2 + Ht + Ht_2}{(t_2+t)t_2}$$

$$\frac{g}{2}(t+2t_2) = \frac{H(t+2t_2)}{t_2(t+t_2)}$$

$$\begin{cases} v = \frac{gt_1}{2} - \frac{H}{t_1} \\ v = -\frac{gt_2}{2} + \frac{H}{t_2} \\ t = t_1 + t_2 \end{cases}$$

З(З):

$$\frac{mv^2}{2} = K \text{ (м.к. скорости камня в единицах)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$(t + t_2) \left(\frac{g}{2} - \frac{H}{t_2(t+t_2)} \right) = 0$$

$$\begin{cases} t_2 = -t & \text{не подходит, т.к. } < 0 \\ \frac{g}{2} = \frac{H}{t_2(t+t_2)} \end{cases}$$

$$g t_2(t+t_2) = 2H$$

$$g t_2^2 + g t_2 t - 2H = 0, D = g^2 t^2 + 4Hg = g(g t^2 + 4H)$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{g(g t^2 + 4H)}$$

$$t_2 = \frac{-g t + \sqrt{g^2 t^2 + 4gH}}{2g} = \sqrt{\frac{t^2}{4} + \frac{H}{g}} - \frac{t}{2}$$

$$t_2 = \sqrt{2,5 \text{ c}^2 + 4,5 \text{ c}^2} - \frac{10}{2} \text{ c} = \sqrt{29,5 \text{ c}^2} - \frac{10}{2} \text{ c}$$

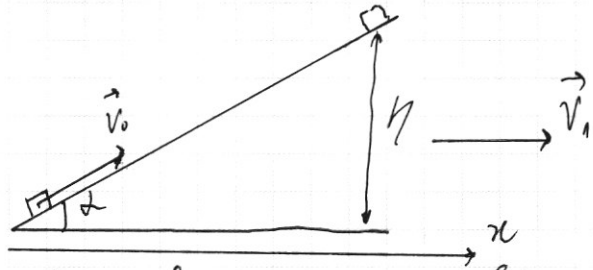
$$t_2 \approx 5,5 \text{ c}$$

Ответ: 4,5 м
5,5 с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

1) В данной ситуации
диссипативные силы
отсутствуют, поэтому



можно написать ЗСЭ для маятника в положении на высоте H и
в начальном положении (на высоте H маятник не
будет двигаться относительно клина, а значит
будет иметь скорость v_1):

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m v_1^2}{2} + \frac{2m v_1^2}{2}, \text{ где } m - \text{масса маятника}$$

$$v_0^2 = 2gH + 3v_1^2$$

напишем ЗСЭ в проекции на OX:

$$m v_0 \cos \alpha = 3m v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

$$v_0^2 = 2gH + 3 \cdot \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{9}; v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH$$

$$v_0^2 (3 - \cos^2 \alpha) = 6gH \Rightarrow v_0^2 = \frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}}; v_0 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10 \cdot 0,2}{3 - 0,36}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 6,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) ЗСЭ для кон. момента и высоты H:

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{2m v_1^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + 2v_1^2$$

ЗСЭ для кон. мом-та и H:

$$m v_0 \cos \alpha = 2m v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$V_0^2 = 2gH + \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$$

$$V_0^2 (2 - \cos^2 \alpha) = 4gH \Rightarrow V_0^2 = \frac{4gH}{2 - \cos^2 \alpha} \quad V_0^2 = \frac{8}{1,64} \frac{m^2}{c^2}$$

В конечный мом-т:

] V_2 - скорость шайбы в конце.

Тогда:

3 (Э):

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

$$V_0^2 = V_2^2 + V^2$$

3 (УВ) проекции на ОХ:

$$V_0 \cos \alpha = V - V_2 \cos \alpha$$

~~$$V_2 = \frac{V - V_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$$~~

$$V_0^2 = \left(\frac{V - V_0 \cos \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 + V^2; \quad V_0^2 \cos^2 \alpha = (V - V_0 \cos \alpha)^2 + V^2 \cos^2 \alpha$$

$$V_0^2 \cos^2 \alpha = V^2 - 2VV_0 \cos \alpha + V_0^2 \cos^2 \alpha + V^2 \cos^2 \alpha$$

$$V^2 + V^2 \cos^2 \alpha = 2VV_0 \cos \alpha$$

$$\begin{cases} V = 0 \frac{m}{c} \\ V + V \cos^2 \alpha = 2V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = 0 \frac{m}{c} \\ V(1 + \cos^2 \alpha) = 2V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = 0 \frac{m}{c} \\ V = \frac{2V_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = 0 \frac{m}{c} \\ V = \frac{16 \cdot 0,36}{1,64 \cdot 1,36} \frac{m}{c} \end{cases}$$

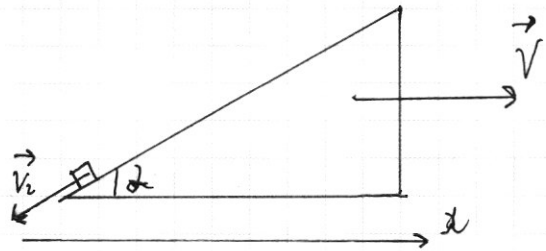
$$\begin{array}{r} \times 1,64 \\ 1,36 \\ \hline 984 \\ + 492 \\ \hline 164 \end{array}$$

$$2,23 \quad 04$$

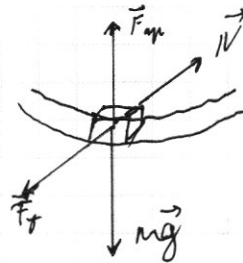
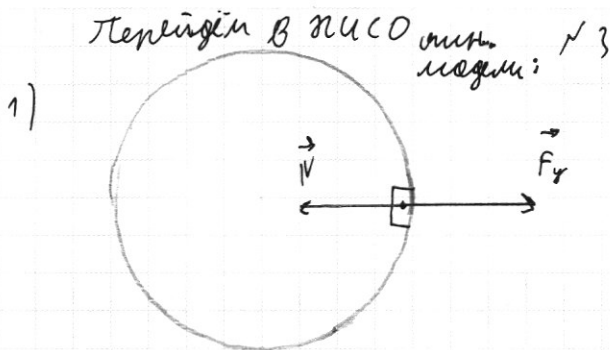
$$\begin{cases} V = 0 \frac{m}{c} \\ V = \frac{5,76}{2,23} \frac{m}{c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_0 = 0 \frac{m}{c} \\ V = 2,5 \frac{m}{c} \end{cases}$$

Ответ: $6,7 \frac{m}{c}$
 $0,4 \frac{m}{c}$ или $2,5 \frac{m}{c}$

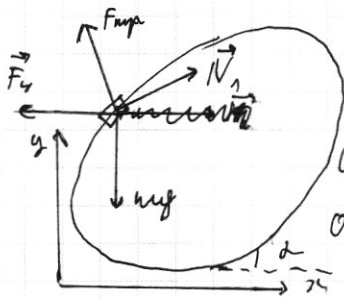


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left. \begin{aligned} N = F_y = 2mg \\ a_\tau = 0 \text{ (по ум.)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} m a = 2mg \\ a = 2g \Rightarrow a = 20 \frac{m}{c^2} \end{aligned}$$

2)



При V_{min} : $F_{up} \text{ по касой} \approx F_{up} \text{ по касой}$

$$\begin{cases} OY: mg = F_{up} \sin \alpha + N_1 \sin \alpha \\ OX: F_y + F_{up} \cos \alpha = N_1 \cos \alpha \end{cases}$$

Между N_1 и F_{up}
угол 90° , при
этом N_1
направлен по
нормали
к каской (45°)
 \Rightarrow F_{up} направлен
под углом 45°

$$mg = (F_{up} + N_1) \sin \alpha$$

$$m \frac{V_{min}^2}{R} + F_{up} \cos \alpha = N_1 \cos \alpha$$

$$\begin{cases} mg = (\mu + 1) N_1 \sin \alpha \\ m \frac{V_{min}^2}{R} = (\mu - 1) N_1 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$mg = (\mu + 1) N_1 \sin \alpha \Rightarrow N_1 \sin \alpha = N_1 \cos \alpha = \frac{mg}{\mu + 1}$$

$$m \frac{V_{min}^2}{R} = \frac{1 - \mu}{1 + \mu} mg$$

$$V_{min}^2 = \frac{1 - \mu}{1 + \mu} R g \Rightarrow V_{min} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{1 + \mu} R g}$$

$$V_{min} \approx \sqrt{\frac{0,2}{1,8} \cdot 1 \cdot 10} \frac{m}{c} = \sqrt{\frac{2}{1,8}} \frac{m}{c} = \sqrt{\frac{10}{9}} \frac{m}{c} = \frac{\sqrt{10}}{3} \approx 1,1 \frac{m}{c}$$

Ответ: $20 \frac{m}{c^2}$; $1,1 \frac{m}{c}$

№ 4

1] Давление и объем в точках 1 и 2 - p_1 и V_1 и p_2 и V_2 соответственно. Тогда из графика:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_2}{p_1} = 1; \frac{V_2}{V_1} = 1 &\Rightarrow p_2 = p_1; V_2 = V_1 \\ \frac{p_3}{p_1} = 2; \frac{V_3}{V_1} = 2 &\Rightarrow p_3 = 2p_1; V_3 = 2V_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_3 - p_2}{p_1} = \frac{V_3 - V_2}{V_1} = 1$$

1) Из 1го начала ТД:

$$Q = Q_{12} = \delta Q_{12} + A_{12} \quad (\text{Энтальпия подводится только на участке 1-2})$$

$$Q = \frac{3}{2} p_3 V_3 - \frac{3}{2} p_1 V_1 + A_{12} = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) + A_{12} = \frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) + A_{12} = \frac{9}{2} p_1 V_1 + A_{12}$$

A_{12} - площадь под кривой 1-2 в p - V координатах,

1-2 - четверть окружности \Rightarrow

$$\Rightarrow A_{12} = p_3 (V_3 - V_1) - \frac{\pi \left(\frac{p_3 - p_1}{2}\right)^2 p_1 V_1}{4} = 2 p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q = \frac{9}{2} p_1 V_1 + 2 p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = \frac{13 - \frac{\pi}{2}}{2} p_1 V_1$$

$$Q \approx 5,75 p_1 V_1$$

2) A - площадь внутри цикла в p - V координатах \Rightarrow

$$\Rightarrow A = A_{12} - A_{13} - A_{23} \quad \left. \begin{aligned} &\Rightarrow A = A_{12} - A_{13} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) - p_1 (V_3 - V_1) = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \\ &A_{23} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$A \approx 0,25 p_1 V_1$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{p_1 V_1 \left(\frac{13 - \frac{\pi}{2}}{2}\right)} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{\frac{13 - \frac{\pi}{2}}{2}} = \frac{2 - \frac{\pi}{2}}{13 - \frac{\pi}{2}}$$

$$\eta \approx \frac{1}{23} \approx 4\%$$

Ответ: $5,75 p_1 V_1$; $0,25 p_1 V_1$; 4%

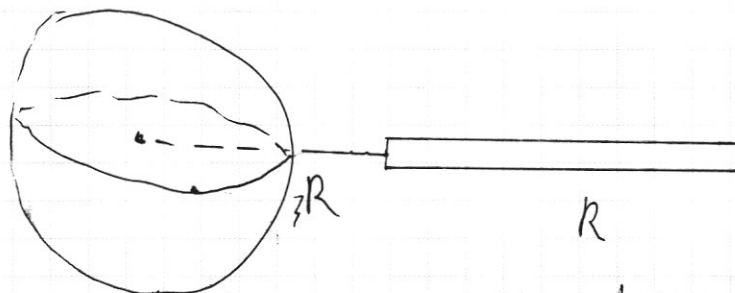
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\varphi = \frac{Q}{\epsilon_0}$
 $E = \frac{4\pi \cdot 9R^2}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$E \cdot 9R^2 = kQ$
 $E = \frac{kQ}{9R^2} = \frac{kQ}{L^2}$

$F_1 = E q = \frac{kQq}{9R^2}$

2)



$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$dF = E dq = E q \frac{dL}{R} = \frac{kQq}{R L^2} dL$

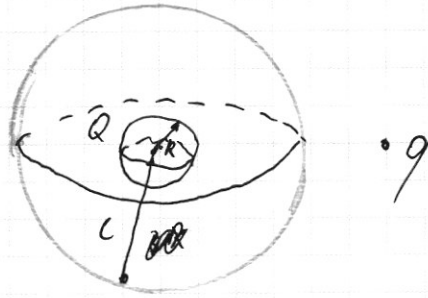
$F_2 = \int dF = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{1}{L^2} dL = \frac{kQq}{R} \cdot \left(-\frac{1}{L} \right) \Big|_{3R}^{4R} = \frac{kQq}{R} \cdot \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) =$

$= \frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{12R} = \frac{kQq}{12R^2}$

~ 5

1) Нам нужен m .

Такая же
сфера, в центре
та же ось сим-ии,
взяв сферу радиуса $l > R$



$$\varphi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

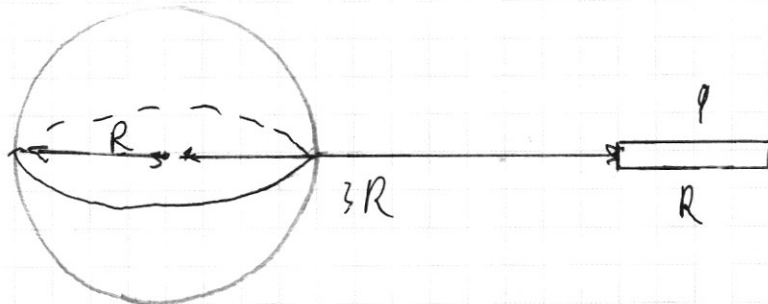
$$E \cdot 4\pi l^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E l^2 = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{kQ}{l^2}$$

Тогда для заряда q на расстоянии $3R$ от центра сферы:

$$F_1 = E q = \frac{kQq}{(3R)^2} = \frac{kQq}{9R^2}$$

2)



Интегральная масса заряда на сферике -
- $\rho = \frac{q}{R}$. Тогда для участка сферика длиной dl на
расстоянии l от центра сферы:

$$dF = E dq = E \rho dl = E q \frac{dl}{R} = \frac{kQq}{l^2} \cdot \frac{dl}{R} = \frac{kqQ}{R} \cdot \frac{dl}{l^2}$$

$$F_2 = \int_{F_{01}}^{F_{02}} dF = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dl}{l^2} = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dl}{l^2} = \frac{kQq}{R} \cdot \left(-\frac{1}{l} \right) \Big|_{3R}^{4R} =$$

$$= \frac{kQq}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{1}{12R} = \frac{kQq}{12R^2}$$

ответ: $\frac{kQq}{9R^2}$ и $\frac{kQq}{12R^2}$

$$V_0 = 0$$

$$2V + \frac{4V}{\cos \alpha} = \frac{4V_0}{\cos \alpha}$$

$$2V \cos^2 \alpha + 4V = 4V_0 \cos \alpha$$

$$V (\cos^2 \alpha + 2) = 2V_0 \cos \alpha ; V = \frac{2V_0 \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 2}$$

$$V = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{50}{11}} \cdot 0,6}{0,36 + 2} = \frac{1,2 \sqrt{\frac{50}{11}}}{2,36} = \frac{120 \sqrt{\frac{50}{11}}}{236} = \frac{30 \sqrt{\frac{50}{11}}}{59} = \sqrt{\frac{900 \cdot 50}{11 \cdot 3481}} =$$

$$\text{Давление: } 3,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 8 \\ \times 59 \\ \hline 531 \\ + 295 \\ \hline 3481 \end{array}$$

$$\frac{P_B - P_A}{P_1} = \frac{V_B - V_A}{V_1}$$

~ 4

$$1) Q = Q_{12} = A_{12} + \Delta Q_{12} = \left(\frac{\frac{3}{2} P_B V_B - \frac{3}{2} P_A V_A + \frac{P_B (V_B - V_A) - \pi \cdot \left(\frac{P_B - P_A}{P_1} \right)^2}{4}}{P_1 V_1} \right) P_1 V_1 =$$

$$= \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A) + P_B (V_B - V_A) - \frac{\pi (P_B - P_A)^2 (V_B - V_A)}{4}$$

$$P_A = P_1 ; V_A = V_1$$

$$P_B = 2P_1 ; V_B = 2V_1$$

$$Q = \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) + 2P_1 (2V_1 - V_1) - \frac{\pi (2P_1 - P_1)^2 (2V_1 - V_1)}{4} =$$

$$= \left(\frac{3}{2} \cdot 3 + 2 - \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1 = \frac{13 - \pi}{2} P_1 V_1 \approx 5,75 P_1 V_1$$

$$2) A = \left(\frac{(P_B - P_A)^2}{P_1} \pi + \frac{(P_B - P_A)(V_B - V_A)}{P_1 V_1} \right) P_1 V_1 = (2P_1 - P_1)^2 \pi + \frac{\pi (2P_1 - P_1)(2V_1 - V_1)}{4} =$$

$$= P_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \approx 0,25 P_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{\frac{13 - \pi}{2}} = \frac{2 - \frac{\pi}{2}}{13 - \frac{\pi}{2}} \approx \frac{0,25}{5,75} = \frac{1}{23} \approx 4\%$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)] m - масса шайбы
ЗСЭ:

$$mgh + \frac{3mV_1^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$2gh + 3V_1^2 = V_0^2$$

ЗСЧ на ОХ:

$$mV_0 \cos \alpha = 3mV_1$$

$$V_1 = \frac{V_0 \cos \alpha}{3}$$

$$2gh + 3 \cdot \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{9} = V_0^2$$

$$2gh + \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{3} = V_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gh + \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{3}}$$

$$V_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gh$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 2gh}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{6gh}{3 - \cos^2 \alpha}}; \quad V_0 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,2 \text{ м}}{3 - 0,6^2}} = \sqrt{\frac{2}{0,44}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{200}{44}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{50}{11}} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 6,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

200 | 44
~ 128 | 72
~ 240 | 160
~ 220 | 180

200

2) ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$$

$$V_0^2 = V^2 + V_2^2$$

ЗСЧ:

$$mV_0 \cos \alpha = 2mV \cos \alpha - mV_2 \cos \alpha$$

$$\frac{V_0 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 2V - V_2 \cos \alpha$$

$$V_2 = \frac{2V - V_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$V_0^2 = 2V^2 + \frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{4VV_0}{\cos \alpha} + V_0^2; \quad V_0^2 = 2V^2 + \left(\frac{2V}{\cos \alpha} - V_0\right)^2$$

$$2V^2 + \frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} = \frac{4VV_0}{\cos \alpha}$$

~ 2

