

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

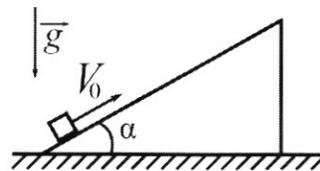
Шифр

(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

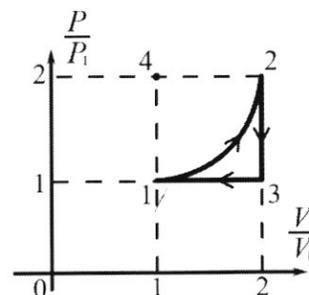
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

1) Запишем З.С.И и З.С.Э. для первоначального положения клинчика и когда он достигнет верха (масса клинчика в 2 раза больше массы бруска)

З.С.И.

$$mv_0 \cos \alpha = mv_0 \cos \alpha = 3m \cos \alpha$$

$$\text{З.С.Э. : } 2) \frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mu^2}{2} + mgH$$

$$\text{откуда } 1) v_0 \cos \alpha = 3u \quad ; \quad 2) v_0^2 = 3u^2 + 2gH$$

$$3) \text{ в } 1) \Rightarrow v_0 \cos \alpha = 3 \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{3}} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{3}}$$

или

$$v_0^2 \cos^2 \alpha = 3v_0^2 - 6gH$$

$$6gH = v_0^2 (3 - \cos^2 \alpha)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6gH}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10 \cdot 0,2}{3 - 0,36}} = \sqrt{\frac{12}{2,64}} = \sqrt{4,4}$$

2) Запишем З.С.И и З.С.Э. для начального и конечного положений, когда брусок вернулся в нач. положение при массе бруска равной массе клинчика

$$\text{З.С.И: } m\vec{v}_0 \cos \alpha = m\vec{v}_2 + m\vec{v}_1 \cos \alpha$$

$$\text{З.С.Э. } \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$$

где v_2 - скорость клинчика
 v_1 - скорость бруска
эпикосинусового
длин

Задача 2 продолжение

$$v_0 \cos \alpha = v_2 - v_1 \cos \alpha \Rightarrow v_2 = (v_0 + v_1) \cos \alpha$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = v_0^2 - v_1^2 \Rightarrow (v_0 + v_1)^2 \cos^2 \alpha = (v_0 - v_1)(v_0 + v_1)$$

$$v_0 \cos \alpha + v_1 \cos \alpha = v_0 - v_1 \Rightarrow v_0 - v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \alpha + v_1$$

~~$$v_0 \cos \alpha - v_2 = v_1 \cos \alpha - v_1$$~~

$$\frac{v_0(1 - \cos \alpha)}{1 + \cos \alpha} = v_1$$

Погналим в 3.С.И.

$$v_0 \cos \alpha = v_2 - \frac{v_0(1 - \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)} \cos \alpha$$

$$v_2 = v_0 \cos \alpha \left(1 + \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \right) = v_0 \cos \alpha \left(\frac{1 + \cos \alpha + 1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \right) =$$

$$= v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2}{1 + \cos \alpha}$$

v_0 найдем так же как в пункте 2, только с другим значением

$$v_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot 9 \cdot 4}{2 - \cos^2 \alpha}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 9 \cdot 4}{2 - \cos^2 \alpha}} \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2}{1 + \cos \alpha} = \sqrt{\frac{40 \cdot 0,2}{1,64}} \cdot 0,6 \cdot \frac{2}{1,64} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{1,64}} \cdot \frac{1,2}{1,64}$$

N1

Если старая разорвалась в вершине своей траектории, то там его вертикальная скорость была равна 0.

$$v_0 = gT = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow H = v_0 T - \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

№ 1 продолжение

2) Кинетическая энергия K распределится
равномерно вели осколками

$$\frac{K}{n} = \frac{m}{n} \cdot v^2, \text{ где } n - \text{кол-во осколков}$$

$$\sqrt{\frac{2K}{m}} = v = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Первый осколок, который приземлился
на землю - осколок который имел
скорость вертикально вверх $\uparrow v$
 $\downarrow v$

$H = vt + \frac{gt^2}{2}$; Решим это квадратное
уравнение относительно t

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 4 \cdot H \cdot \frac{g}{2}}}{g} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 4 \cdot 45 \cdot 5}}{10} =$$

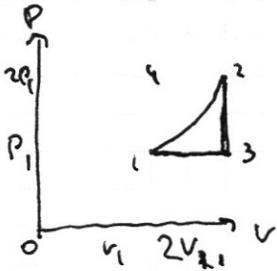
$$= \frac{-60 + 30\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{5} - 6 \text{ с}$$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$; $t = 3\sqrt{5} - 6 \text{ с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Перерисуем как график
в $P(V)$ координатах



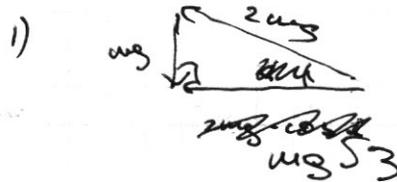
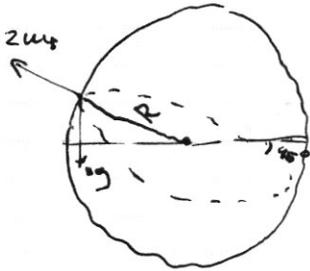
$$1) Q = S_{123} = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi P_1 V_1}{4}$$

2) Работа газа за цикл - это площадь 123

$$S_{123} = S_{1324} - S_{142} = P_1 V_1 - \frac{\pi P_1 V_1}{4} = P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{P_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)}{\frac{\pi P_1 V_1}{4}} = \frac{4 - \pi}{\pi} = \frac{4}{\pi} - 1$$

№3



~~ms sqrt(3) ms~~
~~ms sqrt(3) ms~~

$$ms\sqrt{3} = ms ; a = g\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

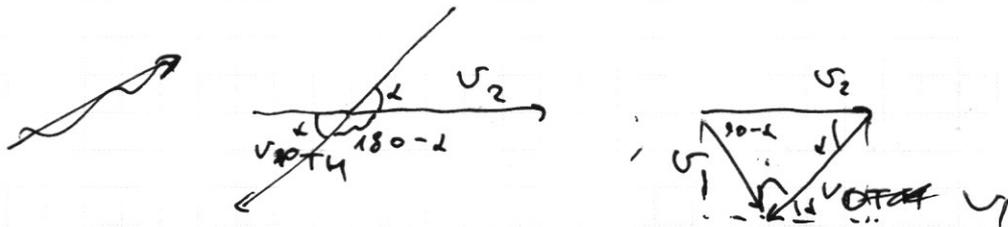
$$2) \frac{ms}{\sqrt{2}} + N = \frac{mv^2}{R} ; \mu N = \frac{ms}{\sqrt{2}}$$

$$N = m \left(\frac{v^2}{R} - \frac{10}{\sqrt{2}} \right) ; \frac{0,81^2}{R} - \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} ; v = \sqrt{\frac{18}{0,81,4}} = \sqrt{15}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 упражнение
Спроектируем З.С.И.

Найдём скорость бруска относительно земли



По теореме косинусов

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 + v_2^2 - 2v_2v_2 \cos \alpha}$$

всмысле относительно

клетка ~~на бруске~~ бруска ~~бруска~~ ~~имеет~~ скорости
~~v_0~~ ~~Земля~~ З.С.И. $\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$
З.С.И.

$$v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha + v_2^2 = v_0^2$$

из З.С.И. $-v_2 \cos \alpha + v_1 = v_0 \cos \alpha$; $v_1 = v_0 \cos \alpha + v_2 \cos \alpha$

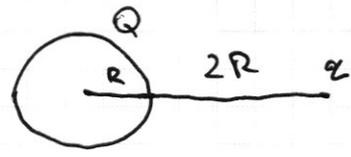
$$v_2^2 + \cos^2 \alpha (v_0 + v_2)^2 - 2v_2(v_0 + v_2) \cos^2 \alpha + v_2^2 = v_0^2$$

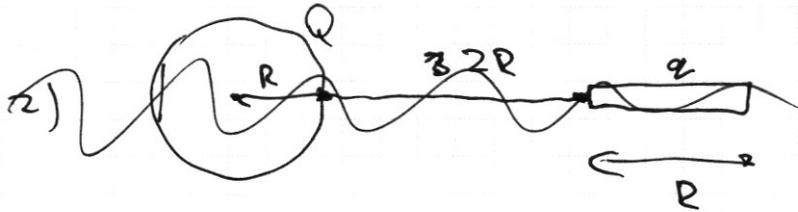
v_0 ~~по~~ найдем по подобно с функцией 1

$$v_0 = \frac{\sqrt{4gH}}{2 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{g}{1,64}}; v_2^2 + 0,64 \left(\sqrt{\frac{g}{1,64}} + v_2 \right)^2 - 2v_2 \cdot 0,64$$

$$= 2v_2 \cdot \sqrt{\frac{g}{1,64}} \cdot 0,64 + v_2^2. \text{ Без каско сложено.}$$

1) $F_1 = \frac{kQq}{R} + \frac{kq^2}{3R}$



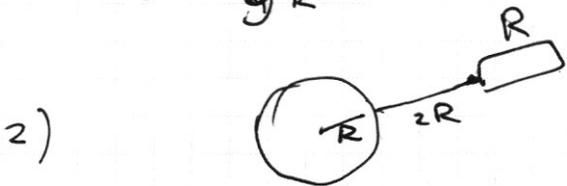


$$F_2 = \frac{kQq}{R} + \int \frac{kq_i}{3R+r_i} = \frac{kQq}{R} + \frac{kq}{3,5R}$$

1) $\frac{Q}{\Sigma_0} = \epsilon_0 \pi R^2$; $Q = \frac{Q}{\epsilon_0 \pi R^2} = \frac{kQ}{R^2}$

$$E_1 = \frac{kQ}{R^2}$$

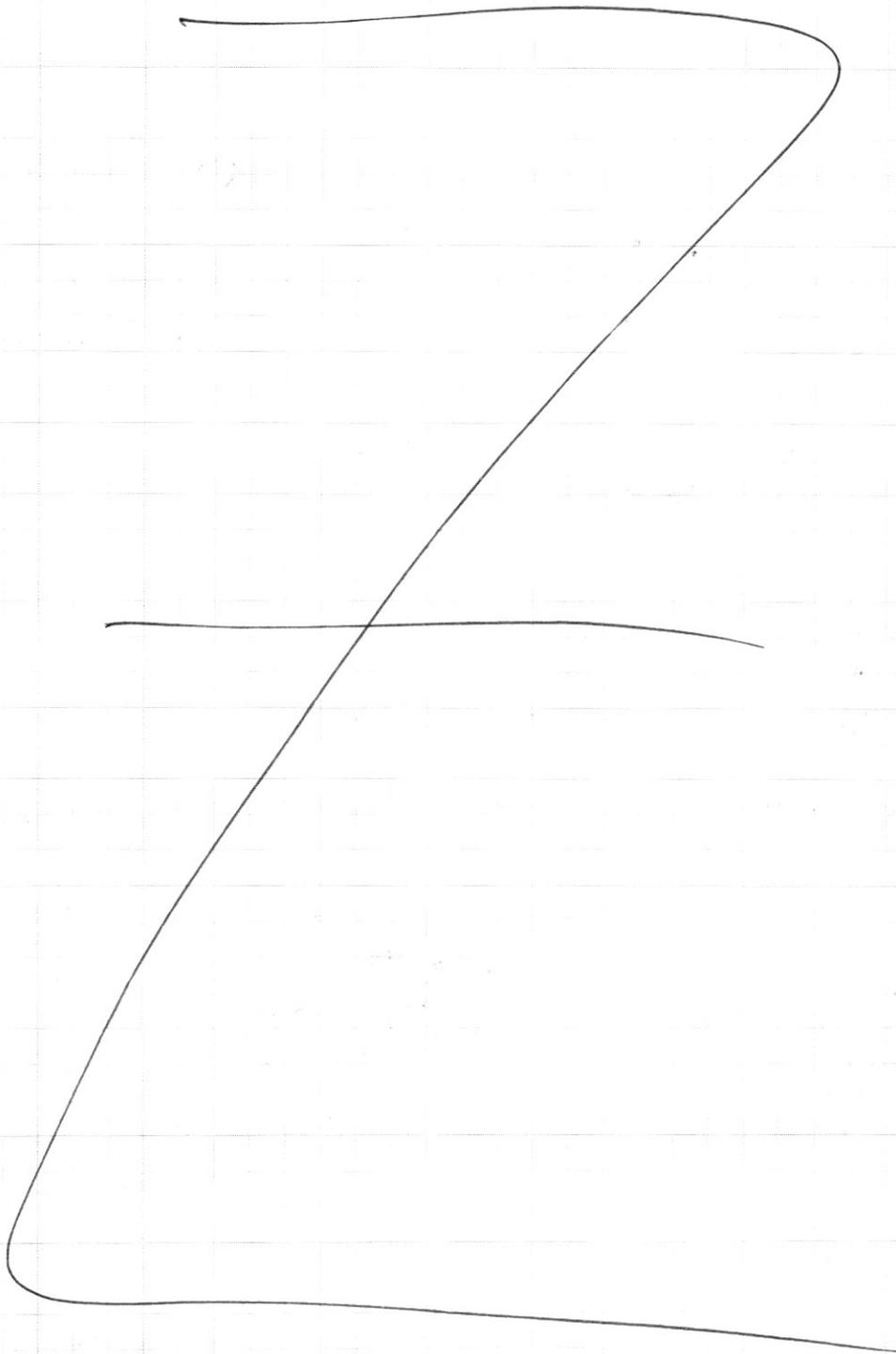
$$F_1 = \frac{kQq}{R^2}$$



$$E = \frac{kQ}{r^2} \quad \Rightarrow F = \frac{kQq}{r}$$

$$F_2 = \int_0^R F = \frac{kQq}{R^2}$$

Омбверт: $F_1 = \frac{kQq}{R^2}$; $\frac{kQq}{R^2} = F_2$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\mu g = \mu a + \mu g \cdot \cos \alpha$
 $\mu g \sin \alpha$
 $2\mu g \quad g(2 - \cos \alpha) = a$
 $F_{тр} = 2\mu g \cos \alpha \mu$
 $2\mu g \cos \alpha \cdot \cos \alpha + 2\mu g = \mu a + \mu g \cos \alpha \Rightarrow 2,08 \quad 9,8$
 $a = 2g \cos^2 \alpha + 2g + g \cos \alpha = g(2 \cos^2 \alpha + 2 + \cos \alpha)$
 $1,28 + 2 + 0,64$
 $40 \frac{m}{c^2}$
 $\mu N =$
 $\mu a = 2\mu g + 2\mu \mu g$
 $F_{тр} = N \cdot \cos \alpha = 2\mu g \cos \alpha$
 $a = g\sqrt{3}$
 $\frac{\mu g}{2} = \mu N$
 $2\mu g + 2\mu g \cos^2 \alpha = \mu a$
 $2g(1 + \cos^2 \alpha) = a$
 $\frac{\mu v^2}{R} =$
 $\frac{\mu g}{\sqrt{2}} + N = \frac{\mu v^2}{2}$
 $\mu N = \frac{\mu g}{\sqrt{2}}$
 $N = \frac{\mu g}{\sqrt{2}}$
 $N = \mu \left(\frac{v^2}{R} - \frac{1g}{\sqrt{2}} \right)$
 $\frac{\mu v^2}{2} = \frac{\mu g}{\mu + 1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_0 \cos \alpha = 3u$$

$$3u^2 - 2gH = v_0^2$$

$$u = \sqrt{v_0^2} \quad u^2 = \frac{2gH + v_0^2}{3}$$

$$g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot t = \dots$$

$$v_0 \cos \alpha = v_0^2 - 2gH$$

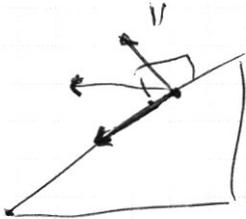
$$2gH = \dots$$

$$v_0 \cos \alpha = 3 \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{3}}$$

$$v_0^2 \cos^2 \alpha = \frac{3v_0^2 - 12gH}{3} = 3v_0^2 - 4gH$$

$$3v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha = 4gH$$

$$v_0^2 (3 - \cos^2 \alpha) = 4gH$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 68 \\ \hline 204 \\ 204 \\ \hline 4 \end{array}$$

mg

$$\begin{array}{r} 300 \\ -272 \\ \hline 280 \\ -272 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 68 \\ 4,41 \end{array}$$

F

$$\begin{array}{r} 300 \\ -272 \\ \hline 280 \\ -272 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 68 \\ 4,41 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ 44,54 \\ -60 \\ \hline -6 \end{array}$$

0,13

$$\sqrt{\frac{12}{3-0,36}}$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{100+36}}{2}$$

$$\frac{60 \cdot 0,2}{3-0,36} = \dots$$

$$\frac{123}{2,64} = \sqrt{\frac{3}{0,68}}$$

$$0,88 \quad \frac{3 \cdot 100}{50} = 6$$

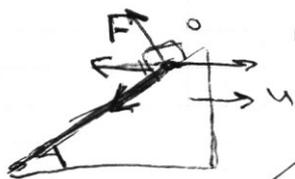
$$\sqrt{136} \quad 4 \cdot 34 = 136$$



50 test 10th

$$10t - \frac{10t^2}{2} = 45$$

$$10t - 5t^2 = 9$$



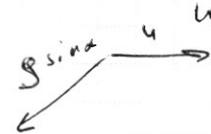
$$mv_0 \cos \alpha = 3mu$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mu^2}{2}$$

$$+ 2mu = (v_1 + v_2) m$$

$$2mu + 2mgH = (v_1^2 + v_2^2) m$$

$$mg \sin \alpha \cdot \dots$$



$$\sqrt{v_1^2 + v_2^2} - 2v_1 v_2 \cos \alpha$$

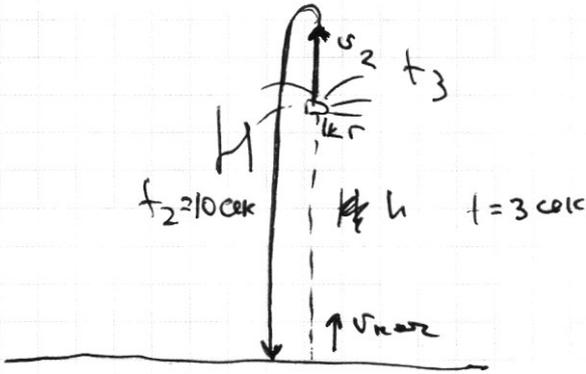
$$-2v_1 v_2$$

$$v_{cm} = 2u$$

$$\cos \alpha (v_1 + v_2) = 2u$$

$$2mu = 2u + \dots$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$K = 1800 \text{ Дж} = \frac{m}{2} \cdot v_2^2$$

$$\frac{1800}{m} = K; \quad \frac{m v_2^2}{2m} = \frac{K}{m}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_2^2 = 1800$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m_i (v_i^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_i^2)}{2}$$

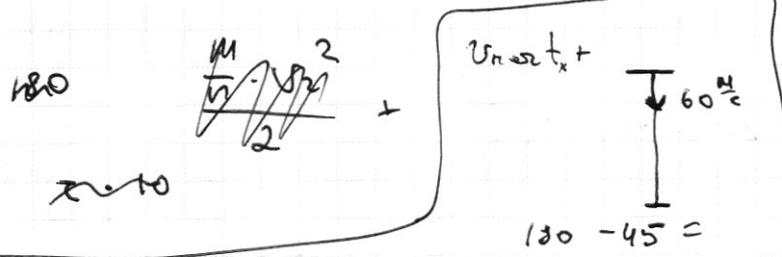
$$v_{\text{max}} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = H$$

$$v_2 = g t_3 \quad \frac{v_2}{g} = t_3 = 6 \text{ сек}$$

$$\frac{g(t_2 - t_3)^2}{2} = H$$

$$\frac{g(t_2 - t_3)^2}{2} = v_2 t_3 + \frac{g t_3^2}{2} = 3600$$

$$= 80 - 360 + 130$$



$$m v_0 = K$$

$$v_0 = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_k = g t_3 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$130 - 45 = 135$$

$$60 \cdot 3 - \frac{10 \cdot g}{2}$$

$$-12 \pm \sqrt{144 + 4 \cdot 9} = 36$$

$$v_k = \frac{v_k - v_{\text{max}}}{2} t = H$$

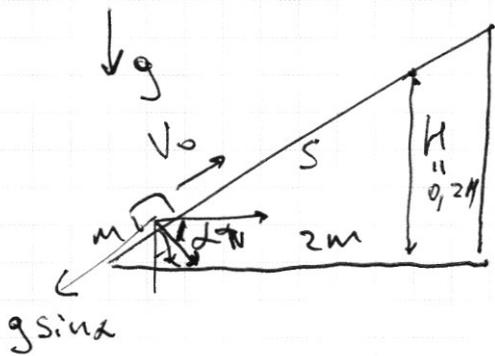
$$v_2 t_3 + \frac{g t_3^2}{2} = 3600$$

$$30 \cdot 3 - 45 = 145$$

$$60 t + \frac{10 t^2}{2} = 15$$

$$12 t + 5 t^2 = 9$$

$$12 t + t^2 = 9$$



$$\cos \alpha = 0,6$$

$$mg \cos \alpha + \sin \alpha$$

$$mv_0 = m v_x + m v_y \quad 3 m v_x$$

$$v_x = \frac{v_0}{3}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{100} \sin \alpha = \frac{H}{S} = 0,8$$

$$\frac{\sqrt{10}}{v_0} \cdot 0,8 = \frac{\sqrt{10}}{10 \cdot 0,8} \cos \alpha$$

$$S = \frac{H}{0,8}$$

$$v_0 \cdot \frac{v_0}{3} - \frac{g \sin \alpha \cdot v_0^2}{2} = S = \frac{H}{0,8}$$

$$\frac{v_0^2}{6} - \frac{g \sin \alpha \cdot v_0^2}{2} = \frac{H}{0,8}$$

$$\frac{v_0^2}{2 g \sin \alpha} = \frac{H}{0,8}$$

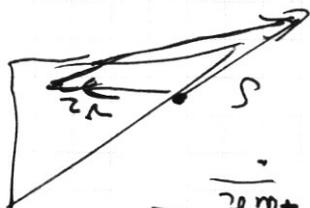
$$v_0 = \sqrt{\frac{2 g \sin \alpha H}{0,8}} = \sqrt{20 \cdot 0,2} = \sqrt{10}$$



$$(mg \cos \alpha \cdot \sin \alpha) (t_1 + t_2) = \frac{mv^2}{2} \quad 2 m v_x$$

$$\frac{g \sin \alpha t_2^2}{2} = S ; t_2 = \sqrt{\frac{2 H g \sin \alpha}{0,8 \cdot g \cdot \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{0,8 \cdot 9,8 \cdot 10}} = \frac{0,2}{0,8 \sqrt{10}}$$

$$mg \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot t_1 \cdot \frac{v_0}{g \sin \alpha} = 2 v_x$$



$$g \cos \alpha v_0 = \sqrt{10} \cdot 0,6 \sqrt{10 \cdot 0,36} = \sqrt{3,6}$$

$$N = \frac{mv^2}{R}$$

$$m v \frac{v^2}{R} = m g$$

$$m \frac{v^2}{R} = g$$



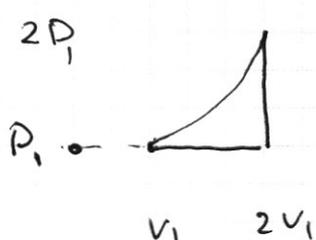
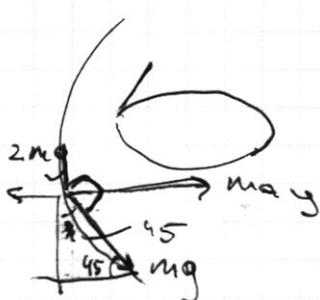
$$m g \cos \alpha$$



$$m g \cos \alpha$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$N = m \left(\frac{v^2}{R} - \frac{10}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\sqrt{\frac{18}{0,8 \cdot \frac{\pi R^2}{4}}} = \sqrt{15}$$

$$\frac{0,8 \cdot \pi R^2}{4} = \frac{\pi \cdot v_1 \cdot P_1}{4} = \frac{2 \pi R^2}{4} \cdot \frac{\pi v_1 P_1}{4}$$

$$2mg = mg \cos \alpha + ma_y$$

$$2 - \mu \left[g(2 - \cos \alpha) \right] = a_y$$

$$g(2 - \cos \alpha) = \frac{v^2}{R}$$

$$mg \cos \alpha = \mu mg$$

$$P_1 v_1 - \frac{\pi v_1 P_1}{4} = P_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\frac{A}{Q} = \frac{P_1 v_1 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}{\frac{\pi v_1 P_1}{4}} = \frac{4 - \pi}{\pi} = \frac{4}{\pi} - 1$$

$$2mg + \mu mg \cos \alpha = mg \cos \alpha + m a_y$$

$$2 + \mu \cos \alpha - \cos \alpha = \frac{a_y}{g}$$

$$(2 + \mu \cos \alpha - \cos \alpha) g = a_y$$

$$360 + 90$$

$$-60 \leq \sqrt{450}$$

$$-60 \pm \sqrt{\quad}$$

$$7.7$$

$$450$$

$$-12 \pm \sqrt{144 + 4 \cdot 9} =$$

$$= \frac{\sqrt{180} - 12}{2} = \frac{6\sqrt{5} - 12}{2} = 3(\sqrt{5} - 2)$$

$$90.5 = 3\sqrt{5} - 6 = 3(\sqrt{5} - 2)$$

$$29.50$$

$$360 + 90$$

$$20280$$

$$29$$

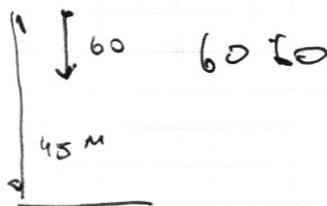
$$9050$$

$$4500$$



$$180 - \alpha^2$$

$$450$$



$$vt + \frac{g t^2}{2} = 45$$

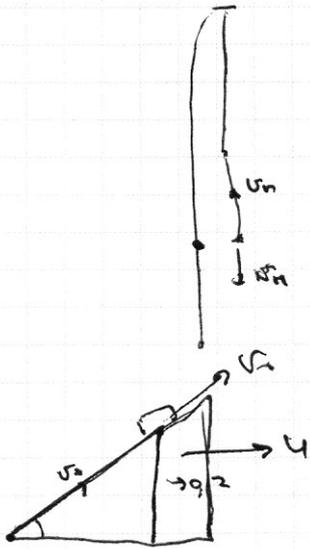
$$12\phi t + \phi t^2 = 90$$

$$12t + t^2 - 9 = 0$$

$$9.500$$

$$-60 + 3\sqrt{50}$$

$$4500$$



$$2 \frac{v_0}{g} = t \text{ or } v_0 = 10 \text{ or } 10 \text{ m/s}$$

$$v_0 = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50$$

$$m v_0 = 3 m u$$

$$v_x = \cancel{m g} \cos \alpha \sin \alpha \cdot \frac{t}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3 m u^2}{2} + m g H$$

$$v_0^2 = 3 u^2 + 2 g H$$

$$u = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2 g H}{3}}$$

$$v_0 = 3 \sqrt{\frac{v_0^2 - 2 g H}{3}}$$

$$v_0^2 = v_0^2 - 18 g H$$

$$18 g H = 3 v_0^2$$

$$\sqrt{\frac{18}{8} g H} = \frac{18 \cdot 10 \cdot 0,2}{8 \cdot 4,5} =$$

$$18 g H$$

$$= \sqrt{4,5}$$

v

$$m v_0 = 3 m u$$

$$v_0^2 = 3 u^2 + 2 g H$$

$$u = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2 g H}{3}}$$

$$m v_0 \cos \alpha = 3 m \sqrt{\frac{v_0^2 - 2 g H}{3}}$$

$$v_0^2 \cos^2 \alpha = \frac{v_0^2 - 2 g H}{3} = 3 v_0^2 - 6 g H$$

$$m v_0 \cos \alpha = 3 m u$$

$$m \frac{3}{16} g H = 2 v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 0,2} = \boxed{\sqrt{6}}$$