

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

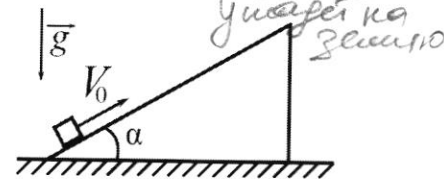
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? *перед самым взрывом осколки упадут на землю*

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

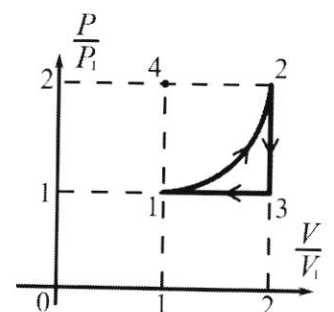
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Дано:

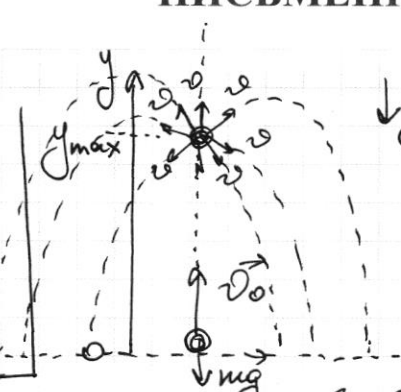
$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$K = 1800 \text{ Дж}$$

$$T = 10 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$



$$y_{\text{max}} = H$$

$$y = y_0 + v_0 y t - \frac{g t^2}{2}$$

- ур-е
муск движ

$$H = 0 + v_0 T - \frac{g T^2}{2} \quad (1)$$

1) H (высота) = ?

~~каждого кусочка до земли = T = 10 с~~

2) $T_1 = ?$

осколки
будут падать
на землю

3 было N кусочков:

где одного кусочка сразу после взрыва:

$$\frac{m}{N} v^2 = \frac{K}{N}$$

← масса одного кусочка
← энергии одного кусочка

$$\frac{m v^2}{2} = K ; \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

- скорость
каждого
кусочка после
взрыва

где целого шара: ЗСЭ

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H ; \quad \frac{v_0^2}{2g} = H$$

Wкин кон
Wкин кон (в нач.)
до разрыва

ур-е р/уск движ: (1):

~~$\frac{m v_0^2}{2g} = v_0 T - \frac{g T^2}{2}$~~

$$v_0 = \sqrt{2gH}$$

подставим в (1):

$$H = T \sqrt{2gH} - \frac{g T^2}{2}$$

$$H + \frac{g T^2}{2} = T \sqrt{2gH} ; \quad H^2 + K g T^2 + \left(\frac{g T^2}{2}\right)^2 = T^2 2gH$$

возв. обе части
в квадрат

$$H^2 - H \cdot g T^2 + \left(\frac{g T^2}{2}\right)^2 = 0$$

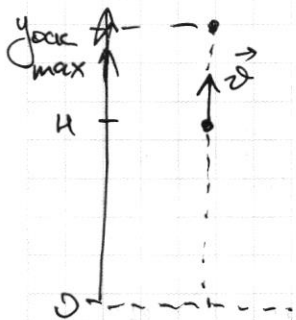
$$D = (g T^2)^2 - 4 \left(\frac{g T^2}{2}\right)^2 = g^2 T^4 - 4 \cdot \frac{g^2 T^4}{4} = 0$$

$$H = \frac{gT^2}{2} ; H = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (3 \text{ с})^2}{2} = \boxed{45 \text{ м}}$$

~~Итого~~ $H = 45 \text{ м}$

Больше всего времени на полет до земли
имеет брызга затравит осколок,
скорость которого напр. верт. вверх

Значит напр. время будет ср. временем его
подъема



$$y(t) = H + vt - \frac{gt^2}{2}$$

в точке $y_{\text{осей max}}$ (макс высота достигнута)

$$v_y = 0 = v - gt_1 ; t_1 = \frac{v}{g} \text{ - время подъема}$$

до осколка от все H
до макс высоты

$$y_{\text{осей max}} = H + vt_1 - \frac{gt_1^2}{2}$$

$$y_{\text{max}} = H + v \cdot \frac{v}{g} - \frac{g \cdot v^2}{2g^2} = H + \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g} = H + \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{\frac{K \cdot 2}{m}} \text{ (ам. пред. стружку)}$$

$$y_{\text{max}} = H + \frac{2K}{2mg} ; \text{ рассм. падение этого осколка выш. с } y_{\text{max}} \text{ осей}$$

$$0 = y_{\text{max}} - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$0 = H + \frac{2K}{2mg} - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$H + \frac{K}{mg} = \frac{gt_2^2}{2} ; t_2 = \sqrt{\frac{2H + \frac{2K}{mg}}{g}}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m}}}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g} + \frac{2K}{mg^2}}$$

$$\left(0 = H + vT - \frac{gT^2}{2} ; \frac{gT^2}{2} - vT - H = 0 \right)$$

$T_1 = t_1 + t_2$
ищее время
два ищее
осколка, двит.
верт. вверх
(до земли)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T_1 = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}}}{10 \text{ м/с}^2} + \sqrt{\frac{2 \cdot 45 \text{ м} + \frac{2 \cdot 1800 \text{ Дж}}{1 \text{ кг} \cdot (10 \text{ м/с}^2)^2}}{10 \text{ м/с}^2}} =$$

(не гонимся за формулами, для удобства вычисления)

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 18 \cdot 100}{10}} + \sqrt{9 + 36} = \sqrt{218} + \sqrt{9 + 36} =$$

идит. второй вопрос: первый ударит все скорости ком. комп. верт. выш.

$$0 = v_0 - vt - g \frac{t^2}{2}$$

$$v_0 - vt - g \frac{t^2}{2} = 0$$

$$v_0 = vt + g \frac{t^2}{2}$$

Ответ:

$$H = 45 \text{ м}$$

$$t = 0,7 \text{ с}$$

$$T_1 = 12,7 \text{ с}$$

с 0 не подх. по ф. сч.

$$t = -\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gh}}{g}$$

$$t = \frac{355 - 6}{10} \approx 0,7 \text{ с}$$

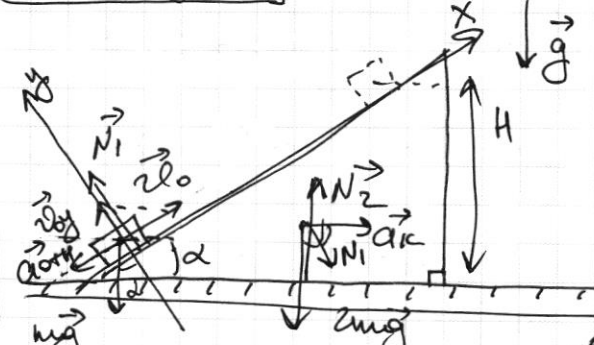
2) Дано:

$$\cos \alpha = 0,6$$

$$H = 0,2 \text{ м}$$

$$m_k = 2 \text{ кг}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$



Введем ось y ⊥ плоскости скольжения шайбы (↑ нов. время под. первого отсчета шовым Вопрос)

- 1) $v_0 = ?$ шайбы
- 2) $v_{\text{клина}} = ?$ в момент, когда шайба вернется в точку старта

просим скорости шайбы и клина на ось y одинаковы (климат. свая) в кажд. мом времени (знают и ускорения) $\vec{a}_{\text{шайбы}} = \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{отн клина}}$ (шайбы) (клина) (отн клина)

$$m_{\text{ш}} = m_{\text{кл}}$$

1) m - масса шайбы, тогда масса клина = $2m$ (N_1 не сов. работы т.к. ⊥ направл.)
ком. энергии шайбы (в крайней точке)

ЗСЭ: ком. энергии шайбы $\frac{mv_0^2}{2} = mgh$

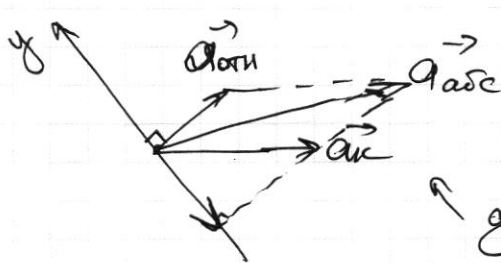
$$v_0 = \sqrt{2gh} \quad ; \quad v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,2 \text{ м}} = \boxed{2 \text{ м/с}}$$

2) Какова в момент когда маятник вернется в точку старта?

$$m_m = m_k$$

определим ускорение маятника:

Здесь маятник на OX : $\mu a_{OX} = \mu g \sin \alpha$



$$a_{OX} = g \sin \alpha$$

(маятник
отт. к маятнику)

на OY : $N_1 = \mu g \cos \alpha$
 где движение маятника вверх

маятник прошел вверх по пов. дуге: $\mu s \sin \alpha = v_0 t_1 - \frac{a_{OX} t_1^2}{2}$
 Какова = $a_{OX} \cdot t_{\text{вниз}}$ (при скорости камня = v_0 к) по OY

Здесь маятник на гор. ось OZ :

$$m a_k = N_1 \sin \alpha$$

$$\mu a_k = \mu g \cos \alpha \sin \alpha$$

$$a_k = g \cos \alpha \sin \alpha = g \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,48 \cdot g = 4,8 \text{ м/с}^2$$

найдем время движения маятника
вверх и обратно

$$t_{\text{вниз}} = \underbrace{t_1}_{\text{вверх}} + t_2 = 2 \cdot t_1 =$$

(вниз) $t_1 = t_2$

=

$$\frac{v_0}{\sin \alpha} = v_0 t_1 - \frac{g \sin \alpha t_1^2}{2} \quad ; \quad \frac{g \sin \alpha t_1^2}{2} - v_0 t_1 + \frac{v_0}{\sin \alpha} = 0$$

$$\Delta = v_0^2 - 2g \sin \alpha \cdot \frac{v_0}{\sin \alpha}$$

$$t_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{g \sin \alpha} \Rightarrow t_1 = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 2 \cdot 10 \cdot 0,2}}{10 \cdot 0,8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t_1 = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{g} = \boxed{\frac{1}{4} \text{ с}}$$

$$t_{\text{время}} = 2t_1 = \frac{1}{2} \text{ с}$$

тогда

$$v_{\text{кичка}} = a_{\text{кичка}} \cdot t_{\text{время}}$$

$$v_{\text{кичка}} = 4,8 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{1}{2} \text{ с} = \boxed{2,4 \text{ м/с}}$$

Ответ: $v_0 = 2 \text{ м/с}$

$$v_{\text{кичка}} = 2,4 \text{ м/с}$$

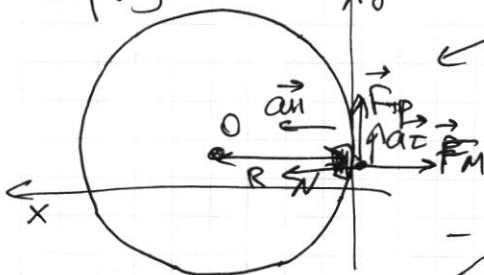
③ Дано:
 $M = 0,8$
 $R = 1 \text{ м}$
 $F_M = 2F_T$
 $F_{\text{сопр}} \approx 0$ $g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $a = ?$

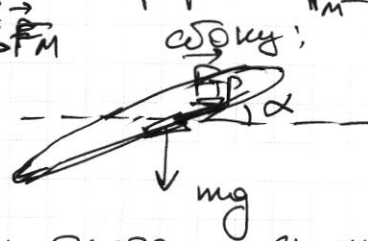
2) $v_{\text{min}} = ?$

при движении по окружности

сверху:



← сечение
середи

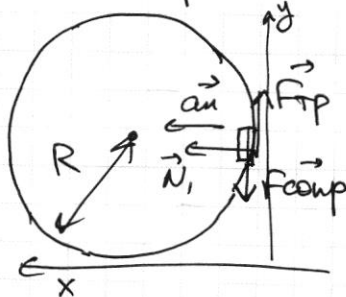


$$F_M = 2mg$$

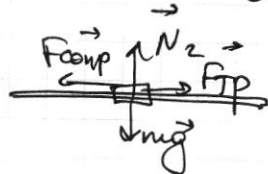
1) автомобиль едет за счет трения

силы

$$\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$$



$$|\vec{N}| = 2mg$$



↑ z

($a_z = 0$)
 $a = a_{\text{цп}}$

ΣFx: $N_1 = ma_{\text{цп}}$

ΣFz: $N_2 = mg$

ΣFy: $F_{\text{тр}} = F_{\text{сопр}} \approx 0$

$$N = \sqrt{(ma_{\text{цп}})^2 + (mg)^2}$$

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = 2mg$$

$$= m \sqrt{a_{\text{цп}}^2 + g^2} = 2mg$$

$$\sqrt{a_n^2 + g^2} = 2g$$

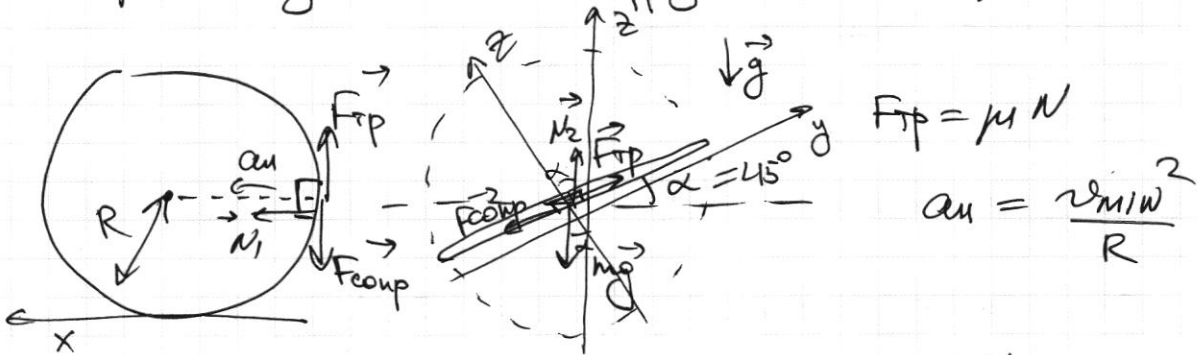
$$a_n^2 + g^2 = 4g^2 \quad ; \quad a_n^2 = 3g^2$$

$$a_n = g\sqrt{3} = 9 \approx 10\sqrt{3} \text{ м/с}^2$$

$$a \approx 17 \text{ м/с}^2$$

2) $v_{\min} = ?$

плм гвм по окружности, $\alpha = 45^\circ$



$$z_{\text{ю}} : O_x : m a_n = N_1 \quad ; \quad a_n = \frac{N_1}{m}$$

$$O_y : N_2 \sin \alpha + F_{\text{тр}} = F_{\text{суп}} + mg \sin \alpha$$

$$O_z : N_2 \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

$$O_{z'} : N_2 + F_{\text{тр}} \sin \alpha = mg + F_{\text{суп}} \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{суп}}$$

$$N_2 = mg = \mu N_1 \quad ; \quad a_n = \frac{mg}{\mu \cdot m} = \frac{g}{\mu}$$

сила трения, удерж. от падения вниз

$$a_n = \frac{g}{\mu} = \frac{v_{\min}^2}{R} \quad ; \quad v_{\min} = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{1 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,8}} = \frac{10}{\sqrt{8}} \text{ м/с} = \frac{10}{2\sqrt{2}} \text{ м/с} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ м/с} \approx \frac{5}{1,4} \text{ м/с} \approx \boxed{3,57 \text{ м/с}}$$

Ответ: $a \approx 17 \text{ м/с}^2$

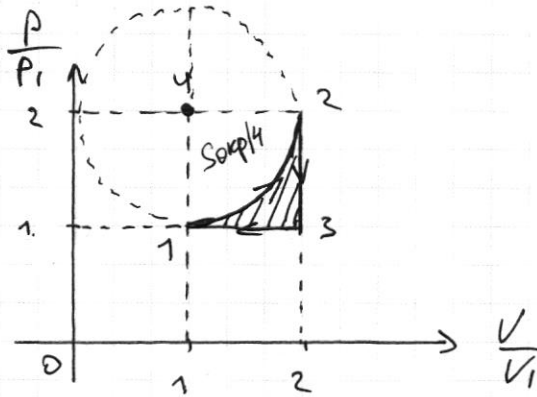
$v_{\min} \approx 3,57 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Дано:

$\nu = 1$ моль
 $z = 3$
(одноатомный газ)

$P_1; V_1$
 $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$



$$S_{\text{опр}} = \pi R^2$$

уравнение МК:

$$PV = \nu RT$$

I закон ТД:

$$Q = \Delta U + A_{\text{газа}}$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A_{\text{газа}}$$

1) $Q_{(+)}$ = ?

2) A = ?
газа

3) η = ?

$$\eta = \frac{Q_+}{A_{\Sigma}}$$

A_{Σ} ← мощность внутри цилиндра → на графике $P(V)$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{\text{газа}12}$$

$S_{\text{опр}} \leftarrow \text{график } 12$

$$Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + 0$$

$$\eta = \frac{Q_{12}}{A_{\Sigma}} = \frac{\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{\text{газа}12}}{A_{\Sigma}} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + (2V_1 - V_1)(P_1 - 0) + (2V_1 - V_1)(2P_1 - P) - \frac{1}{4} \pi (2V_1 - V_1)^2}{A_{\Sigma}} =$$

$$(2V_1 - V_1) \cdot (2P_1 - P_1) - \frac{1}{4} \pi R^2$$

$$R = 2V_1 - V_1 \text{ (числ.)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + 2V_1 P_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2}{A_{\Sigma}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \cdot 3P_1 V_1 + 2P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2}{V_1 P_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2} =$$

2) $A = \frac{V_1 P_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2}{P_1}$ численно

$PV = \nu RT$:

(12): $2P_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2$

(1): $P_1 V_1 = \nu R T_1$

$$2P_1 2V_1 - P_1 V_1$$

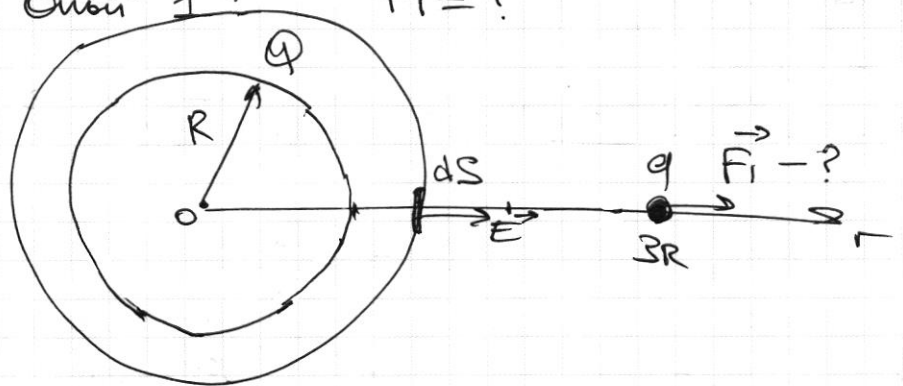
$$\Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (4P_1 V_1 - P_1 V_1) \text{ числ}$$

Ответ: 1) $Q = 6,5 P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2$
 2) $A = V_1 P_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2$
 3) $\eta = \frac{6,5 P_1 V_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2}{V_1 P_1 - \frac{1}{4} \pi V_1^2}$

5) Дано:

$Q > 0$
 сфер. радиус
 R
 $q > 0, 3R$
 K

1) Опыт 1: $F_1 = ?$



1) $F_1 = ?$
 действ. на зар.
 шарики

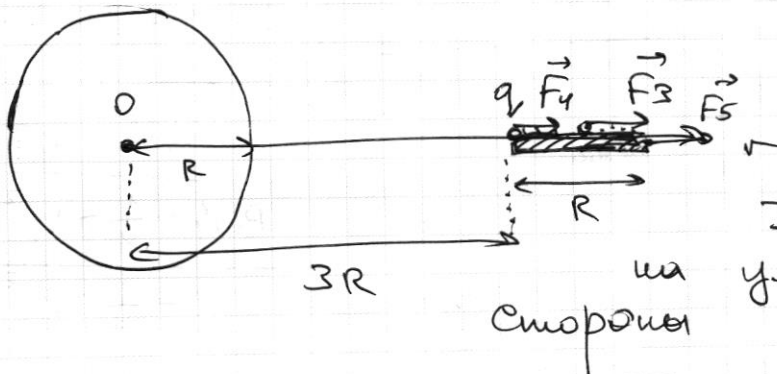
2) $F_2 = ?$
 действ. на ~~зар.~~ сферу
~~на сферу радиуса $> R$~~
~~по теореме Гаусса~~
~~сфере~~
~~сферич. пов-ю~~

нале вне зар. сферы: $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$ - нале $r > R_{сф}$
 (считая изв. фактом)

тогда $F_1 = E(3R) \cdot q$

$$F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$$

2) Опыт 2: $F_2 = ?$



$$|F_2| = |F_3|$$

сила, с кот
 сфера действ.
 на шержень.

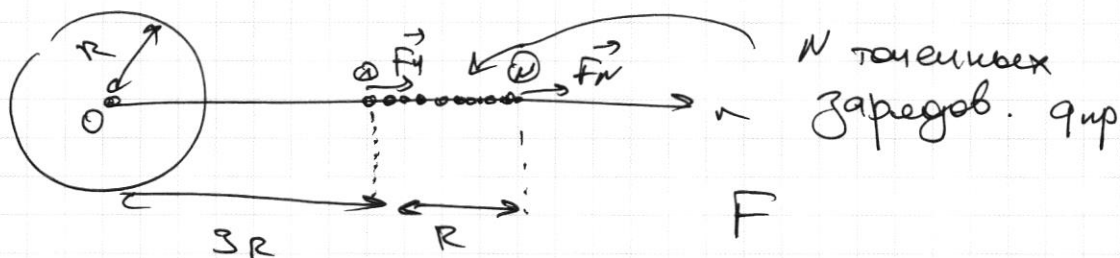
F_3 - сила, действ.

на у.ш. шержень со
 стороны сферы

можно мысленно разбить шержень на
 множество точечных зарядов,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

распологающихся вдоль одной прямой:



рассм. силу F_1 , действ. на первый заряд
(ближайший к центру сферы)

$$F_1 = \left[\frac{q}{R} \right] \cdot E(r) = \frac{q}{R} \cdot \frac{kQ}{(3R)^2} = \frac{kqQ}{9R^3}$$

1-ый
заряд

рассм силу F_N , действ. на N-ый точ. заряд:

$$F_N = \frac{q}{R} \cdot E(r_N) = \frac{q}{R} \cdot \frac{kQ}{(r)^2}$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^N F_N$$

$$F_2 = \int_{v_1}^{v_2} F_N = \int_{3R}^{4R} \frac{kqQ}{R(r)^2} = \frac{kqQ}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{1}{r^2}$$

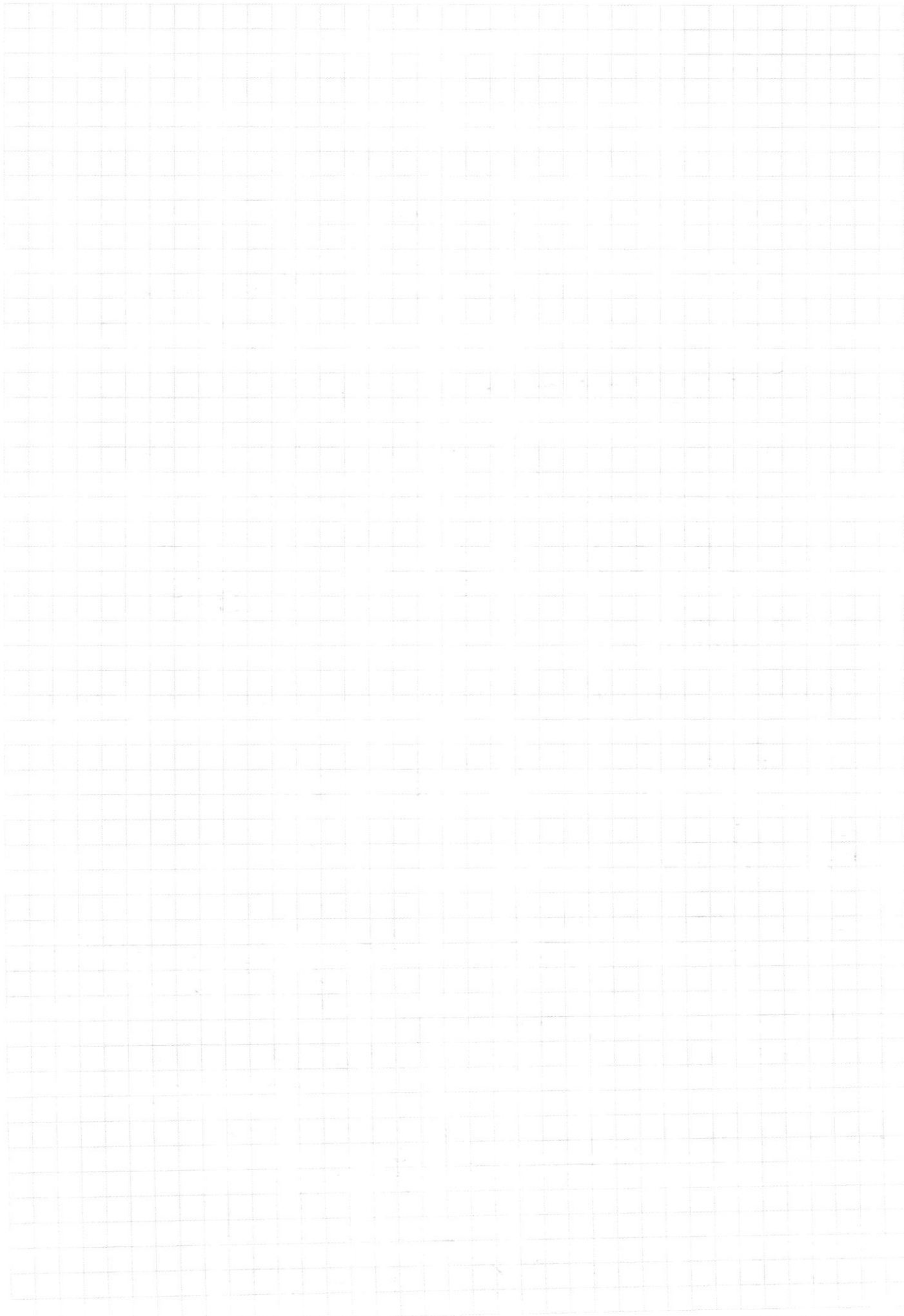
$$\left(\begin{array}{l} v_1 = 3R \\ v_2 = 4R \end{array} \right)$$

неопр интеграл:

$$\int \frac{1}{r^2} = \int r^{-2} = \frac{r^{-1}}{-1} = -\frac{1}{r}$$

$$F_2 = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \frac{kqQ}{R^2} = \boxed{\frac{kqQ}{R^2} \cdot \frac{1}{12}}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{9R^2}$; $F_2 = \frac{kqQ}{12R^2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 10
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{gT^2}{2} - \sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot T - H = 0$$

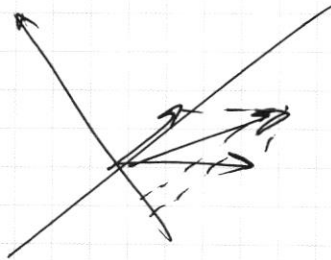
$$0 = \frac{2k}{m} + 2gH ; \quad T = \sqrt{\frac{2k}{m}} \pm \sqrt{\frac{2k}{m} + 2gH}$$

$$T = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g} + \frac{2k}{mg}}$$

$$t = - \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 1200}{1}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 1000}{1} + \frac{2 \cdot 10 \cdot 45}{1}}}{10}$$

корень с \ominus не подходит по физ. смыслу

2gH от gH



6	48
6,8	
x 6,8	
544	4
408	

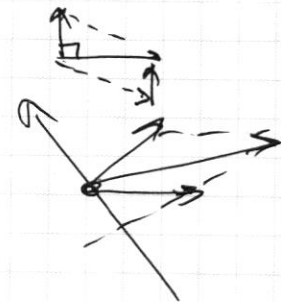
~~сначала~~

пружина:

$$kx_{отн} = mg \sin \alpha$$

$$a_{отн} = g \sin \alpha$$

(пружина отн камня)



$$t = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 900}}{10} =$$

2gH где камня

на гор. ось:

$$= \frac{\sqrt{4500} - 60}{10} =$$

$$v_{max} = N, \sin \alpha$$

$$= \frac{10\sqrt{45} - 60}{10} =$$

2gH где майбв:

$$\frac{\sqrt{45^2 - 6}}{5,9} = 3\sqrt{5} - 6$$

2 жп:

где майбв
в 00 кшма
ох:

$$m a_{\text{отн}} = + m g \sin \alpha +$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{1,00 - 0,36}{9,64}} = \sqrt{1 - \frac{0,64}{9,64}} = \sqrt{\frac{9,00}{9,64}} = \sqrt{\frac{225}{241}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{6}{10}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\sqrt{0,64} \quad 0,8$$

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ + 0,8 \\ \hline 1,4 \\ 0 \end{array}$$

