

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

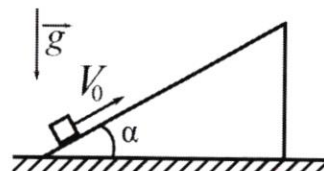
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

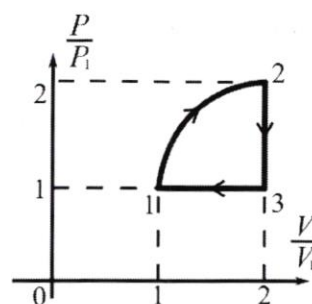
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

T1

ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = \underline{10\sqrt{13} \text{ м/с}} \quad (1)$$

Последним на землю упадет осколок, выходящий вертикально вверх, т.к. у него максимальная прежнее скорости на ось, напр. вертикально вверх.

Пусть скорость всех осколков v .

Тогда для этого осколка:

$$v \tau - \frac{g \tau^2}{2} = -H \Rightarrow v = \frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau} \quad (2)$$

т.к. у всех оск. одинаковая скорость v

Тогда очевидно $\downarrow K = \frac{mv}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau} \right) =$

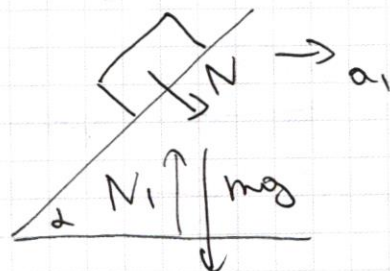
$= 43,5^2 \text{ АЖ} \approx \underline{1891,25 \text{ АЖ}}$ Ответ: $v_0 = 10\sqrt{13} \text{ м/с}$,
 $K = 1891,25 \text{ АЖ}$

T2 Перейдем в ИСО клина

Сила на шайбу:



Сила на клин



$F_{тр}$ - сила трения

m - масса клина, и шайба

Аналог кинематика:

$$N \cos d = ma_1$$

Аналог уравнения

$$F_{\text{уп}} = ma_1 = N \cos d$$

$$N + F_{\text{уп}} \cdot \sin d = mg \cos d \quad \text{Ось Y}$$

$$N + N \sin^2 d = mg \cos d \Rightarrow$$

$$N = \frac{mg \cos d}{1 + \sin^2 d} = \frac{2mg \cos d}{2 + \sin^2 d}$$

$$ma = mg \sin d + F_{\text{уп}} \cos d \quad \text{Ось X}$$

$$a = g \sin d + \frac{2g \cos^2 d}{2 + \sin^2 d}$$

Два кинематика:

$$N \sin d = ma_1$$

Аналог уравнения:

$$F_{\text{уп}} = ma_1 = N \sin d$$

Ось Y:

$$N + F_{\text{уп}} \cdot \sin d = mg \cos d$$

$$N (1 + \sin^2 d) = mg \cos d \Rightarrow N = \frac{mg \cos d}{1 + \sin^2 d}$$

Ось X:

$$ma = mg \sin d + F_{\text{уп}} \cos d = mg \sin d + \frac{mg \cos^2 d \sin d}{1 + \sin^2 d} \Rightarrow$$

$$a = g \cdot \frac{\sin d + \sin^3 d + (1 - \sin^2 d) \sin d}{1 + \sin^2 d} = \frac{2g \sin d}{1 + \sin^2 d}$$

Рычаг ~~кинематика~~ ^{уравнение}

выполнение по кинематике h по стандарту.

$$\text{Тогда: } h = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2 (1 + \sin^2 d)}{4g \sin d}$$

$$H = h \sin d = \frac{v_0^2}{4g} (1 + \sin^2 d) = \underline{12,5 \text{ см}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдем время T движения шайбы по клину.
 $a = \text{const} = \frac{2g \sin d}{1 + \sin^2 d}$

$T = t_1 + t_2$, где t_1 - время подъема, t_2 -
время спуска

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{2g} \cdot \frac{1 + \sin^2 d}{\sin d}$$

~~$$t_2 = \frac{a t_2^2}{2} = h = \frac{v_0^2 (1 + \sin^2 d)}{4g \sin d} \Rightarrow$$~~

$$t_2^2 = \frac{2v_0^2 (1 + \sin^2 d)}{4g \sin d} \cdot \frac{1 + \sin^2 d}{2g \sin d} \Rightarrow$$

$$t_2 = \frac{v_0}{2g} \cdot \frac{1 + \sin^2 d}{\sin d} \Rightarrow T = \frac{v_0}{g} \cdot \frac{1 + \sin^2 d}{\sin d}$$

$$a \text{ шайбы} = \text{const} = \frac{N \sin d}{m} = \frac{mg \cos d \sin d}{m(1 + \sin^2 d)} = g \cdot \frac{\sin d \cos d}{1 + \sin^2 d}$$

$$\text{Тогда } V = a_1 \cdot T =$$

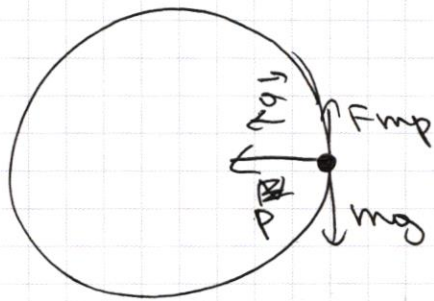
$$= g \cdot \frac{\sin d \cos d}{1 + \sin^2 d} \cdot \frac{v_0}{g} \cdot \frac{1 + \sin^2 d}{\sin d} = \underline{v_0 \cos d} = \underline{\sqrt{3} \text{ м/с}}$$

$$\text{Ответ: } h = 12,5 \text{ см}; v = \sqrt{3} \text{ м/с}$$

T3



1)

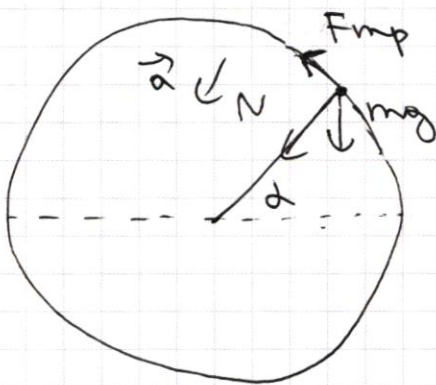


$$P = ma = m \frac{v_0^2}{R}$$

По III з.и сила со стороны центра на ~~автомобиль~~ и со стороны автомобиля на центр равны \Rightarrow

$$P = \frac{mv_0^2}{R} \approx 456,3 \text{ Н}$$

2)



$$a = \frac{v^2}{R}$$

Пределу $v \rightarrow \min$, когда

$$F_{mp} \rightarrow \max \Rightarrow F_{mp} = \gamma N \Rightarrow$$

$$mg \cos \alpha = F_{mp} = \gamma N \Rightarrow$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha}{\gamma}$$

$$N + mg \sin \alpha = ma = m \frac{v_{\min}^2}{R} \Rightarrow$$

$$v_{\min}^2 = \left(\frac{mg \cos \alpha}{\gamma} + mg \sin \alpha \right) \cdot \frac{R}{m} =$$

$$= gR \left(\frac{\cos \alpha}{\gamma} + \sin \alpha \right) \Rightarrow$$

$$v_{\min} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\gamma} + \sin \alpha \right)} \approx 4,2 \text{ м/с}$$

Ответ: $P \approx 456,3 \text{ Н}$; $v_{\min} \approx 4,2 \text{ м/с}$

Т4

Для P_1 : точки 1:

$$p_1 V_1 = RT_1 \quad (1)$$

А тогда — это площадь под графиком в

$$PV \text{ координатах} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot r_1 \cdot r_1}{4} = \frac{\pi p_1 V_1}{4} = \frac{\pi RT_1}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пройдем точки 1231

$\Delta U = 0$, т.к мы вернулись в ту же самую точку \Rightarrow

$$Q_{\pi} = A$$

$$Q_{\pi} = Q_{+} + Q_{-} \Rightarrow Q_{+} = A - Q_{-}$$

\uparrow \uparrow
 нагрев. охла.
 тепло тепло

$$Q_{-} = Q_{23} + Q_{31}$$

Для точки 2:

$$p_1 \cdot 2V_1 = p_2 T_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

Для точки 3:

$$p_1 \cdot 2V_1 = p_3 T_3 \Rightarrow T_3 = 2T_1$$

$$Q_{23} = C_V \cdot (T_3 - T_2) = -\frac{3}{2} R \cdot 2T_1 = -3RT_1$$

$$Q_{31} = C_p (T_1 - T_3) = -\frac{5}{2} R \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$Q_{-} = -\frac{11}{2} RT_1 \Rightarrow$$

$$Q_{+} = A - Q_{-} = \frac{\pi}{4} RT_1 + \frac{11}{2} RT_1 = Q$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{+}} = \frac{\frac{\pi}{4} RT_1}{\frac{\pi}{4} RT_1 + \frac{11}{2} RT_1} = \frac{\pi}{\pi + 22}$$

Ответ: $Q = RT_1 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{11}{2} \right)$; $A = \frac{\pi}{4} RT_1$; $\eta = \frac{\pi}{\pi + 22}$



Т5

В случае взаимодействия точечного заряда (в нашем случае маленького шарика) и равномерно заряженной сферы, при расчете силы взаимодействия можно просто считать, что заряд сферы сосредоточен в ее центре (Только в случае, если точечный заряд находится вне сферы). Тогда:

$$F_1 = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$$

Во втором случае мы имеем равномерно заряженный стержень. Линейная плотность заряда $\lambda = \frac{q}{R}$. Тогда считаем силу взаимодействия, как сумму взаимодействий:

$$dF_2 = \frac{\lambda \cdot dl \cdot kQ}{(2R+l)^2}$$

$$\underline{2R+l=t}$$

$$\int_0^{F_2} dF_2 = k\lambda Q \cdot \int_{2R}^{3R} \frac{dt}{t^2}$$

$$F_2 = k\lambda Q \cdot \left(-\frac{1}{3R} - \left(-\frac{1}{2R}\right)\right) = \frac{kqQ}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R}\right) = \frac{kqQ}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kqQ}{6R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $mg\mu = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g\mu} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 10\sqrt{13}$



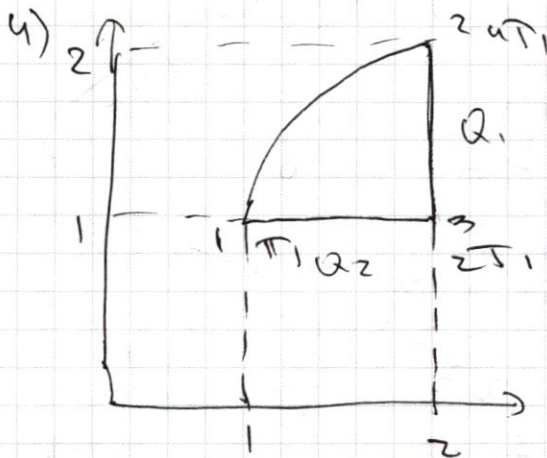
$$\frac{4}{4 \cdot 10} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{4 \cdot \frac{5}{4}}{40} = \frac{1}{8}$$

$$v\sigma - \frac{g\sigma^2}{2} = \mu$$

$$v\sigma = \mu + \frac{g\sigma^2}{2} \Rightarrow v = \frac{\mu}{\sigma} + \frac{g\sigma}{2} = 6,5 + \frac{10 \cdot 10}{2} = 56,5$$

$$K = \frac{mV^2}{2} = 56,5^2 \text{ Дж}$$

$$50 - 6,5 = 43,5$$



$$A = \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$$

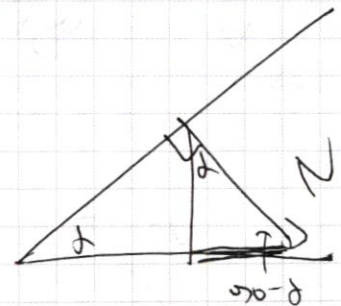
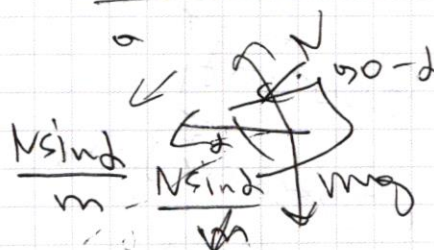
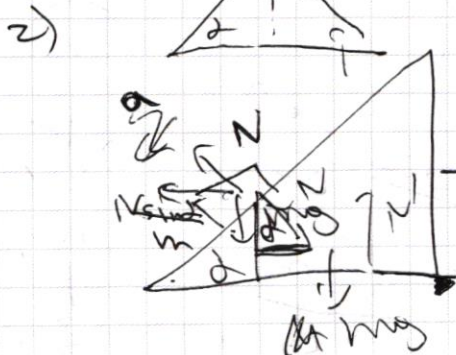
$$Q_1 = -3 R T_1$$

$$Q_2 = -\frac{3}{2} R T_1 \Rightarrow$$

$$Q = -\frac{9}{2} R T_1 = -\frac{\pi}{4} R T_1 \Rightarrow$$

$$Q = \frac{R T_1}{4} (18 + \pi)$$

$$\eta = \frac{\pi}{18 + \pi}$$



$$mg \cos \alpha = N \cos \alpha \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$mg \sin \alpha = N \sin \alpha + mg \sin \alpha$$

$$h = \frac{v_0^2}{2 - 2\cos\alpha} \Rightarrow$$

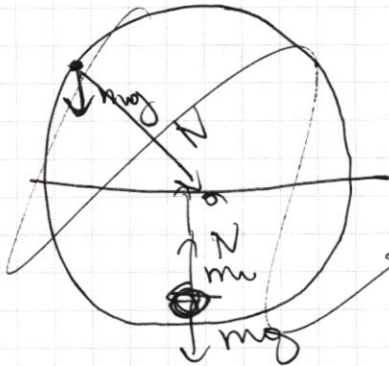
$$h = \frac{v_0^2}{4g}$$

$$10 \times 1,2 = 12$$

$$12 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= 6 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{0,9} \right) \approx 20,1$$

$$= \frac{6}{0,9} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

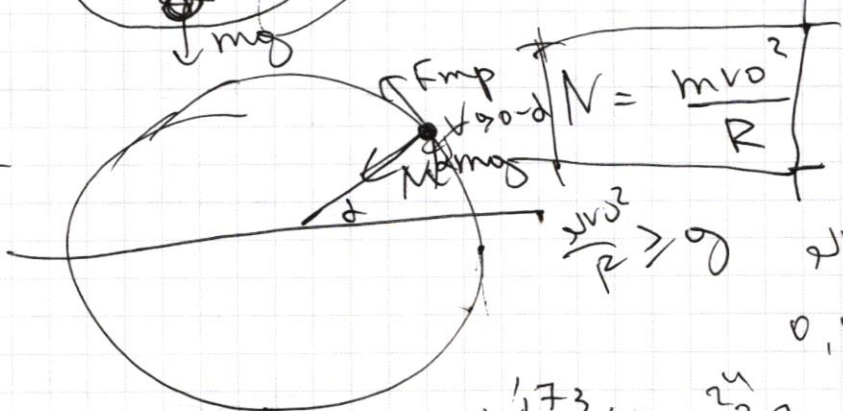


$$N - mg = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow$$

$$N = m \left(g + \frac{v_0^2}{R} \right)$$

$$\frac{2}{4 \cdot 10} \cdot \frac{1}{4} = 12,5 \text{ m/s}^2$$

3
2,9
6
17,4
2,9
x



$$N = \frac{mv_0^2}{R}$$

$$\frac{mv_0^2}{R} \geq mg$$

$$\frac{20}{3} > 10$$

$$0,9 \cdot 20 > 10$$

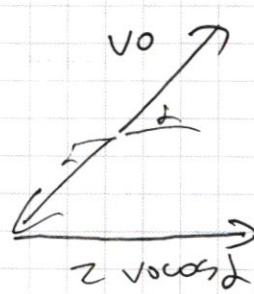
$$18 > 10$$

$$mg \cos \alpha = N \Rightarrow$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha + mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow$$

$$v^2 = gR (\sin \alpha + \cos \alpha)$$



$$\frac{mv \cos \alpha}{2v \cos \alpha}$$

$$\frac{2mg}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$\frac{18,9}{25} = 0,756$$

$$\frac{1}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$12 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 0,9} \right) = 6 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{0,9} \right)$$

$$\begin{array}{r} 1,77 \\ \underline{173} \quad 90 \\ 40 \\ \underline{83} \quad 1,90 \\ -81 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$6 \times 2,9 =$$

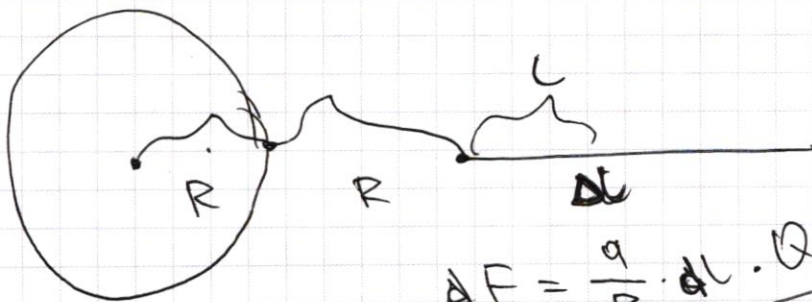
$$\begin{array}{r} 5 \\ 29 \\ \times 6 \\ \hline 174 \end{array}$$

$$\sqrt{17,4}$$

$$\begin{array}{r} 4,1 \\ \times 4,1 \\ \hline 41 \\ 164 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,2 \\ \times 4,2 \\ \hline 84 \\ 168 \\ \hline 176,4 \end{array}$$

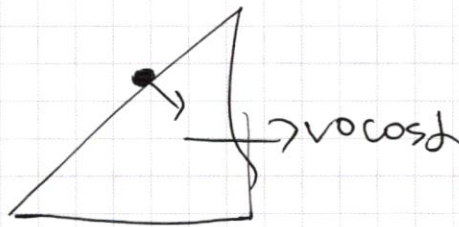
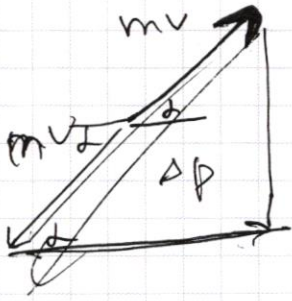
$$F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$



$$\Delta F = \frac{q}{R} \cdot dl \cdot Q \Rightarrow \frac{Q}{(2R+l)^2}$$

$$dF = \frac{qQ}{R} \cdot \int \frac{d(2R+l)}{(2R+l)^2} =$$

$$= \frac{qQ}{R} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3} \right) = \frac{kqQ}{6R^2}$$



$$T = \frac{v_0^2}{4g} \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

