

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

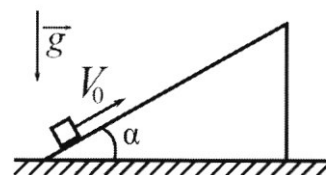
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
 - 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

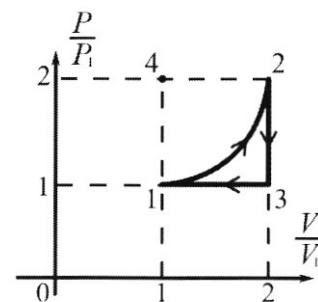
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
- Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

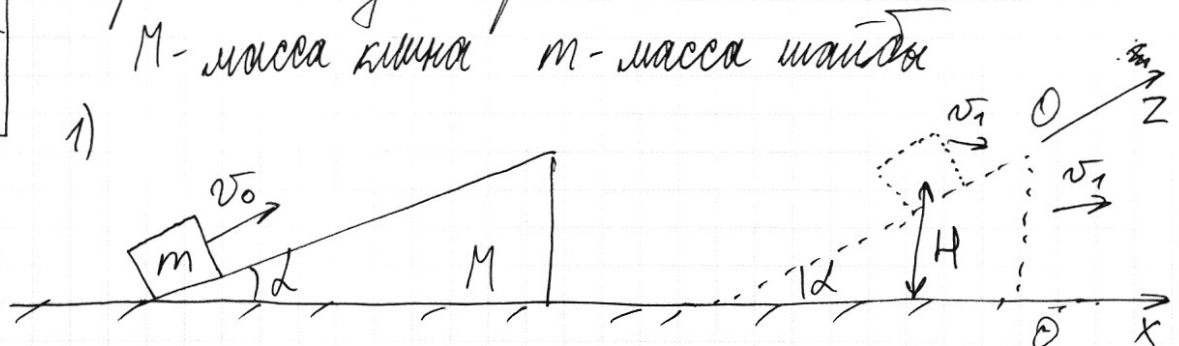
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2.

$v = v_0$ - скор. клина в тот момент, когда шайба
верн. в точку старта.

M - масса клина m - масса шайбы

1)



Рассмотрим момент, когда груз шайба
поднялась на макс. высоту. Тогда проекции
скоростей клина и шайбы на ось Oz будут одинак.,
а значит, одинак. Тогда шайба не будет иметь верт.
скор. и т.к. проекции скор. шайбы и клина на ось
 Oz будут одинак., то и проекц. horiz. скор. будут
одинак.

$$\begin{cases} \text{ЗСЭ: } \frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m+M) v_1^2}{2} + mgH \\ \text{ЗСИ: } Ox: m v_0 \cos \alpha = (m+M) v_1 \end{cases}$$

$$m v_0 \cos \alpha = 3 m v_1$$

$$v_0 \cos \alpha = 3 v_1 \quad v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3 m v_1^2}{2} + mgH$$

$$v_0^2 = 3 v_1^2 + 2gH$$

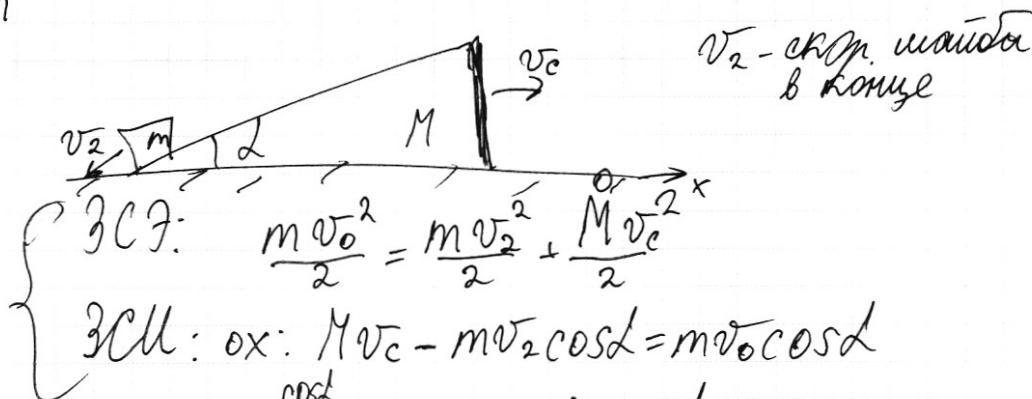
$$v_0^2 = 3 \cdot \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{9} + 2gH$$

$$v_0^2 - \frac{1}{3} v_0^2 \cos^2 \alpha = 2gH$$

$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{1}{3} \cos^2 \alpha}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{1}{3} \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{1}{3} \cdot 0,36}} = \sqrt{\frac{4}{0,88}} \approx 2,15 \frac{m}{c}$$

2) $M = m$



ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M v_c^2}{2}$

ЗМ: ох: $M v_c - m v_2 \cos \alpha = m v_0 \cos \alpha$

$$m v_2 \cos \alpha = m v_c - m v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{m v_c^2}{2}$$

$$v_2 = \frac{v_c}{\cos \alpha} - v_0$$

~~$$v_0^2 = v_c^2 - 2 v_0 \cos \alpha v_c + v_0^2 \cos^2 \alpha + v_c^2$$

$$2 v_c^2 - 2 v_0 \cos \alpha v_c + v_0^2 (\cos^2 \alpha - 1) = 0$$

$$\frac{D}{4} = v_0^2 \cos^2 \alpha - 2 v_0^2 (\cos^2 \alpha - 1) = 2 v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_c = \frac{v_0 \cos \alpha \pm \sqrt{v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha)}}{2}$$~~

~~$$v_0 = \frac{v_c}{\cos \alpha} - v_0$$

$$\frac{v_c}{\cos \alpha} - 2 v_0 + v_0 = 0$$

$$v_c = 2 v_0 \cos \alpha - v_0 \cos^2 \alpha$$

$$= 2 \cdot 2,15 \cdot 0,6 - 0,36 \cdot 2,15 = 2,22 \frac{m}{c}$$~~

~~$$v_c = \frac{2 v_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\approx 1,89 \frac{m}{c}$$~~

~~выбрать со знаком минус, потому что не учитываем~~

~~$$v_c = \frac{v_0 (\cos \alpha + \sqrt{2 - \cos^2 \alpha})}{2} = \frac{\sqrt{4}}{0,88} (0,6 + \sqrt{2 - 0,36}) =$$

$$= \frac{0,6 + \sqrt{1,64}}{\sqrt{0,88}} = \frac{0,6 + \sqrt{164}}{\sqrt{88}} \approx \frac{10}{9,1} \approx 2,19 \frac{m}{c}$$~~

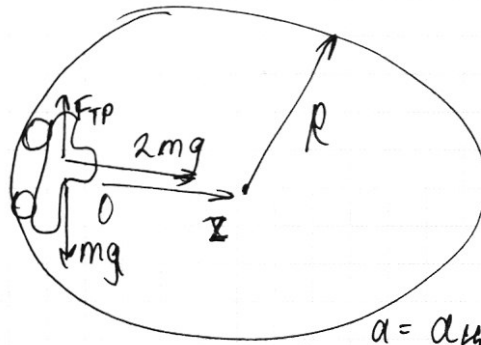
Ответ: $v_0 \approx 2,15 \frac{m}{c}$, $v_c \approx 1,89 \frac{m}{c}$

Handwritten calculations in the top right corner showing various fractions and simplifications, including $\frac{100}{88} = \frac{25}{22} = 1 \frac{3}{22}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} L &= 45^\circ \\ \mu &= 0,8 \\ R &= 1 \text{ м} \\ \eta &= 10 \frac{\mu}{\text{с}^2} \\ a &=? \\ v_{\min} &=? \end{aligned}$$

№ 3
по 3 з-ну

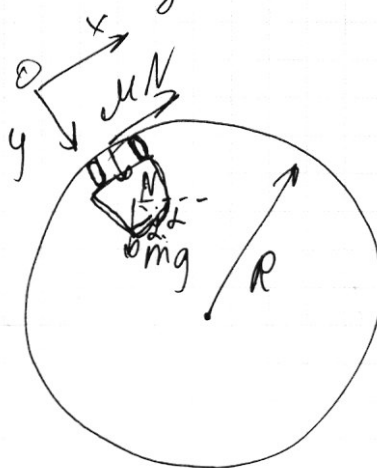


действ. на поверхность с такой же силой,
как и поверхность действует на машину.
Машина движется
только по горизонтальной,
следов., верт. движ. нет \Rightarrow
 \Rightarrow центрострем. ускор.
вкл. искомови
 $a = a_{цс}$ - центрострем. уск. маш.

2 з-на выхот.: $2mg = ma_{цс}$

$$a_{цс} = 2g = 20 \frac{\mu}{\text{с}^2}$$

2)
Рассмотрение
в вершине
траект.
машинки позволит
определить мин.
скорость



2 зм. Ньютона:

$$0x: \mu N = mg \sin L$$

$$0y: N + mg \cos L = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$N = \frac{mg \sin L}{\mu}$$

$$\frac{mg \sin L}{\mu} + mg \cos L = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$\frac{g \sin L}{\mu} + g \cos L = \frac{v_{\min}^2}{R}$$

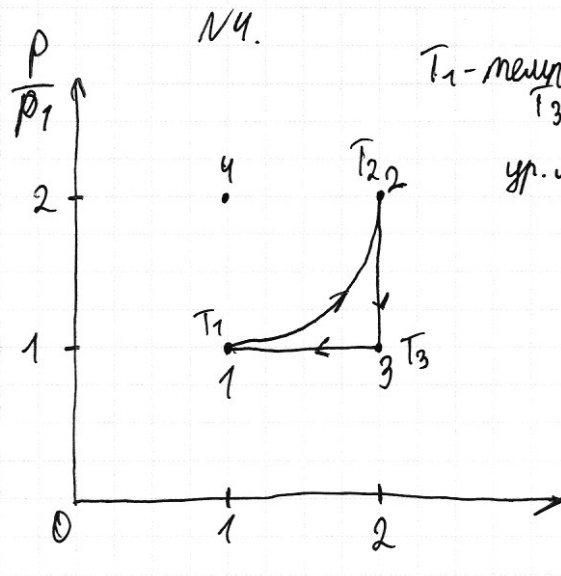
$$g \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) R = v_{\min}^2$$

$$v_{\min} = \sqrt{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{5}{4} + 1 \right) \cdot 1} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \approx 3,97 \frac{\mu}{\text{с}}$$

Ответ: ~~a~~ $a = 20 \frac{\mu}{\text{с}^2}$, $v_{\min} \approx 3,97 \frac{\mu}{\text{с}}$.

$\nu = 1$ моль
газ одноатомн.

$Q = ?$
 $A = ?$
 $\eta = ?$



T_1 - темп. газа в т.1 T_2 - темп. газа в т.2
 T_3 - темп. газа в т.3
 T_4 - темп. газа в т.4
уп. Менг. - $\frac{m}{\mu}$
 $\nu R T_1 = p_1 V_1$ $\nu R T_2 = 2 p_1 \cdot 2 V_1$

$$Q = \Delta U + A_r$$

$$\Delta U = \nu R (T_2 - T_1) =$$

$$= 2 p_1 \cdot 2 V_1 - p_1 V_1 =$$

$$= 3 p_1 V_1$$

Работа газа -

A_r - работа газа на уп. 1-2 это площадь под графиком.

$$A_r = 2 V_1 \cdot 2 p_1 - V_1 \cdot 2 p_1 - \frac{1}{4} \pi \cdot p_1 \cdot V_1 =$$

$$= 2 p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 (2 - \frac{\pi}{4})$$

$$Q = 3 p_1 V_1 + 2 p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = (5 - \frac{\pi}{4}) p_1 V_1$$

$$A = A_r - p_1 V_1 = (1 - \frac{\pi}{4}) p_1 V_1$$

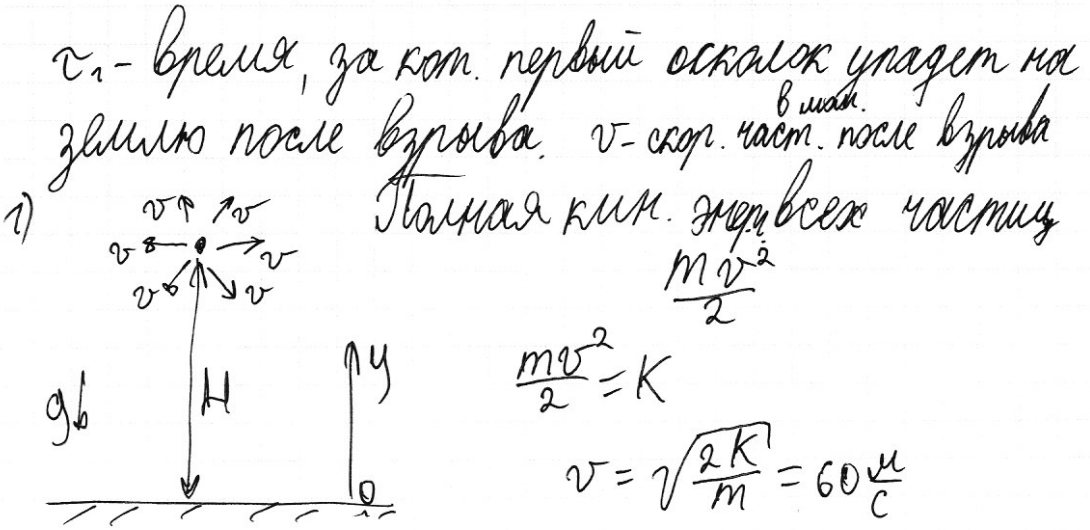
$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{5 - \frac{\pi}{4}} \approx \frac{4 - \pi}{5 - \pi} \approx 0,1$$

Ответ: $Q \approx 4,22 p_1 V_1$; $A \approx 0,22 p_1 V_1$; $\eta \approx 0,365$.

№1

$m = 1 \text{ кг}$
 $T = 30$
 $K = 1800 \text{ Дж}$
 $\tau = 100$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$H = ?$
 $\tau_1 = ?$



$$\frac{m v^2}{2} = K$$

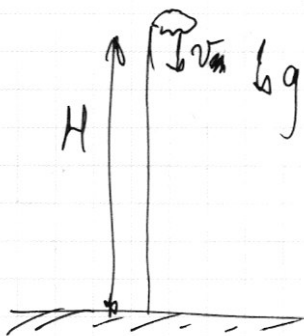
$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

α_1 (град.)
 Рейсверк разорвался в высшей точке траект. \Rightarrow
 \Rightarrow его скорость в момент разрыва 0
 ЗМ оу: $m v_1 - mgT = 0$
 v_1 - скор. рейсвер. в момент старта.

Формулы пути для
 движ. с ускор.: $H = \frac{v_1^2 - 0^2}{2g}$
 $v_1 = gT$
 $H = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$

2)



$$H = v \tau_1 + \frac{g \tau_1^2}{2}$$

$$\frac{g \tau_1^2}{2} + v \tau_1 - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$\tau_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

корень со знаком минус перед
 дискр. даёт $\tau_1 < 0$ поэтому этот
 корень отбрасываем

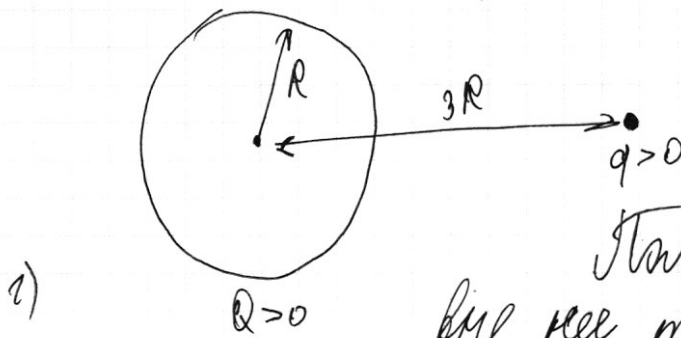
$$\tau_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 900}}{10} = 3\sqrt{5} - 6 \approx 0,72 \text{ с}$$

Ответ: $H = 45 \text{ м}$, $\tau_1 \approx 0,72 \text{ с}$.

$Q > 0$
$Q > 0$
$F_1 - ?$
$F_2 - ?$

N5.

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k$$



1) Поле, создаваемое сферой вне нее, такое же, как и поле, которое создает точечный заряд, помещенный в центр сферы и имеющий заряд по величине такой же, как и сфера.

Тогда Возьмем точку вне сферы, нах. от ее центра на расст r



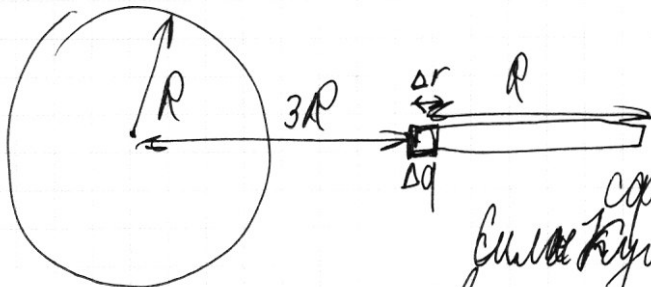
По теор. Гаусса: $E_1 \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

также же, как и у точ. заряда.

Тогда $F_1 = k \frac{Qq}{(3R)^2} = k \frac{Qq}{9R^2}$

2)



~~Итак, вычислим поле~~
~~созданное им на~~

Рассмотрим кусочек сферы и кусочек стержня. Сила Кулона, действ. на них, направл. противоп. и равна по модулю. Если просуммировать все такие силы, то получится, что сила Кулона со стороны сферы на стерж. равна силе Кулона со стор. стержня на сферу.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (прод.)
Тогда найдем силу Кулона со стор. сферы на
стерж. ^{для подсчета силы} Т.к. ради. q сферы можно представить в
качестве точечн. заряда. Выделим кусочек стержня
зарядом Δq . Тогда пусть рассм. до него r и

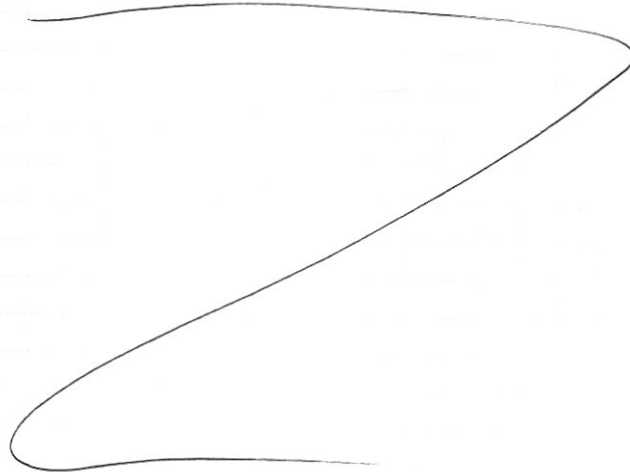
$$\Delta F = k \frac{Q \Delta q}{r^2} \quad \Delta q = \Delta r \cdot \frac{q}{R}$$

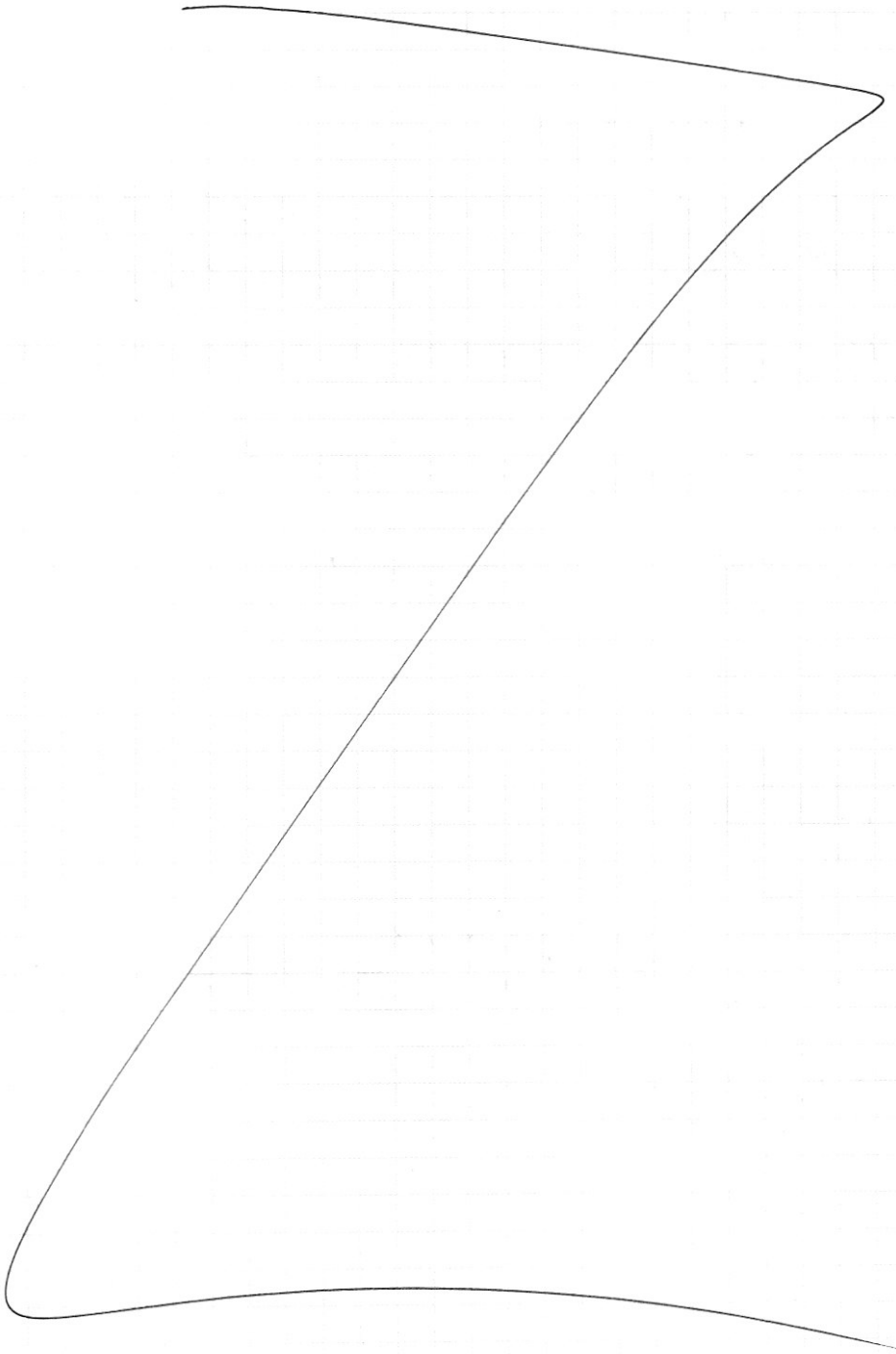
$$\Delta F = k \frac{Q q}{R} \frac{\Delta r}{r^2}$$

$$\int_0^R dF = k \frac{Q q}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dr}{r^2}$$

$$F_2 = k \frac{Q q}{R} \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = k \frac{Q q}{R} \left(\frac{R}{12R^2} \right) = k \frac{Q q}{12R^2}$$

Ответ: $F_1 = k \frac{Q q}{9R^2}$, $F_2 = k \frac{Q q}{12R^2}$

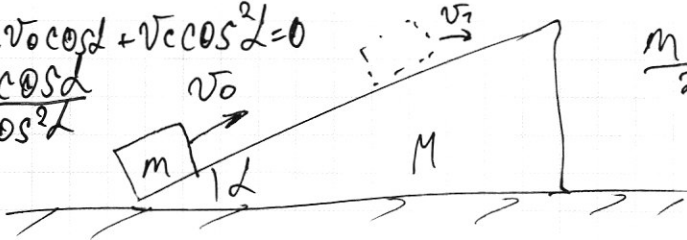




ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

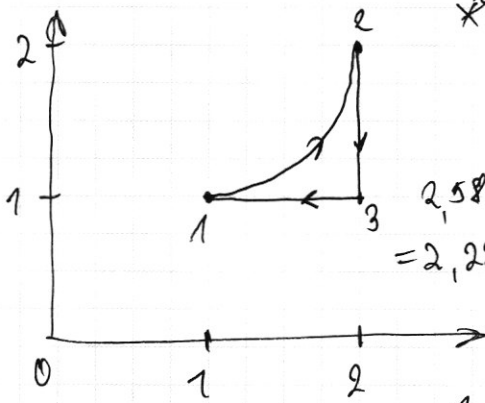
$$v_c - 2v_0 \cos \alpha + v \cos^2 \alpha = 0$$

$$\frac{2v_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{M v^2}{2} + m g h$$

$$m v_0 \cos \alpha = (m + M) v$$



$$2,58 - 0,36 = 2,22$$

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$$

$$U =$$

2) через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю.

$$\begin{array}{r} \times 2,65 \\ 2,65 \\ \hline 1325 \\ \times 2,7 \\ 2,7 \\ \hline 189 \\ \times 2,7 \\ 2,7 \\ \hline 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,65 \\ 2,65 \\ \hline 1325 \\ \times 1,41 \\ 1,41 \\ \hline 7,05 \end{array}$$

$$5 \cdot 1,41 = 7,05$$

$$\sqrt{7} \approx 2,65$$

$$\frac{1}{0,8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$5\sqrt{2} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} v_{\min} = \sqrt{\left(\frac{g \sin \alpha}{\mu} + g \cos \alpha\right) R}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,11 \\ 2,11 \\ \hline 422 \\ \times 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 44 \\ \hline 4484 \end{array}$$

$$m a_{цс} = 2mg$$

$$a_{цс} = 2g$$

$$\begin{array}{r} \times 2,15 \\ 2,15 \\ \hline 1075 \\ \times 2,15 \\ 2,15 \\ \hline 430 \\ \hline 46725 \end{array}$$

$$Q = \Delta U + A$$

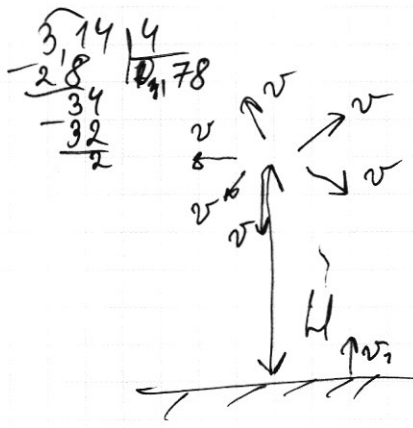
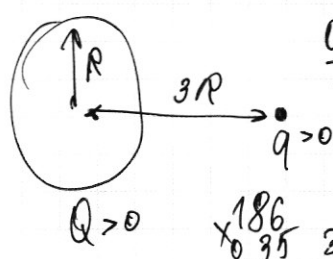
$$A =$$

$$mg \sin \alpha = \mu N$$

$$N + mg \cos \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$\frac{mg \sin \alpha}{\mu} + mg \cos \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$m = 1 \text{ kg}$ $T = 3 \text{ s}$



$$\frac{86186}{0} \quad \frac{186}{034} \quad 23$$

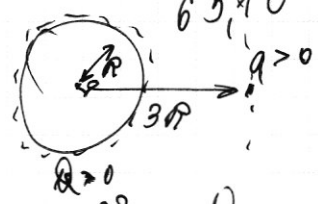
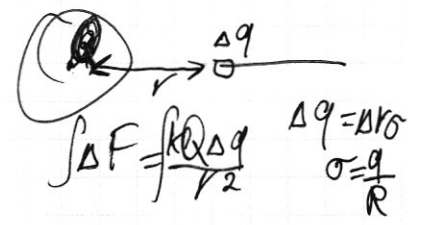
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{558}{63,24}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3600}{1}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{array}{r} \times 186 \\ 035 \quad 34 \\ \hline 930 \\ 558 \\ \hline 6510 \end{array}$$

$$mv_1 - mgT = 0$$

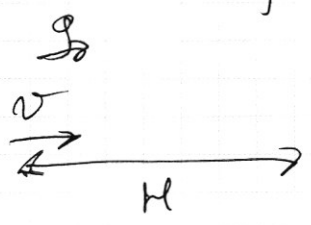
$$v_1 = gT$$



$$H = \frac{v_1^2 - 0^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ m}$$

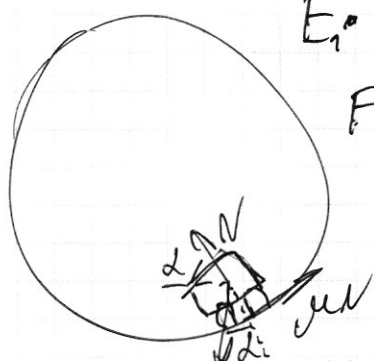
$$4\pi R^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot 4\pi R^2}$$



$$\int dF = \int \frac{kQ\sigma dr}{r^2} \quad \int r^{-2} dr = -\frac{1}{r}$$

$$H = v^2 \tau_1 + \frac{g \tau_1^2}{2} \quad F = k \frac{Qq}{R}$$



$$E_1 = 4\pi(3R)^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$F = \frac{kQq}{(3R)^2} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k$$

$$E_1 = \frac{kQ}{(3R)^2}$$

$$\frac{g}{2} \tau_1^2 + v^2 \tau_1 - H = 0$$

$$D = v^2 \pm 2 \cdot g \cdot H$$

$$\tau_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$$

$$= \frac{-60 + \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10}$$

$$= \frac{\sqrt{4500} - 60}{10}$$

$$= \sqrt{45} - 6 = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\sqrt{5} \approx 2$$

$$\begin{array}{r} 258 \quad 136 \\ -136 \quad 1,89 \\ \hline 1220 \\ -1088 \\ \hline 1320 \end{array}$$

$$mg \mu N = mg \sin \alpha$$

$$N - mg \cos \alpha = m \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$\frac{g \sin \alpha}{\mu} - g \cos \alpha = \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$



$$\begin{array}{r} \times 224 \\ 2124 \\ \hline 896 \\ 448 \\ \hline 448 \\ \hline 50176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 136 \\ 84 \\ \hline 1088 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,24 \\ 31 \\ \hline 6,72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 215 \\ 215 \\ \hline 123 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 213 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\frac{4,30 \cdot 0,6}{1,36}$$

$$\begin{array}{r} \times 225 \\ 225 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$