Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

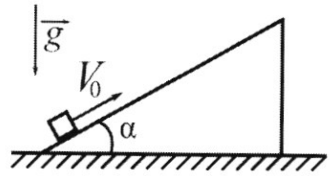
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

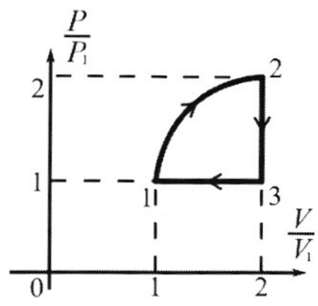
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

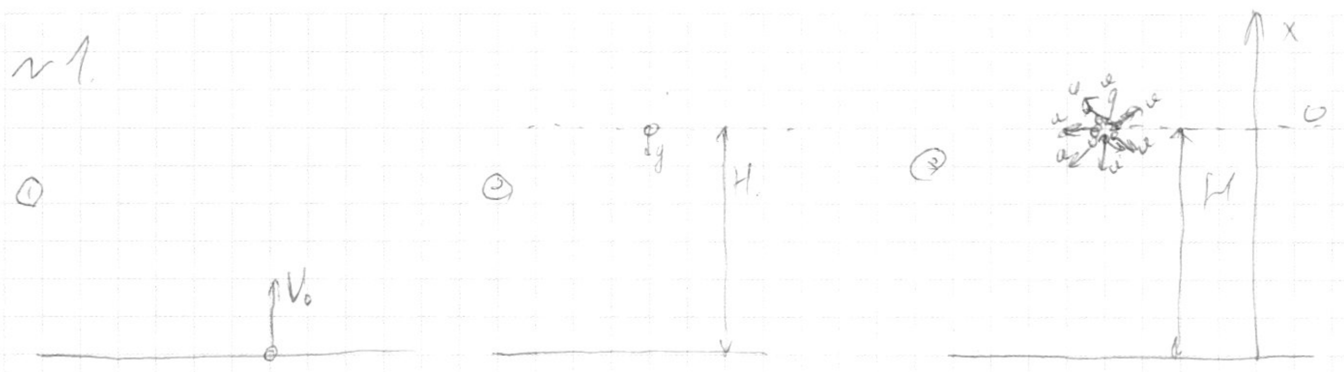
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



1) ~~$H = V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где~~

$$\begin{cases} V_0 = gt, & \text{где } t \text{ — время полёта к верхней точке} \\ H = V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}, & \text{где } t \text{ как и в первом ур.} \end{cases}$$

(равнозамедл. движ.)

$H = gt^2 - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t^2 = \frac{2H}{g} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (т.к. нас интересует $t>0$)

$V_0 = g \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2Hg} = \sqrt{2 \cdot 65 \cdot 10} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \approx 10 \cdot 3{,}5 = 35$ м/с

2) Заметим, что т.к. в течение τ падали все осколки, то через τ упал последний осколок, летевший дольше всех а это осколок, который изначально полетел вертикально вверх (он последний упал, т.к. вертикальная составляющая скорости по x самая большая $\Rightarrow \upsilon_{\text{вертикального}} = g \cdot t_{\text{вер}} \Rightarrow t$ максимальное)

Значит время полёта верхнего осколка и есть τ

Тогда $-H = \upsilon \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2}$ (двигался равноуск., а конечная точка на H ниже 0)

$\upsilon \cdot \tau = \frac{g\tau^2}{2} - H$

$\upsilon = \frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau} = \frac{10 \cdot 10}{2} - \frac{65}{2} = \frac{35}{2} = 17{,}5$ м/с.

Тогда $E_{\text{кинетич. одного осколка}} = \frac{\Delta m \cdot \upsilon^2}{2}$, где Δm — масса осколка, тогда

$E_{\text{кинетич. всех осколков}} = \sum \frac{\Delta m \cdot \upsilon^2}{2} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} = \frac{2 \cdot 17{,}5^2}{2} = 17{,}5^2 = 306{,}25$ Дж

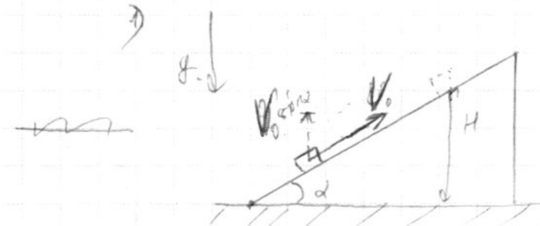
(т.к. $\sum$ всех осколков = масса фейерверка)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

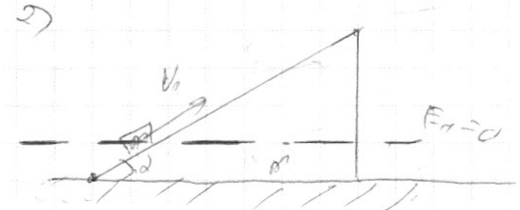
Ответ: 1) 35 м/с ; 2) 306, 25 Дж

№2.

1)



2)



1) $V_0 = \sqrt{(V_0 \cdot \sin\alpha)^2 + (V_0 \cos\alpha)^2}$, где $V_0 \cdot \sin\alpha$ — вертикальная сост. V_0, а $V_0 \cdot \cos\alpha$ — гориз. сост. V_0

Шайба будет двигаться вверх до тех пор, пока вертик. составляющая не станет $= 0$, т.е. $V_0 \cdot \sin\alpha = g \cdot t$, где t — время достижения наивысшей возможной точки

Тогда $H = V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где H — высота, на которую поднимется шайба

Итого $\begin{cases} V_0 \cdot \sin\alpha = g \cdot t \\ H = V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} H = \frac{gt^2}{2} \\ gt = V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \rightarrow t = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$

$H = \frac{g \cdot \left(\frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right)^2}{2} = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} = \frac{2^2 \cdot \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 10} = \frac{1}{20}\ м =$

$= 0{,}05\ м$

2) Т.к. нет каких-либо сил сопротивления, то можно записать Закон сохранения энергии.

$E_{начальное} = E_{кон}$

кин энергия шайбы

(искомое)

кин энергия шайбы → $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{кк}^2}{2} + \frac{mV_{кш}^2}{2}$, где $V_{кк}$ — конечная скорость клина, $V_{кш}$ — конечная скорость шайбы

а потенц. энергия не изменилась

~~$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{кк}^2}{2} + m$~~

кин. энергия клина

$V_{кш}^2 = V_{кк}^2 + (gt)^2$

Т.к. при возврате в старт шайба имеет горизонтальную составляющую как у клина (иначе шар бы оторвался от него)

а вертикальная — это та скор, что получилась при равноуск. движ. сверху вниз. время t — то же самое время что в п. 1 (т.к. время от нижней до верхней =

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

= время от верхней до нижней

Тогда

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{кк}^2}{2} + \frac{m(V_{кк}^2 + (gt)^2)}{2} \quad |:m$$

$$\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_{кк}^2}{2} + \frac{V_{кк}^2 + (V_0 \cdot \sin\alpha)^2}{2} \quad |\cdot 2$$

$$V_0^2 = V_{кк}^2 + V_{кк}^2 + V_0 \cdot \sin^2\alpha)^2$$

$$V_0^2 = 2V_{кк}^2 + V_0^2 \cdot \sin^2\alpha$$

$$2V_{кк}^2 = V_0^2(1 - \sin^2\alpha)$$

$$2V_{кк}^2 = V_0^2 \cdot \cos^2\alpha$$

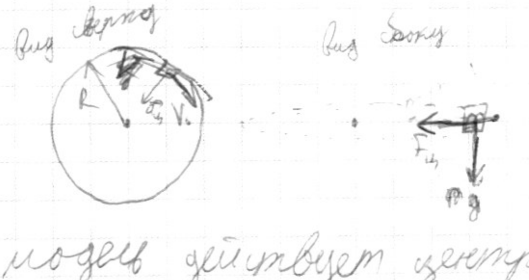
$$V_{кк}^2 = \frac{V_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{2}$$

$$V_{кк} = \frac{V_0 \cdot \cos\alpha}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1,5} \approx \sqrt{1,44} = 1,2 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 0,05 м, 2) 1,2 м/с.

№3

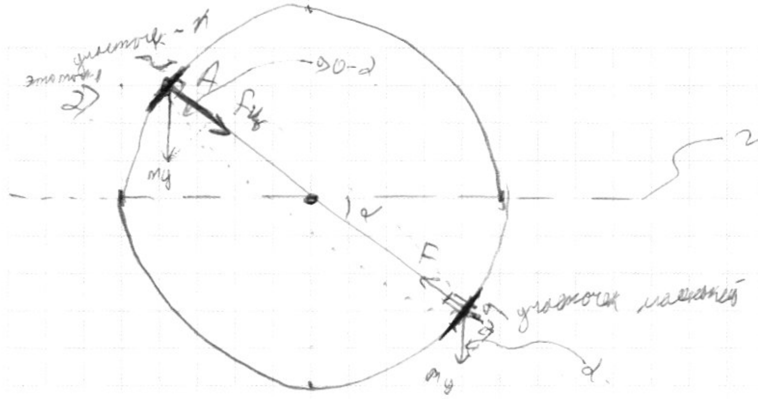
1)



т.к. mg ~~перпендикулярно~~ параллельно маленькому участочку сферы, который соприкасается с моделью, mg не действ на этот участок ⇒ mg не входит в силу, действ от модели на сферу

на модель действует центростремительная сила $F_ц = ma_ц$, где $a_ц = \frac{V_0^2}{R}$, т.е. $F = \frac{mV_0^2}{R}$

Это сила, с которой сфера действует на модель ⇒ ⇒ по III закону Ньютона сила P, с которой модель действует на сферу равна F, т.е. $P = F = \frac{mV_0^2}{R} = \frac{0,4 \cdot 3^2}{1,2} = \frac{3,6}{3}$ $= 4,56\,H$



Заметим что для модели самое сложное пройти верхнюю точку пути. значит V_{min} это та, с которой модель сможет преодолеть верхнюю точку пути A и равнодейств. всех сил, действ. на шар равна 0

Заметим, что сила, с ком шар модель действует на сферу в т. A (P ⊥ участку A): $P = F_ц - mg\cdot\cos(90-\alpha)$, где $F_ц$ – сила, равная по модулю силе с которой сфера действует на шар $\left(F_ц = m\cdot a_ц = \frac{mV_{min}^2}{R}\right)$, $mg\cos(90-\alpha)$ – сост. (mg) ⊥ участочку-точке A, которая действует на модель ⊥ участку, тогда $F_{\substack{трения\\ о\ сферу}} = \mu\cdot P = \mu\left(\frac{mV_{min}^2}{R} - mg\cos(90-\alpha)\right)$

т.к. Σ сил на шар $= 0$, то $F_{\substack{трения\\ о\ сферу}} = mg\cdot\sin(90-\alpha)$

горизонт. сост. mg, которая пытается потянуть модель по сфере

Итого

$$\mu\left(\frac{mV_{min}^2}{R} - mg\cdot\cos(90-\alpha)\right) = mg\cdot\sin(90-\alpha)$$

$$\mu\left(\frac{\cancel{m}V_{min}^2}{R} - \cancel{m}g\cdot\sin\alpha\right) = \cancel{m}g\cdot\cos\alpha$$

$$\frac{\mu V_{min}^2}{R} - \mu g\sin\alpha = g\cdot\cos\alpha$$

$$\frac{\mu V_{min}^2}{R} = g(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)$$

$$V_{min}^2 = \frac{gR(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}{\mu}$$

$$V_{min} = \sqrt{\frac{gR(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}{\mu}} = \sqrt{\frac{10\cdot 1{,}2\cdot\left(0{,}9\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt3}{2}\right)}{0{,}9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6\cdot 0{,}9 + \frac{\sqrt3}{2}\cdot 12}{0{,}9}} = \sqrt{6 + \frac{\sqrt3}{1{,}5}} = \sqrt{6 + \frac{6\sqrt3}{0{,}9}} \approx \sqrt{6\left(1 + \frac{1{,}71}{0{,}9}\right)} = \sqrt{6(1+1{,}9)} = \sqrt{6\cdot 2{,}9} = \sqrt{17{,}4} \approx 4{,}2\ м/с$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1) 4,56Н ; 2) 4,24(с

№ 4.

~~Перерисуем график в виде p(V)~~

$\nu = 1$ моль

$c_V = \frac{3}{2}R$

для 1 и 2: ур. сост

$\frac{p_2 V_{23}}{T_2} = \frac{p_{13} V_1}{T_1}$

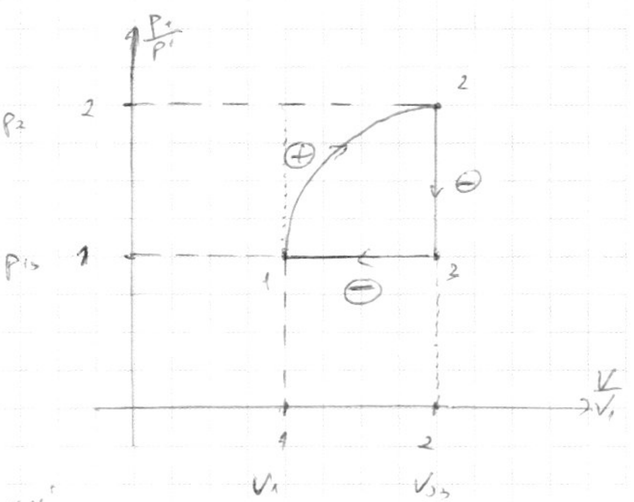
$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{T_2 = 4T_1}$

для 2 и 3

$\frac{p_2 V_{23}}{T_2} = \frac{p_{13} V_{23}}{T_3}$

$\frac{2\cdot 1}{4T_1} = \frac{1\cdot 1}{T_3}$ $\boxed{2T_3 = 4T_1 \Rightarrow T_3 = 2T_1}$

в 1: T_1

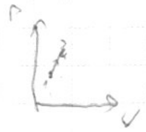


Заметим:

Процесс 2-3 — изохорный и давление уменьшается ⇒ на процессе 2-3 газ отдаёт тепло

Процесс 3-1 — изобарное сжатие и объём уменьш ⇒ на процессе 3-1 газ отдаёт тепло

Тогда на процессе 1-2 газ получает тепло и при этом получение тепла происходит во время всего процесса, т.к. при разбиении дуги окруж на маленькие отрезочки, каждый имеет вид



здесь газ получает тепло

1) В процессе 1-2 $Q_+ = \Delta U + A_{газа} = \cancel{c_V\nu(T_2-T_1) + \left(p_{13}(V_3-V_1) + \frac{1}{4}\pi(p_2-p_1)(V_3-V_1)\right)}$

$= c_V\nu(T_2-T_1) + \left(p_{13}(V_{23}-V_1) + \frac{1}{4}\pi\cdot(p_2-p_{13})(V_{23}-V_1)\right) =$

$= \frac{3}{2}R(T_2-T_1) + \left(p_{13}V_{23} - p_{13}V_1 + \frac{\pi}{4}\cdot(p_2V_{23} - p_2V_1 - p_{13}V_{23} + p_{13}V_1)\right) =$

Заметим: $p_2 V_1 = p_{13}\cdot V_{23} = 2p_{13}\cdot V_1$; $p_2\cdot V_{23} = 4p_{13}V_1$

$= 1\cdot\frac{3}{2}R\cdot 3T_1 + \left(1\cdot R\cdot 2T_1 - 1\cdot R\cdot T_1 + \frac{\pi}{4}\left(\cancel{1\cdot R\cdot T_2 - 1\cdot R}\ 4p_{13}V_1 - 2p_{13}V_1 - 2p_{13}V_1 + p_{13}V_1\right)\right) =$

$= \frac{9}{2}RT_1 + RT_1 + \frac{\pi}{4}RT_1 = RT_1\left(\frac{9}{2} + 1 + \frac{\pi}{4}\right) = RT_1\,\frac{18+4+\pi}{4} = \boxed{\frac{22+\pi}{4}RT_1}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

2) $A_{газа}$ — это площадь под графиком ⇒

⇒ $A_{газа} = \frac{1}{4}\pi\cdot(p_2 - p_{13})\cdot(V_{23} - V_1) = \cancel{\frac{\pi}{4}(p_2 V_{23} - p_2 V_1 - p_{13} V_{23} + p_{13} V_1) =}$

$\cancel{= \frac{\pi}{4}\cdot(p_2 V_{23} - p_1 V_1) =}$ $= \frac{\pi}{4}(p_2 V_{23} - p_2 V_1 - p_{13} V_{23} + p_{13} V_1) =$

Заметим: $p_2 V_2 = p_{13} V_1$ (из площади); $p_2 V_1 = p_{13} V_{23}$ ⇒ $p_2 V_1 + p_{13} V_{23} = 2p_{13} V_1$; $p_2 V_{23} = 4 p_{13} V_1$

$\cancel{= \frac{\pi}{4}\cdot(1\cdot R\cdot T_2 - 1\cdot R}$

$= \frac{\pi}{4}(4p_{13}V_1 - 2p_{13}V_1 - 2p_{13}V_1 + p_{13}V_1) =$

$= \frac{\pi}{4}\cdot p_{13} V_1 = \frac{\pi}{4}\cdot 1\cdot R\cdot T_1 = \boxed{\frac{RT_1\pi}{4}}$

3) $\eta = \frac{|Q_+| - |Q_-|}{Q_+} = \frac{A_{газа}}{Q_+} = \frac{RT_1\cdot\frac{\pi}{4}}{\frac{22+\pi}{4}\cdot RT_1} = \frac{\pi}{22+\pi}$

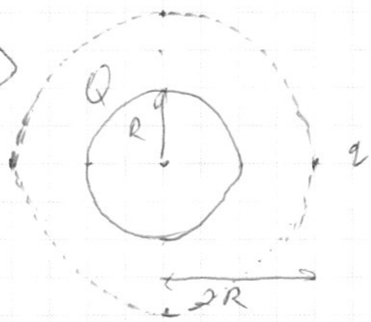
Ответ: 1) $\frac{22+\pi}{4}\cdot R\cdot T_1$; 2) $\frac{\pi R T_1}{4}$; 3) $\frac{\pi}{22+\pi}$

№5

$Q>0$

$q>0$

1)



Возьмём незаряженную пов-ть — сферу с радиусом $= 2R$, тогда поток через эту сферу по Т Гаусса $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, где Q — электрич. поле, с другой стороны поток $\Phi = \Sigma\,\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi$ — поток через очень маленькую пов-ть новой сферы, которую можно считать плоской (из-за её размеров пов-ти). Тогда поток через неё $\Delta\Phi = E\cdot\Delta S\cdot\cos 0° = E\cdot\Delta S$, где E — напряжённость поля, создаваемая заряж сферой Q, тогда $\Phi = \Sigma E\cdot\Delta S = E\cdot\Sigma\Delta S = E\cdot 4\pi(2R)^2 =$ (площадь поверх сферы)

$= E\cdot 16\pi R^2$

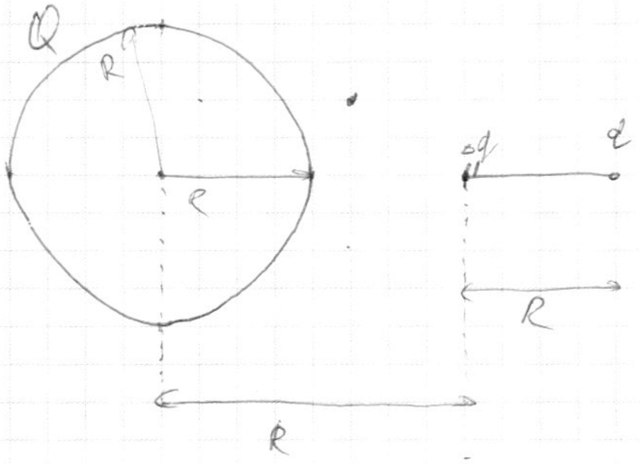
Тогда $\frac{Q}{\varepsilon_0} = E\cdot 16\pi R^2$

$E = \frac{Q}{\varepsilon_0\cdot 16\cdot\pi\cdot R^2}$, $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ $\Rightarrow E = \frac{Q}{\frac{16\pi R^2}{4\pi k}} = \frac{Qk}{(2R)^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда $F_1 = E \cdot q = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$

2)



Разобьём стержень на ~~очень~~ малые кусочки, настолько малые, что их размер сравним с точкой $\Rightarrow$ поле действ на каждый кусочек постоянно. (Т.к. заряд однородно распредел, то эти кусочки одинак и имеют заряд Δq), ~~а расстояние от ... центра сферы до них $2R+\Delta x$, Δq Δx~~ $\Rightarrow \Delta q \cdot R = q$

Тогда сила F_i, действующая на ~~кажд~~ ~~который~~ кусочек

$F_i = \frac{kQ \cdot \Delta q}{4R_i^2}$, где R_i – расст от центра сферы до кусочка, (по пункту 1)

тогда Сила, действ на стержень $F_3 = \sum F_i = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ \cdot \Delta q}{4R_i^2} =$

$= \cancel{\frac{kQq}{4} \int_R^{2R} \frac{1}{R_i^2}} \cancel{Z} = \frac{kQ}{4} \int_{2R}^{3R} \frac{\Delta q}{R_i^2} =$ ~~$= \frac{kQ}{4} \int_R^{2R} \Delta q \int_R^{2R} \frac{1}{R_i^2} = \frac{kQq}{4} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R}\right) = \frac{kQq}{4} \cdot \frac{1}{2R} = \frac{kQq}{8R}$~~

(т.к. ~~ближайш~~ от центра сферы (т.к. ближайшее расст $2R$, самое дальнее – $3R$)

~~Ответ: 1) $\frac{kQq}{4R^2}$, 2)~~

$$\cancel{= \frac{kQ\Delta q}{4} \cdot \int_{R}^{2R}}$$

$$= \frac{kQ\Delta q}{4} \cdot \int_{2R}^{3R} \frac{1}{R_i^2} = \frac{kQ\cdot\Delta q}{4} \cdot \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R}\right) = \frac{kQ\cdot\Delta q}{4} \cdot \frac{1}{6R} = \frac{kQ\cdot\Delta q \cdot R}{24R \cdot R} =$$

$$= \frac{kQ \cdot (\Delta q \cdot R)}{24R^2} = \frac{kQ\cdot q}{24R^2}$$

Ответ: 1) $\frac{kQq}{4R^2}$; 2) $\frac{kQq}{24R^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

650 · 2 = 1300

35

17,5 · 17,5 = 306,25

3,5 · 3,5 = 12,25

3,56 · 3,56

3,7 · 3,7 = 13,69

13,69 : 3 = 4,56

$$\frac{kQ\,\Delta q}{4}\cdot\int\limits_{R}^{2R}\frac{1}{R_1^2} =$$

$$= \frac{kQ\,\Delta q}{4}\cdot$$

1,71 : 0,9 = 1,9

Δq

$$\int\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}$$

$$\int\frac{2}{x^2} =$$

$$(2\cdot x^{-1})' = 2\cdot x^{-2}$$

2,9 · 6 = 17,4

$$\frac{\Delta q}{R_1}\ \frac{\Delta q}{2R}\ \frac{3\Delta q}{2R}$$

4,2 · 4,2 = 17,64

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)