

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

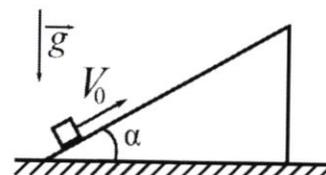
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

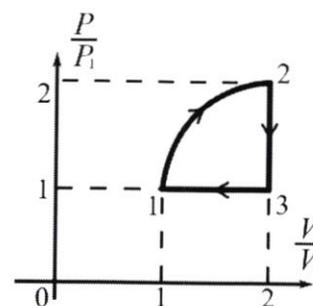
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Рейсер взрывается в высшей точке полета \Rightarrow конечная скорость $V_k = 0$.

$$\text{Тогда } \frac{V_0^2}{2g} = H \Leftrightarrow V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 65 \text{ м}} = \sqrt{1300 \text{ м}^2/\text{с}^2} \approx 3,5 \text{ м/с}$$

Скорость разлетается изотропно \Rightarrow скорости любого осколка = u . Осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$ \Rightarrow между падением первого и последнего осколка прошло $\tau \text{ с}$.

Первым упадет осколок, падающий вертикально вниз (скорости снаряда $\leftarrow g$),
последним — летящий вертикально вверх (против $\leftarrow g$).

$$\text{Время падения первого осколка } u t_1 + g \frac{t_1^2}{2} = H \quad (1)$$

$$\text{Время падения последнего осколка } u t_2 - g \frac{t_2^2}{2} = -H \quad (2)$$

$$\text{Вычитая (2) из (1): } t_1 = \frac{-u + \sqrt{u^2 + 2gH}}{g} \quad (3)$$

$$t_2 = \frac{u + \sqrt{u^2 + 2gH}}{g} \quad (4)$$

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{2u}{g} \Leftrightarrow u = \frac{g\tau}{2} \Leftrightarrow K = \sum_{i=1}^N m_i \frac{u^2}{2} = \frac{mg^2\tau^2}{8}, \text{ где } m_i - \text{масса}$$

i -ый осколок, N — количество осколков.

$$K = \frac{2 \text{ т} \cdot 100 \text{ м}^2/\text{с}^4 \cdot 100 \text{ с}^2}{8} = 0,25 \cdot 10000 \text{ Дж} = 2500 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответы: } V_0 = \sqrt{2gH} \approx 3,5 \text{ м/с}; K = \frac{mg^2\tau^2}{8} = 2,5 \text{ к Дж}$$

Задача 4

$$Q = \Delta V_{1-2} + A_{1-2} \quad ; \quad \Delta V = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{9R}{2} T_1$$

A_{1-2} = работа по графику $p(V)$, вычисляем как $p_2 V_2 = (1 + \frac{\pi}{4}) p_1 V_1 = (1 + \frac{\pi}{4}) T_1 R$

Тогда $Q = \left(\frac{18 + 4 + \pi}{4} \right) RT_1 = \left(\frac{22 + \pi}{4} \right) RT_1 \approx 6,3 RT_1$

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-1} = \left(\frac{4 + \pi}{4} \right) T_1 R + 0 + (2p_1 (2V_2 - V_2)) = \frac{\pi R}{4} T_1 \approx 0,8 RT_1$$

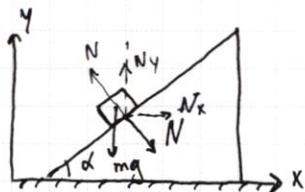
(V_2 - вдвое $2V_1$; $V_1 = V_1$; $p_2 = 2p_1$; $p_1 = p$)

$$\eta = \frac{A_{1-2}}{Q} = \frac{4 + \pi}{22 + \pi} \approx \frac{7}{25} \approx \frac{28}{100} \approx 0,28$$

Ответы: $Q = \frac{22 + \pi}{4} RT_1 \approx 6,3 RT_1$; $A = \frac{\pi R}{4} T_1 \approx 0,8 RT_1$; $\eta \approx \frac{4 + \pi}{22 + \pi} \approx 28\%$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



Введем коорд.-ош x и y (см. рис.). Тогда 2-ой 3-ий
закон Ньютона в проекции на ось y для бруска имеет вид
(шаблон)

$$m a_y = mg - N_y = mg - N \cos(\alpha)$$

на ось x : $m a_x = N \sin(\alpha)$, где N - сила норм. реакции
опоры, а m - масса бруска (шаблон)

учитывая, что $a_y = a \sin(\alpha)$, а $a_x = a \cos(\alpha)$ имеем

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{mg - N \cos(\alpha)}{N \sin(\alpha)} \Leftrightarrow N \sin^2(\alpha) = mg \cos(\alpha) - N \cos^2(\alpha) \Leftrightarrow N = mg \cos(\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_y = g(1 - \cos^2(\alpha)) = g \sin^2(\alpha);$$

Из кинематик равноускоренного движения шаблона

$$\frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g \sin^2(\alpha)} = H \Leftrightarrow H = \frac{V_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$$

Время до возвращения шаблона в исходную точку есть удвоенное время спуска
(т.к. скорость по вертикали меняется линейно, т.е. ускорение постоянно)

$$\text{Время спуска } t \text{ связано со } \frac{g \sin^2(\alpha) t^2}{2} = H \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g \sin^2(\alpha)}} \Leftrightarrow 2t = \sqrt{\frac{8H}{g \sin^2(\alpha)}}$$

2-ой 3-ий закон Ньютона впр. на ox для клина $\rightarrow m a_{кл} = N \sin(\alpha) = \frac{mg \sin(\alpha)}{2}$

$$\text{Скорость клина (из равноускоренного движения)} V = a_{кл} \cdot 2t \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{2H g^2 \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha)}{g \sin^2(\alpha)}}$$

$$= 2 \cos(\alpha) \sqrt{2gH} \approx \left(2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\right) = 2 \cos(\alpha) V_0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \text{ м/с} \approx 3,46 \text{ м/с}$$

$$\text{Ответы: } H = \frac{V_0^2}{2g} = 0,2 \text{ м}; \quad V = 2 V_0 \cos(\alpha) \approx 3,46 \text{ м/с}$$

(Шаблоны)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

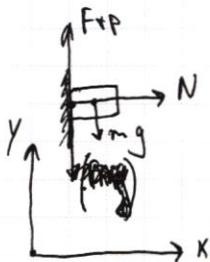
Задача 3

Запишем 2-ой з-н Ньютона для машинки в проекции на сферу.

$$Oy: F_{\text{тр}} - mg = 0, \text{ где } F_{\text{тр}} - \text{ сила трения}$$

$$Ox: m \frac{v_0^2}{R} = N, \text{ где } N - \text{ сила норм. реакции}$$

$$\text{Сила } \vec{P} = \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} \Rightarrow P = \sqrt{m^2 g^2 + m^2 \frac{v_0^4}{R^2}} = \frac{m}{R} \sqrt{g^2 R^2 + v_0^4} \approx 5 \text{ Н}$$



Запишем 2-ой з-н Ньютона для машинки в проекции

на ось y и x для обоих крайних вариантов расположения

$$\begin{cases} Oyo: \frac{mv^2}{R} = N_2 - mg \sin(\alpha) \\ Ox: F_{\text{тр}2} = mg \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Oy: \frac{mv^2}{R} = N_2 + mg \sin(\alpha) \\ Ox: F_{\text{тр}1} = mg \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\text{Вмо не забываем } F_{\text{тр}} \leq \mu N$$

Из уравнений видно, что $N_2 < N_1 \Rightarrow$ в критическом положении

$$\mu N_2 = F_{\text{тр}}, \text{ где } N_2 = \frac{mv_{\text{min}}^2}{R} - mg \sin(\alpha) \Leftrightarrow \left(\frac{mv_{\text{min}}^2}{R} - mg \sin(\alpha) \right) \mu = mg \cos(\alpha)$$

$$v_{\text{min}} = Rg (\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha));$$

$$\text{Ответы: } \begin{cases} P = \frac{m}{R} \sqrt{g^2 R^2 + v_0^4} \approx 5 \text{ Н}; \\ v_{\text{min}} = \sqrt{Rg (\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))} \approx 4 \text{ м/с} \end{cases}$$

$$\frac{0,4}{1,2} \cdot \sqrt{144}$$

$$\approx \frac{1}{3} \cdot 12 \approx 4$$

$$12 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 6 \cdot (1 + \sqrt{3}) = 6 \cdot 2,7$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 3,2 \\ \times 3,2 \\ \hline 259 \\ 227 \\ \hline 13,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 13,2 \\ \times 13,2 \\ \hline 959 \\ 411 \\ 132 \\ \hline 187,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 187,2 \\ + 144 \\ \hline 231,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,2 \\ 0,9 \\ \times 16,3 \\ \hline 7,2 \\ 14,4 \\ \hline 19,89 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2,2 \\ \times 6 \\ \hline 16,2 \end{array}$$

$$E = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} RT$$

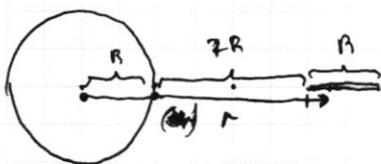
$$RT = pV$$

$$pV + dV - pV$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5
Знают формулы: $F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$ применим для: точек, точек и шара,
двух шаров (не можно убрать).

$F_1 = \frac{k Q q}{4R^2}$, действует от в направлении от большого шара (отталкивание).



Во втором случае разобьем стержень на точки.
Для каждой из них

~~$dF = k \frac{Q dq}{r^2}$~~ ~~$dF = k \frac{Q dq}{(3R+r)^2}$~~ ~~$dF = k \frac{Q dq}{(4R+r)^2}$~~

~~$dF = k \frac{Q dq}{r^2}$~~ ~~$dF = k \frac{Q dq}{(3R+r)^2}$~~ ~~$dF = k \frac{Q dq}{(4R+r)^2}$~~

$dF = Qk dq \cdot \frac{1}{r^2}$, где r - расстояние от центра шара до точки стержня.

$dq = \frac{dr}{R} \Rightarrow dF = \frac{kqQ}{R} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow F_1 = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{1}{r^2} dr = \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) = \frac{kQq}{12R^2}$

Ответы: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{12R^2}$



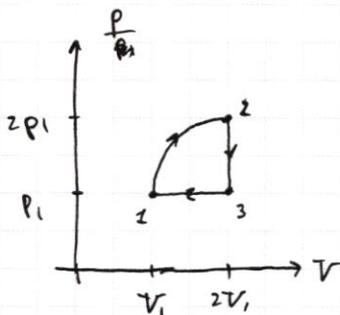
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

Зеркалом графики во всем $p(V); V$.



~~(...)~~
~~(...)~~

Для уравнения 1-2 $\left(\left(\frac{p}{p_1} + 1\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 2\right)^2 = 1\right)$

$Q = \nu U_{12} + A_{1-2}$; $\Delta U = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} \cdot 3 p_1 V_1 = \frac{9}{2} RT_1$

$\delta A_{1-2} = p dV = p(V+dV) - pV = (p_1(V_1+dV) - p_1 V_1) = R(T+dT) - RT = R dT \Rightarrow$

$\Rightarrow A_{1-2} = R(T_2 - T_1) \Rightarrow p_2 V_2 = RT_2$ и $p_1 V_1 = RT_1 \Rightarrow T_2 = 4T_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow A_{1-2} = 3RT_1$, $\Rightarrow Q = \frac{9}{2} RT_1 + 3RT_1 = \frac{15}{2} RT_1$

$A_{2-3} = p dV = 0$ (м.н. $V = \text{const}$ на 2-3)

$A_{3-1} = p dV = p_1(V_2 - V_1) = p_1 V_1 = -RT_1$

$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 2RT_1$

$\eta = \frac{A_{12}}{Q} = \frac{3RT_1}{\frac{15}{2} RT_1} = 40\%$

~~$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_2 V_2) = -\frac{3}{2} p_1 V_1 = -3RT_1$; $\Delta U_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_1 V_2) = -\frac{3}{2} RT_1$~~

Итого $\eta = \frac{A_{12}}{Q} = \frac{2}{5} = 40\%$

Ответы: $Q = \frac{15}{2} RT_1$; $A = 2RT_1$; $\eta = 40\%$

~~$\frac{3}{2} RT_1$~~

$\frac{11}{4} + \frac{9}{2} - 3 - \frac{3}{2} = \frac{11 + 18 - 12 - 6}{4} = \frac{11}{4}$

$$d \quad \delta A = p \, dV =$$

$$\frac{p}{p_1} = \sqrt{1 - d^2} - 1 = (\sqrt{1 - d^2} - 1) dd = \sqrt{1 - d^2} dd - d$$

$$(1 - d^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{2(d - \frac{d^3}{3})}{\sqrt{1 - d^2}}$$

